СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Штеменко Л. С. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1972, 13, № 5, с. 607. [2] Штеменко Л. С. Ученые записки ЦАГИ, 1976, 7, № 4, с. 133. [3] Штеменко Л. С. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1967, № 1, с. 58. [4] Блохинцев Д. И. ДАН СССР, 1945, 47, № 1, с. 22. [5] Лоусон. В кн.: Механика. М.: ИЛ, 1969, № 5, с. 89. [6] Вагнер. Ракетная техника и космонавтика, 1971, 9, № 12, с. 205. [7] Бергстром и др. Ракетная техника и космонавтика, 1974, 12, № 7, с. 143. [8] Наумов А. М., Тугазаков Р. Я. Ученые записки ЦАГИ, 1976, 7, № 2, с. 154. [9] Пискарева М. В., Шугаев Ф. В. Изв. АН СССР. Сер. Мех. жидк. и газов, 1977, № 5, с. 181. [10] Elcrat A. K. Int. J. Eng. Sci., 1977, 15, N 1, p. 29. [11] Thomas T. J. J. Math. Mech., 1957. 6, N 4, p. 311.

Поступила в редакцию
08.10.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, т. 23, № 3

УДК 537.867

ЛОРОЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ГРАВИТАЦИОННЫМИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

В. И. Григорьев

(кафедра квантовой теории)

Заметное внимание при обсуждении методов регистрации гравитационного излучения [1, 2] уделяется различным механизмам «преобразования» гравитационных волн в электромагнитные. Целью настоящей работы является анализ такого рода процессов.

Постановка задачи такова: в объеме $L_x \times L_y \times L_z$, например между обкладками конденсатора или в зазоре магнита, имеется однородное и меняющееся периодически во времени поле. Через это поле проходит гравитационная волна. Нужно найти то электромагнитное излучение, которое при этом возникнет.

Пусть невозмущенное поле — электрическое для определенности — имеет напряженность $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \chi \cos \omega t$, где $\chi = 1$ внутри и $\chi = 0$ за пределами конденсатора. Как показывает расчет, мощность электромагнитного излучения не зависит от направления $\mathbf{E}_0$; направим $\mathbf{E}_0$, например, по оси y.

Предположим, что гравитационная плоская волна распространяется вдоль оси x. Метрический тензор g_{ik}, как обычно [3], удобно представить в виде

$$g_{ik} = g_{ik}^{(0)} + h_{ik} \quad (g_{00}^{(0)} = -1;\ g_{11}^{(0)} = g_{22}^{(0)} = g_{33}^{(0)} = 1) \tag{1}$$

и выбрать малые добавки h_{ik} к евклидовой части $g^{(0)}{}_{ik}$ метрического тензора таким образом:

$$h_{22} = -h_{33} = h \cos \Omega \left(t - \frac{x}{c}\right);\ h_{12} = h \sin \Omega \left(t - \frac{x}{c}\right), \tag{2}$$

что отвечает циркулярной поляризации волны. Обычно представляет интерес лишь весьма малое «искривление» пространства гравитационным излучением, поэтому дальнейшее рассмотрение можно проводить в линейном по h приближении.

Поскольку влияние гравитационного поля на электромагнитное при этом также мало, метрический тензор последнего можно записать в виде

$$F_{ik} = \mathscr{F}_{ik} + f_{ik}, \tag{3}$$

где $\mathscr{F}_{ik}$ — «невозмущенная» часть, а f_{ik} — малая добавка к ней.

При наличии гравитационного поля уравнения Максвелла приобретают известную форму:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^k}\left(\sqrt{-g}\,F^{ik}\right)=\frac{4\pi}{c}j^i;\ F^{ik}=g^{il}g^{kn}F_{ln}. \tag{4}$$

Переход от этих микроскопических к макроскопическим уравнениям, связанный с усреднением по физически бесконечно малым объемам, при учете гравитационного поля не отличается от общеизвестной процедуры в классической электродинамике, если, конечно, масштаб неоднородности гравитационного поля не меньше, чем электромагнитного. Компоненты усредненного тензора $\langle F_{ik}\rangle\equiv G_{ik}$ естественно, как и обычно, называть напряженностью электрического и индукцией магнитного поля.

