Авторы выражают благодарность Г. Н. Флёрову, Ю. Ц. Оганесяну и Б. С. Джелепову за обсуждение результатов работы, ценные замечания и предложения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Колесников Н. Н. ЖЭТФ, 1956, **30**, с. 889. [2] Колесников Н. Н. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1966, № 6, с. 76. [3] Zeldes N. Nucl. Phys., 1965, 63, p. 1. [4] Liran S., Zeldes N. Atomic Data and Nuclear Data Tables, 1976, **17**, p. 431. [5] Garvey G. T. et al. Rev. Mod. Phys., 1969, **41**, p. S3. [6] Comey E., Kelson I. Atomic Data and Nuclear Data Tables, 1976, **17**, p. 463. [7] Колесников Н. Н., Вымятнин В. М. В кн.: Проблемы ядерной физики и космических лучей. Харьков, 1977, вып. 6, с. 102. [8] Колесников Н. Н., Вымятнин В. М. Изв. вузов. Сер. Физика, 1977, № 6, с. 115. [9] Wapstra A. H., Gove N. B. Nuclear Data Tables, 1971, **9**, p. 265. [10] Wapstra A. H., Bos K. Atomic Data and Nuclear Data Tables, 1977, **19**, p. 1. [11] Thiberger R., Shalit A. de. Phys. Rev., 1958, **108**, p. 378. [12] Колесников Н. Н., Вымятнин В. М., Черепанов Е. А. Деп. ВИНИТИ, 1980, № 3831—80.

Поступила в редакцию
17.10.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1982, т. 23, № 3

УДК 538.3:530.145

О ВЕРШИННОЙ ФУНКЦИИ ЭЛЕКТРОНА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Ю. М. Лоскутов, В. В. Скобелев

(кафедра теоретической физики)

В предыдущих работах нами было показано, что вершинная функция электрона Λ_μ в асимптотически сильном магнитном поле $B \gg B_0 = m^2/e = 4{,}41 \cdot 10^{13}$ Гс может быть инвариантным образом выражена через два формфактора: $f(k_\parallel^2)$ и $g(k_\parallel^2)$, зависящих от квадрата двумерного импульса $k_\parallel^2 = k_0^2 - k_3^2$ (ось 3 параллельна полю) [1, 2] (см. также [3]). В рамках использованного в [1—3] «двумерного приближения» квантовой электродинамики (КЭД) учитывается лишь лидирующая асимптотика по степени поля, содержащаяся в «продольной» части Λ_μ, соответствующей значениям индекса $\mu = 0{,}3$ ($\Lambda_\mu^\parallel$). Полевая асимптотика поперечной части $\Lambda_\mu^\perp = \Lambda_\mu - \Lambda_\mu^\parallel$, отличной от нуля при $\mu = 1, 2$, содержит меньшую степень поля, и в ковариантном (в пространстве 0,3) формализме «двумерного приближения» вкладом $\Lambda_\mu^\perp$ следует пренебречь. Однако для меньшей величины внешнего поля (в том числе и при $B \sim B_0$) вклад поперечной части вершинной функции становится одного порядка с $\Lambda_\mu^\parallel$. Кроме того, вычисление $\Lambda_\mu^\perp(k_\parallel^2, k_\perp^2, B)$ ($k_\perp^2 = k_1^2 + k_2^2$) имеет самостоятельный интерес, поскольку соответствующий формфактор при $k_\parallel^2 = k_\perp^2 = 0$ связан с аномальным моментом электрона в магнитном поле (см. ниже).

В настоящей работе, дополняющей результаты [1, 3], вычислен «поперечный» формфактор $g_\perp(k_\parallel^2, k_\perp^2, B)$ для произвольных значений импульса фотона k и поля, но при условии, что внешние электронные линии находятся на основном уровне (однако в промежуточных состояниях, в отличие от схемы «двумерного приближения» КЭД, учитываются все вклады). В частности, при $B = 0$ $g_\perp$ становится функцией $k^2 = k_\parallel^2 - k_\perp^2$ и совпадает со швингеровским значением [4].

