

УДК 551.465

О ПРИБРЕЖНОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ, ОБУСЛОВЛЕННОЙ СГОНАМИ И НАГОНАМИ ВОД

Н. К. Шелковников, С. А. Арсеньев

(кафедра физики моря и вод суши)

1. Исследования океанов и морей с помощью дистанционных методов открывают новые возможности изучения динамики вод и на шельфе.

Наблюдения, проведенные в последнее время с неподвижных платформ [1], судов [2] и самолетов [3], выявили целый ряд неизвестных ранее закономерностей распределения полей температуры, течений и турбулентности. В настоящей работе предлагается гидродинамическая модель, предназначенная для интерпретации подобных наблюдений, в частности горизонтального распределения течений, изменения толщины перемешанного слоя, температуры поверхности океана и рельефа его свободной поверхности по нормали к береговой черте при сгонно-нагонных явлениях. В качестве исходного базиса модели используются идеи интегрального описания деятельного слоя океана, получившие в последнее время широкое распространение [4—8].

2. Направим ось x перпендикулярно к берегу, ось y — вдоль берега, ось z — вертикально вниз. Начало координат поместим на невозмущенной поверхности океана, на некотором расстоянии от берега (рис. 1).

Уравнения модели запишем в виде * [4, 7]

$$h \frac{\partial \tau^0}{\partial t} + U^h \frac{\partial \tau^0}{\partial x} = \Gamma^0 - \Gamma^{h-0} + I^0 [1 - \exp(-\lambda h)], \quad (1)$$

$$(\tau^0 - \tau^H) \left(\frac{\partial h}{\partial t} - w_n \right) = \Gamma^{h-0} - \Gamma^{h+0}, \quad (2)$$

$$(H - h) \frac{\partial \tau^H}{\partial t} + U^H \frac{\partial \tau^H}{\partial x} = \Gamma^{h+0} - \Gamma^H + I^0 \exp(-\lambda h) \{1 - \exp[-\lambda(H - h)]\}, \quad (3)$$

где

$$U^h = \int_{\xi}^{h-0} u dz, \quad U^H = \int_{h+0}^H u dz \quad (4)$$

* Здесь и далее используются обозначения работ [4, 5, 7—9].

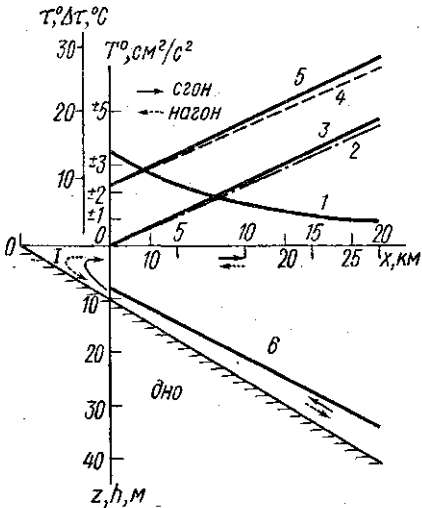


Рис. 1. Горизонтальное распределение тангенциального напряжения ветра T^0 (1), скачка температуры $\Delta\tau$ (3, 2), температуры поверхности океана τ^0 (4, 5) и толщины перемешанного слоя h (6) на шельфе; $\lambda \rightarrow \infty$ (3, 5), $\lambda = 0,1 \text{ м}^{-1}$ (2, 4). I — зона полного перемешивания. Расстояние x отсчитывается от зоны I — верхняя шкала или от берега — нижняя шкала

нормальные к берегу составляющие полного потока в перемешанном слое и термоклине;

$$\omega_n = \omega^h - u^h \frac{\partial h}{\partial x} \quad (5)$$

вертикальная составляющая скорости течения по нормали к поверхности раздела; I_0 — поток тепла, обусловленный солнечной радиацией; Γ^0 , Γ^{h-0} , Γ^{h+0} , Γ^H — турбулентные потоки тепла на поверхности океана, на нижней и верхней границах перемешанного слоя и на дне океана соответственно; λ — коэффициент объемного поглощения солнечной радиации; ξ — отклонение поверхности океана от невозмущенного уровня.

При выводе уравнений (1)–(3) использовалась двухслойная аппроксимация вертикального профиля температуры: в поверхностном перемешанном слое толщины h температура τ^0 не зависит от глубины, слой скачка моделируется поверхностью разрыва, в придонном слое толщины $H-h$ температура τ^H также не зависит от глубины. Кроме того, предполагалось, что плотность морской воды является линейной функцией температуры и движение вдоль берега отсутствует.