Можно, проводя разделение зарядов на свободные и связанные, исключить последние из рассмотрения, вводя с помощью соотношения

$$-\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^k}\left(\sqrt{-g}\,P^{ik}\right)=\frac{4\pi}{c}\langle j^{(i)}_{\text{связ}}\rangle \tag{5}$$

тензор P^{ik}, описывающий поляризацию и намагничение вещества. Тогда тензор $G^{ik}+P^{ik}\equiv Q^{ik}$, образованный из компонент индукции электрического и напряженности магнитного поля, описывается уравнением, содержащим только контравариантный вектор плотности свободных зарядов и токов:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^k}\left(\sqrt{-g}\,Q^{ik}\right)=\frac{4\pi}{c}J^i, \tag{6}$$

$$J^i\equiv\langle j^i_{\text{своб}}\rangle.$$

Пусть для вещества между обкладками конденсатора можно использовать простейшие материальные уравнения, которые в отсутствие гравитационного поля принимают вид $\mathbf{D}=\varepsilon\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}=\mathbf{H}$, т. е. $\mu=1$. Тогда в интересующем нас линейном по h приближении уравнения Максвелла записываются так:

$$\frac{\partial}{\partial x^1}\{\varepsilon F_{10}\}+\frac{\partial}{\partial x^2}\{\varepsilon(F_{20}+F_{10}h_{21}+F_{20}h_{22})\}+$$

$$+\frac{\partial}{\partial x^3}\{\varepsilon(F_{30}+F_{30}h_{33})\}=0,$$

$$-\frac{\partial}{\partial x^0}\{\varepsilon F_{10}\}+\frac{\partial}{\partial x^2}\{F_{12}h_{22}\}+\frac{\partial}{\partial x^3}\{F_{13}h_{33}\}+\frac{\partial F_{1\beta}}{\partial x^\beta}=0,$$

$$-\frac{\partial}{\partial x^0}\{\varepsilon(F_{10}h_{21}+F_{20}h_{22}+F_{20})\}+\frac{\partial}{\partial x^1}\{F_{21}h_{22}\}+$$

$$+\frac{\partial}{\partial x^3}\{F_{13}h_{21}\}+\frac{\partial F_{2\beta}}{\partial x^\beta}=0, \tag{7}$$

$$-\frac{\partial}{\partial x^0}\{\varepsilon(F_{30}h_{33}+F_{30})\}+\frac{\partial}{\partial x^2}\{F_{31}h_{21}\}+\frac{\partial F_{3\beta}}{\partial x^\beta}=0\ (\beta=1,2,3).$$

При написании (7) учтено, что $\mathcal{F}_{12}=\mathcal{F}_{13}=\mathcal{F}_{23}=0$, а также что отличными от нуля из всех h_{ik} являются лишь компоненты h_{12}, h_{22} и h_{33}.

Поскольку для невозмущенного поля

$$\operatorname{div}\mathbf{D}^{(\text{невозм})}=\frac{\partial}{\partial x^\alpha}(\varepsilon\mathcal{F}_{\alpha0})=0;\ -\frac{\partial}{\partial x^0}(\varepsilon\mathcal{F}_{\alpha0})+\frac{\partial}{\partial x^\beta}\mathcal{F}_{\alpha\beta}=0,$$

получаем такие уравнения для искомых добавок к тензору электромагнитного поля (в линейном приближении):

$$\frac{\partial}{\partial x^\alpha}(\varepsilon f_{\alpha 0}) = -\frac{\partial}{\partial x^2}(h_{21}\mathcal{F}_{10} + h_{22}\mathcal{F}_{20}) - \frac{\partial}{\partial x^3}(h_{33}\mathcal{F}_{30}),$$

$$\frac{\partial}{\partial x^2}(h_{22}\mathcal{F}_{12}) + \frac{\partial}{\partial x^3}(h_{33}\mathcal{F}_{13}) = \frac{\partial}{\partial x^0}(\varepsilon f_{10}) - \frac{\partial}{\partial x^\beta}(f_{1\beta}), \tag{8}$$

$$-\frac{\partial}{\partial x^0}(\varepsilon f_{20}) + \frac{\partial}{\partial x^\beta}(f_{2\beta}) = \varepsilon\frac{\partial}{\partial x^0}(h_{21}\mathcal{F}_{10} + h_{22}\mathcal{F}_{20}) -$$

$$-\frac{\partial}{\partial x^1}(h_{22}\mathcal{F}_{21}) - \frac{\partial}{\partial x^3}(h_{21}\mathcal{F}_{13}),$$

$$-\frac{\partial}{\partial x^0}(\varepsilon f_{30}) + \frac{\partial}{\partial x^\beta}(f_{3\beta}) = \varepsilon\frac{\partial}{\partial x^0}(h_{33}\mathcal{F}_{30}) - \frac{\partial}{\partial x^2}(h_{21}\mathcal{F}_{31}).$$

Потенциальная часть возникающего вторичного электрического поля оказывается отличной от нуля, если невозмущенное поле однородно. Принятое выше предположение о виде невозмущенного поля позволяет исключить из рассмотрения эту потенциальную часть.