Вид Λ_μ можно установить, сравнивая выражения для матричного элемента эффективной диаграммы

$$\langle |S| \rangle^\mu_a = -ie\int \overline{\psi}_-(x)\,\Lambda^\mu \psi_+(x)\,e^{ikx} d^4x \qquad (1)$$

и диаграммы третьего порядка

$$\langle |S| \rangle^\mu_\sigma = -e^3 \int d^4x d^4y d^4z\, \overline{\psi}_-(y)\,\gamma^\nu G(y, x)\,\gamma^\mu G(x, z)\,\gamma_\nu \psi_+(z)\,D(z-y)\,e^{ikx}. \qquad (2)$$

Здесь ψ_- и ψ_+ — волновые функции на основном уровне, пропорциональные спинору $u(p)$ со свойствами [1]

$$(\widehat{p}_\parallel - m)\,u(p) = 0, \qquad (3а)$$

$$\Pi_- u(p) = u(p), \qquad (3б)$$

где

$$\Pi_\mp = \frac{(1 \mp \sigma_3)}{2} = (1 \mp i\gamma_1\gamma_2)/2$$

и представляет собой оператор проектирования спина на направление поля (Π_- — против поля, Π_+ — по полю). Точную функцию Грина электрона в магнитном поле выберем в виде [5]

$$G(x, y) = \exp\left\{-\frac{i}{2}\gamma(x_1 + y_1)(x_2 - y_2)\right\}\frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4p G(p)\,e^{ip(x-y)}, \qquad (4а)$$

$$G(p) = \frac{1}{\gamma\eta}\int_0^1 dt\left(\frac{1+t}{1-t}\right)^\eta e^{-2\delta t}\left\{(\widehat{p}_\parallel + m)\left[\Pi_-(1 - 2\delta t) - \frac{\eta}{1+t}\right] - \eta\widehat{p}_\perp\right\}, \qquad (4б)$$

где

$$\eta = (p_\parallel^2 - m^2)/2\gamma, \;\; \delta = p_\perp^2/2\gamma, \;\; \gamma = |eB|,$$

$$\widehat{p}_\parallel = \gamma_0 p^0 + \gamma_3 p^3, \;\; \widehat{p}_\perp = \gamma_1 p^1 + \gamma_2 p^2. \qquad (4в)$$

Представление (4) справедливо для $\eta < 0$ — именно эта область дает вклад в интеграл по двумерному виртуальному импульсу $d^2p_\parallel$ при повороте контура интегрирования на мнимую ось p_0.

Используя формулы (1)—(4), получаем после вычисления интегралов по координатам следующее выражение для Λ_μ:

$$\Lambda^\mu = -\frac{4i\alpha}{(2\pi)^6\gamma^4}\int d^2q_\perp d^2p_\perp d^2p'_\perp d^2p_\parallel \frac{4\pi}{\eta(p)\,\eta(p-k)\,[(p-p_-)^2 - q_\perp^2]} \times$$

$$\times \exp\left\{-\frac{(p-p')_\perp^2}{\gamma} + \frac{k(p-p')_\perp}{\gamma} + \frac{i}{\gamma}[k_1(p_2 + p'_2) - k_2(p_1 + p'_1) + \right.$$

$$\left. + 2(p_2p'_1 - p_1p'_2) + 2q_2(p_1 - p'_1 - k_1) - 2q_1(p_2 - p'_2 - k_2)]\right\} \times \qquad (5)$$

$$\times \int_0^1 dt_1 dt_2 \left(\frac{1+t_1}{1-t_1}\right)^{\eta(p)} \cdot \left(\frac{1+t_2}{1-t_2}\right)^{\eta(p-k)} \exp\left(-\frac{p_\perp^2}{\gamma}t_1 - \frac{p_\perp'^2}{\gamma}t_2\right) \times$$

$$\times \gamma^\nu\left\{(\widehat{p}_\parallel + m)\left[\Pi_-\left(1 - \frac{p_\perp^2}{\gamma}t_1\right) - \frac{\eta(p)}{1+t_1}\right] - \eta(p)\,\widehat{p}_\perp\right\}\gamma^\mu \times$$

$$\times \left\{(\widehat{p}_\parallel - \widehat{k}_\parallel + m)\left[\Pi_-\left(1 - \frac{p_\perp'^2}{\gamma}t_2\right) - \frac{\eta(p-k)}{1+t_2}\right] - \eta(p-k)\,\widehat{p}'_\perp\right\}\gamma_\nu,$$