Для определения полных потоков U^h и U^H воспользуемся решением задачи о сгонно-нагонных течениях, полученным ранее — см. обзор [9]:

$$u = u^0 \left(1 - 4 \frac{z}{H} + 3 \frac{z^2}{H^2} \right), \quad (6)$$

$$\omega = -z \left(1 - \frac{z}{H} \right)^2 \frac{\partial u^0}{\partial x} - 2u^0 \frac{z^2}{H^2} \left(1 - \frac{z}{H} \right) \frac{\partial H}{\partial x}, \quad (7)$$

$$u^0 = \frac{1}{4} \frac{T^0 H}{A}, \quad A = \frac{\gamma}{4k} |W_{xl}| H, \quad (8)$$

$$T^0 = \gamma |W_{xl}| |W_{xl}|, \quad k = \frac{u^0}{W_{xl}} = \text{const}, \quad \gamma = \text{const}. \quad (9)$$

Из (6) следует, что

$$U^h = -U^H = u^0 h \left(1 - \frac{h}{H} \right)^2. \quad (10)$$

Величину ω_n определим интегрированием уравнения неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial z} = 0 \quad (11)$$

в пределах перемешанного слоя. Используя кинематическое условие

$$\omega^k = u^k \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad \text{при } z = \xi$$

и равенства (10), (4), (5), получим

$$\omega_n = -\frac{\partial U^h}{\partial x} = \frac{\partial U^H}{\partial x}. \quad (12)$$

Система 5 уравнений: (1)–(3), (10), (12) — относительно 8 неизвестных величин h , τ^0 , τ^H , U^h , U^H , ω_n , Γ^{h-0} , Γ^{h+0} незамкнута.

3. Простейшей гипотезой, позволяющей замкнуть систему, является гипотеза «запирающего термоклина», согласно которой $\Gamma^{h-0} = \Gamma^{h+0} = 0$ (см. также работы [5–7]). Физически она означает, что

турбулентность в окрестности слоя скачка отсутствует. Поскольку скачок температуры отличен от нуля, в данной области, как следует из (2), выполняется условие обтекания

$$\frac{\partial h}{\partial t} - w_n = 0. \quad (13)$$

Условие (13) можно, учитывая формулы (5) и (10), переписать также в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} + u^0 \left(1 - \frac{h}{H}\right) \left(1 - 3 \frac{h}{H}\right) \frac{\partial h}{\partial x} + h \left(1 - \frac{h}{H}\right) \frac{\partial u^0}{\partial x} + \\ + 2u^0 \frac{h^2}{H^2} \left(1 - \frac{h}{H}\right) \frac{\partial H}{\partial x} = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Уравнение (14) позволяет вычислить толщину перемешанного слоя h , уравнение (1) — температуру поверхности океана τ^0 , а уравнение (3) — температуру в нижнем слое τ^H . Кроме того, по известным значениям τ^0 и h можно вычислить и рельеф свободной поверхности воды ζ , используя уравнение

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} = -\frac{3}{2} \frac{T^0}{gH} - \frac{h}{2} \delta \frac{\partial \tau^0}{\partial x}, \quad (15)$$

получающееся из уравнения движения

$$g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + g \delta \int_0^z \frac{\partial \tau}{\partial x} dz + A \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (16)$$

интегрированием в пределах перемешанного слоя.

При решении уравнений (14), (1), (3), представляющих собой квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка, необходимо удовлетворить граничным условиям

$$h = h_0(t), \quad \tau^0 = \tau_0^0(t), \quad \tau^H = \tau_0^H(t) \text{ при } x = 0. \quad (17)$$

Уравнения (1)–(3) полезно сложить. Учитывая (13), получим интегральный закон сохранения тепла

$$\frac{\partial}{\partial t} [h\tau^0 + (H-h)\tau^H] + \frac{\partial}{\partial x} (\tau^0 U^h + \tau^H U^H) = \Gamma^0 - \Gamma^H + I^0 [1 - \exp(-\lambda H)]. \quad (18)$$

Построенная модель, состоящая из уравнений (14), (1), (3), (15), (6)–(9), позволяет решить задачу определения функций $h(x, t)$, $\tau^0(x, t)$, $\tau^H(x, t)$, $\zeta(x, t)$, $u(x, z, t)$, $w(x, z, t)$ по заданной скорости ветра W_{xi} , потоку тепла на поверхности Γ^0 и на дне Γ^H океана. Единственным ограничением модели является предположение об отсутствии турбулентности в слое скачка, что соответствует нулевому значению скорости вовлечения $E^* = \frac{\partial h}{\partial t} - w_n$. Подробно гипотеза $E^* = 0$ об-суждается в работах [6, 7].