Продольные, т. е. направленные по линии распространения гравитационной волны, компоненты вторичного электромагнитного поля также равны нулю. Поперечные же компоненты, вообще говоря, ненулевые. При обсуждаемых нами условиях потенциалы a_i вторичного поля имеют отличные от нуля компоненты a_2 и a_3. Выпишем для примера уравнение для a_2:

$$\left(\nabla^2 - \frac{\varepsilon}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) a_2 =$$

$$= -\frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left\{h\cos\Omega\left(t - \frac{x}{c}\right)E_0\cos\omega t\right\}\chi(x, y, z), \tag{9}$$

где $\chi(x, y, z)$ равно единице внутри конденсатора и нулю за его пределами.

В точках, удаленных от конденсатора на расстояние, значительно превышающее L, должно появляться вторичное электромагнитное волновое поле, которое распространяется в том же направлении, что и породившая его гравитационная волна. При тех условиях, которые были приняты выше, единственной ненулевой компонентой потенциала вторичного поля является a_2, определяемая уравнением (9).

Первое приближение, дающее ненулевой вклад, для интенсивности вторичного электромагнитного излучения — дипольное электрическое приближение; мощность этого излучения

$$W^{\text{э}} = \frac{2}{3c^3}|\ddot{\mathbf{d}}|^2,$$

где при рассматриваемых нами условиях дипольный электрический момент $\mathbf{d}$ таков, что у $\mathbf{d} = \int d\mathbf{v}\cdot\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ отлична от нуля лишь одна компонента

$$\dot{d}_2 = \varepsilon\frac{\partial}{\partial t}\left\{hE_0\cos\Omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\cos\omega t\right\}\chi(x, y, z).$$

Для мощности вторичного излучения получается поэтому выражение

$$W^{(\text{э})} = \frac{2\varepsilon^2 L_y^2 L_z^2 E_0^2 h^2}{48\pi^2 c\,\Omega^2}\{(\omega + \Omega)^2\sin(\omega + \Omega)t +$$

$$+ (\omega - \Omega)^2 \sin(\omega - \Omega) t\}^2 \sin^2 \frac{L_x \Omega}{2c}. \tag{10}$$

После усреднения по времени выражения (10) получим

$$\overline{W}^{(э)} = \frac{\varepsilon^2 E_0^2 h^2 L_y^2 L_z^2 (\omega^4 + \Omega^4 + 6\omega^2 \Omega^2)}{24 \pi^2 c \Omega^2} \sin^2 \frac{L_x \Omega}{2c}. \tag{11}$$

Прежде всего нужно отметить, что $\overline{W}^{(э)}$ достигает максимума при «резонансных» значениях размеров области наложения гравитационного излучения и первичного электрического поля:

$$L_k = (2k + 1) \frac{\pi c}{\Omega}, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

Когда $L\Omega/2c \ll 1$, $\overline{W}^{(э)}$ можно представить в виде

$$\overline{W}^{(э)} \approx \frac{\varepsilon^2 E_0^2 h^2 V^2 (\omega^4 + \Omega^4 + 6\omega^2 \Omega^2)}{96 \pi^2 c^3}, \tag{12}$$

где $V \equiv L_x \times L_y \times L_z$ — объем области, занятой первичным электрическим полем. Уместно заметить, что при $\omega \to 0$, т. е. когда первичное поле является постоянным, $\overline{W}^{(э)}$ не обращается в нуль:

$$\overline{W}\Big|_{\omega \to 0}^{(э)} = \frac{\varepsilon^2 E_0^2 L_y^2 L_z^2 h^2 \Omega^2}{24 \pi^2 c} \sin^2 \frac{L_x \Omega}{2c}. \tag{13}$$