где интеграл $d^2q_\perp$ берется по поперечному импульсу виртуального фотона, $d^2p_\perp$ и $d^2p'_\perp$ — по поперечным импульсам виртуальных электронов, $d^2p_\parallel$ — по продольному импульсу петли (p_- — импульс выходящей электронной линии). Используя свойства (3б) и соотношения

$$\Pi_+ u = 0, \ \Pi_\pm \gamma_\mu^\perp \Pi_\pm = 0, \ \gamma_\nu^\parallel \gamma_\mu \gamma_\parallel^\nu = 0,$$

можно однозначно выделить из (5) вклад поперечной части. В результате довольно громоздких преобразований он приводится к виду

$$\Lambda_\perp^\mu = -\frac{4i\alpha}{(2\pi)^3\gamma^2}\int d^2q_\perp \int_0^1 \frac{F dt_1 dt_2}{(1+t_1)(1+t_2)} \int_0^\infty d\tau \int d^2p_\parallel \times$$
$$\times \exp\left\{\eta(p)\ln\left(\frac{1+t_1}{1-t_1}\right) + \eta(p-k)\ln\left(\frac{1+t_2}{1-t_2}\right) + \right.$$
$$\left. + \tau\left[(p-p_-)_\parallel^2 - q_\perp^2\right]\right\} \cdot \left\{2m\left[q_\perp^\mu - \frac{1}{1-t_2}\widehat{q}_\perp \gamma_\perp^\mu - \frac{1}{1-t_1}\gamma_\perp^\mu \widehat{q}_\perp\right] + \right.$$
$$\left. + \gamma_\perp^\mu\left(\frac{1-t_2}{1+t_2}\widehat{q}_\perp + \widehat{k}_\perp\right)(\widehat{p}_\parallel - \widehat{k}_\parallel - m) + (\widehat{p}_\parallel - m)\left(\frac{1-t_1}{1+t_1}\widehat{q}_\perp - \widehat{k}_\perp\right)\gamma_\perp^\mu\right\},$$

где

$$F = \frac{1}{(1+t_1)(1+t_2)}\exp\left\{-\frac{q_\perp^2}{\gamma}\frac{t_1+t_2}{(1+t_1)(1+t_2)} - \frac{(k_1+ik_2)(q_1-iq_2)}{\gamma(1+t_2)} + \right.$$
$$\left. + \frac{(k_1-ik_2)(q_1+iq_2)}{\gamma(1+t_1)} + \frac{2i}{\gamma}(q_1k_2 - q_2k_1)\right\}.$$

После вычисления интегралов гауссова типа по $d^2p_\parallel$ и $d^2q_\perp$ выражение $\Lambda_\perp^\mu$ приобретает явно калибровочно-инвариантный вид и может быть представлено в форме

$$\Lambda_\perp^\mu = -\frac{1}{2m} g_\perp(k_\parallel^2, k_\perp^2, B)\,\sigma_\perp^{\mu\nu} k_\nu,$$

$$\sigma_\perp^{\mu\nu} = \frac{1}{2}(\gamma_\perp^\mu \gamma_\perp^\nu - \gamma_\perp^\nu \gamma_\perp^\mu),$$

где $g_\perp$ — «поперечный» формфактор:

$$g_\perp(k_\parallel^2, k_\perp^2, B) = -\frac{2\alpha m^2}{\pi\gamma}\int_0^1 \frac{dt_1 dt_2}{(1+t_1)^2(1+t_2)^2}\int_0^\infty \frac{d\tau}{T[\tau+\ln(T_1T_2)]} \times$$
$$\times \left\{-\frac{\ln(T_1T_2)}{\tau+\ln(T_1T_2)}\left[1 - \frac{t_1(1-t_2)}{T(1+t_1)(1+t_2)}\right] + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{T(1+t_1)(1+t_2)}\left[\frac{t_1-t_2}{1-t_1} + \frac{1}{2}(t_1+t_2+2t_1t_2)\frac{1+t_1}{1-t_1}\right]\right\} \times$$
$$\times \exp\left\{-\frac{k_\perp^2}{\gamma T}\frac{t_1t_2}{(1+t_1)(1+t_2)} - \frac{m^2\ln^2(T_1T_2) - k_\parallel^2 \ln T_1 \ln T_2}{\gamma(\tau+\ln(T_1T_2))}\right\}, \qquad (6)$$

$$T_{1,2} = \left(\frac{1+t_{1,2}}{1-t_{1,2}}\right)^{1/2}, \ T = \tau + \frac{t_1+t_2}{(1+t_1)(1+t_2)}.$$

Данное выражение не содержит инфракрасной расходимости, в отличие от «продольных» формфакторов f и g, вычисленных в двумерной асимптотике КЭД [1] (при $B \gg B_0$).