Рассмотрение, подобное проведенному выше, позволяет найти вторичные электромагнитные волны, образующиеся при прохождении гравитационного излучения через области, в которых имеется магнитное поле. Опуская выкладки, приведем лишь окончательное выражение для получающейся при этом усредненной по времени мощности вторичного электромагнитного излучения в первичном магнитном поле $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \chi \cos \omega t$ ($\chi = 1$ в «рабочей области» $L_x \times L_y \times L_z$ и $\chi = 0$ вне этой области):

$$\overline{W}^{(м)} = \frac{H_0^2 L_y^2 L_z^2 h^2 (\omega^2 + \Omega^2)}{24 \pi^2 c} \sin^2 \frac{L_x \Omega}{2c}. \tag{14}$$

Подробные вычисления, которые здесь опущены, показывают, что выражение (14) для мощности вторичного электромагнитного излучения справедливо как для случая продольного, т. е. направленного вдоль линии распространения гравитационной волны, так и для перпендикулярного этой линии первичного магнитного поля. При $\omega \gg \Omega$

$$\overline{W}^{(э)} / \overline{W}^{(м)} \approx \left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2 \left(\frac{E_0}{H_0}\right)^2. \tag{15}$$

Несмотря на малость первого множителя, вывод о преимущественном порождении электромагнитных волн гравитационными в электрических полях нельзя признать оправданным, так как в природных и экспериментальных условиях магнитные поля значительно больших напряженностей H_0, чем электрические, реализуются в достаточно больших областях. Так, напряженность магнитного поля у поверхности пульсаров [4—6] порядка 10^{12} Гс, и преобразование гравитационных волн в электромагнитные должно протекать там достаточно эффективно.

Угловое распределение вторичного электромагнитного излучения определяется в первую очередь направлением распространения гравитационной волны: это направление всегда является и направлением наибольшего электромагнитного излучения. В перпендикулярных на-

правлениях интенсивность электромагнитного излучения изменяется от нуля до того же максимального значения, что и для излучения вперед. Направления нулевого излучения определяются как направлением первичного поля, так и поляризацией гравитационной волны. Если эта волна не поляризована, угловое распределение электромагнитного излучения (независимо от направления первичного электрического или магнитного поля) таково: оно максимально в направлении распространения гравитационной волны, и интенсивность этого вторичного излучения постепенно уменьшается в 2 раза в перпендикулярном направлении.

Вторичные электромагнитные волны имеют комбинированные частоты $\omega+\Omega$ и $\omega-\Omega$. Если ω и Ω близки по величине, то преобладает излучение суммарной частоты, в случаях же $\omega\gg\Omega$ или $\omega\ll\Omega$ вклад волн обеих комбинированных частот примерно одинаков. Порождающиеся в постоянных электрических или магнитных полях электромагнитные волны имеют ту же частоту, что и гравитационные.

Появление настоящей работы в значительной мере обязано В. Б. Брагинскому, которому я рад принести здесь мою признательность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Брагинский В. Б., Грищук Л. П. и др. ЖЭТФ, 1973, 65, с. 1729. [2] Грищук Л. П. УФН, 1977, 121, № 4, с. 629. [3] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Наука, 1973. [4] Coe M. J. et al. Nature, 1977, 258, p. 508. [5] Lensen R., Trumper J. Nature, 1978, 271, p. 216. [6] Пайнс Д. УФН, 1980, 131, № 3, с. 479.

Поступила в редакцию
15.10.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, т. 23, № 3

УДК 621.373.826.038.823

МАГНИТНОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО РЕЗОНАНСА В ТРЕХУРОВНЕВОЙ СИСТЕМЕ Ar II

Н. А. Главатских, Л. Е. Гринь, В. В. Лебедева, А. И. Одинцов

(кафедра оптики и спектроскопии)

Методы нелинейной лазерной спектроскопии в трехуровневых системах позволяют исследовать структуру атомных и молекулярных уровней, обычно скрытую доплеровским и естественным уширениями линий [1—3]. В частности, возможно исследование эффектов Зеемана и Штарка в значительно более слабых полях, чем при использовании методов линейной спектроскопии. Это позволяет измерять с высокой точностью g-факторы уровней [4], электрические дипольные моменты молекул в основном и возбужденном состояниях [5] и проводить другие тонкие исследования в магнитных и электрических полях.

Характерной особенностью взаимодействия трехуровневой системы с мощным монохроматическим полем, совпадающим по частоте с одним из переходов, является наличие узкого нелинейного резонанса на другом, смежном переходе. Ширина этого резонанса при определенных условиях может быть меньше естественной ширины каждого из переходов в отдельности. Расщепление узкого резонанса в магнитном поле в общем случае может иметь весьма сложный вид.