Переход к отсутствию внешнего поля $\gamma\to 0$ в (6) легко выполнить, если учесть, что эффективный вклад в интеграл будет давать область $\ln^2(T_1T_2)\sim 0$, т. е. $t_1\sim t_2\sim 0$. Полагая, где это можно, $t_1=t_2=0$, находим, что $g_\perp$ становится функцией только $k^2=k_\parallel^2-k_\perp^2$ (<0):

$$g_\perp(k^2)=\frac{\alpha}{\pi}\,\frac{\xi\ln\xi}{\xi^2-1},\quad -\frac{k^2}{m^2}=\frac{(1-\xi)^2}{\xi}$$

и совпадает со швингеровским результатом.

Покажем далее, что значение $g_\perp$ при $k_\parallel^2=k_\perp^2=0$ дает аномальный магнитный момент электрона, находящегося в магнитном поле с индукцией B. Введем для этого дополнительное поле с индукцией $B'\ll B$, направленное вдоль основного, с векторным потенциалом A'_μ. Радиационная поправка к матричному элементу рассеяния электрона (по-прежнему находящегося на основном уровне) на этом потенциале имеет вид

$$M'=e(\bar{u}_1\Lambda^\mu u_2)A'_\mu. \tag{7}$$

Вклад в M' дает лишь поперечная часть Λ^μ, содержащая $g_\perp$. В нерелятивистском случае выражение (7) приобретает вид (верхний знак соответствует $B'\uparrow\uparrow B$, нижний — $B'\uparrow\downarrow B$)

$$M'=\pm\frac{e}{2m}g_\perp(0,B)B'(\bar{u}_1u_2).$$

Отсюда следует, что дополнительная энергия, приобретаемая электроном в поле B', равна множителю при $(\bar{u}_1u_2)$, т. е. аномальный момент определяется выражением

$$\mu(B)=\frac{e}{2m}g_\perp(0,B)$$

(здесь учтено, что на основном уровне спин ориентирован против B). Значение $\mu(B)$ в интегральной форме было получено также в [6], но сравнение (6) и результата [6] в общем виде затруднительно.

Разложение (6) в ряд при $\gamma\gg m^2$, $k_\parallel^2$, $k_\perp^2$ дает

$$g_\perp(k_\parallel^2,k_\perp^2,B)\approx-\frac{\alpha}{\pi}\,\frac{\ln(B/B_0)}{(B/B_0)}\left[1+\frac{1}{2\gamma}\left(k_\parallel^2-\frac{1}{4}k_\perp^2\right)+\dots\right].$$

Первое слагаемое в этой формуле соответствует значению аномального момента при $B\gg B_0$ и отличается множителем от асимптотики, полученной в [6].

В заключение отметим, что использованное при вычислении $g_\perp$ условие полного вырождения внешних электронных линий по поперечным возбуждениям реализуется в условиях магнитных нейтронных звезд с полями $B\geqslant 10^{9-11}$ Гс (естественно, при достаточно низкой температуре $T\leqslant 10^{5-7}$ К звезды). В этом смысле развиваемый подход может оказаться полезным с точки зрения исследования физических процессов в окрестности таких объектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Скобелев В. В. ЖЭТФ, 1977, 72, с. 1298. [2] Скобелев В. В. Изв. вузов. Сер. Физика, 1978, № 9, с. 126. [3] Лоскутов Ю. М., Скобелев В. В. ЖЭТФ, 1979, 74, с. 809. [4] Schwinger J. Phys. Rev., 1949, 75, p. 651, 1912. [5] Лоскутов Ю. М., Скобелев В. В. Ядерная физика, 1980, 31, с. 1279. [6] Байер В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М. Ядерная физика, 1976, 24, с. 379.

Поступила в редакцию
05.11.80