4. Исследуем стационарное решение задачи, т. е. положим в уравнениях модели $\partial/\partial t = 0$. Из (13) следует, что в этом случае $w_n = 0$. Интегрируя (12) по x и учитывая (10), получим кубическое уравнение для толщины h :

$$h^3 - 2Hh^2 + H^2h - c_0 \frac{H^2}{u^0} = 0, \quad (19)$$

в котором

$$c_0 = u^0(0) h_0 \left[1 - \frac{h_0}{H(0)} \right]^2 \quad (20)$$

постоянная интегрирования, определяемая с помощью условий (17). Это уравнение имеет решение

$$h = \frac{2}{3} H \left[1 - \cos \left(\frac{\alpha}{3} + \frac{\pi}{3} \right) \right], \quad \cos \alpha = \frac{27}{2} \frac{c_0}{u^0 H} - 1. \quad (21)$$

Скачок температуры находится интегрированием закона сохранения тепла (18). Учитывая (10), (19) и (20), найдем

$$\Delta \tau \equiv \tau^0 - \tau^h = F(x)/c_0, \quad (22)$$

где

$$F(x) = \int_0^x \{ \Gamma^0 - \Gamma^H + I^0 [1 - \exp(-\lambda H)] \} dx \quad (23)$$

заданная функция.

Аналогично, интегрируя уравнения (1) и (3), находим температуру поверхности океана τ^0 и температуру термоклина τ^H .

Отметим две асимптотики для толщины перемешанного слоя h , вытекающие из решения (21). При $u^0 \rightarrow \infty$ (шторм) $\cos \alpha \rightarrow -1$, $h \rightarrow H$, т. е. при шторме перемешанный слой проникает до дна. В случае же $u^0 \rightarrow 0$ (штиль) $\cos \alpha \rightarrow 0$, $h \rightarrow H/3$, и из формулы (6) следует $u^h \rightarrow 0$. Таким образом, в условиях штиля возможен случай, когда перемешанный слой располагается на глубине залегания нулевой поверхности.

5. В качестве конкретного примера рассмотрим воздействие ветра, ослабевающего в сторону океана: $T^0 = T^0_0 / (1 + mx)^2$ и дно в виде наклонной плоскости: $H = H_0 + \eta x$ (см. рис. 1). Поток тепла на поверхности океана Γ^0 будем считать равномерным по x , поток тепла на дне Γ^H — равным нулю.

Значения постоянных величин следующие: $\eta = 1,5 \cdot 10^{-3}$, $m = 5 \cdot 10^{-7} \text{ см}^{-1}$, $\Gamma^0 = I^0 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C} \cdot \text{см}/\text{с}$, $h_0 = 8 \text{ м}$, $H_0 = 10 \text{ м}$, $T^0_0 = 2 \text{ см}^2/\text{с}$, $\gamma = 2 \cdot 10^{-6}$, $k = 0,03$. Положим $\tau^0 = \tau^H_0 = 9^\circ\text{C}$, т. е. будем считать, что на мелководье, при $x \leq 0$ происходит полное перемешивание и выравнивание температуры по вертикали (см. рис. 1).

Для исследования эффекта объемного поглощения солнечной радиации рассмотрим два случая: $\lambda \rightarrow \infty$ (мутная вода) и $\lambda = 0,1 \text{ м}^{-1}$ (прозрачная вода).

На рис. 1 представлены результаты расчетов стационарного горизонтального распределения толщины перемешанного слоя h , скачка температуры $\Delta \tau$ и температуры поверхности океана τ^0 . Как видим, объемное поглощение солнечной радиации заметно влияет на температуру τ^0 и скачок $\Delta \tau$, эффект может достигать до 2°C .

Отметим весьма большой горизонтальный градиент температуры поверхности океана $d\tau^0/dx$, возникающий в результате стонно-нагонных эффектов. По результатам наших расчетов $d\tau^0/dx \approx 1^\circ\text{C}/\text{км}$, в то время как для открытого океана типична оценка $10^{-2} \div 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}/\text{км}$. Этот результат подтверждается также и экспериментальными данными. Например, в натуральных условиях найдены градиенты до $1,5^\circ\text{C}/\text{км}$ (см. [3]).

Важным обстоятельством является следующее. Из уравнений (22), (23) следует, что распределение плотности по вертикали устойчиво при нагоне ($W_{xl} < 0$), когда происходит охлаждение поверхности океана ($\Gamma^0 + I^0 < 0$), или при сгоне ($W_{xl} > 0$), когда имеет место нагрев.

Следовательно, при нагоне (даунвеллинг, $\omega > 0$) более теплая океанская вода приносится в прибрежную зону, охлаждаясь до температуры, близкой к температуре глубинной воды, и стекает затем по шельфу вниз. При сгоне же, когда имеет место апвеллинг ($\omega < 0$), глубинная вода поднимается по склону подводной горы вверх, попадает в зону полного перемешивания и затем выносится в океан, нагреваясь у его поверхности (см. рис. 1).

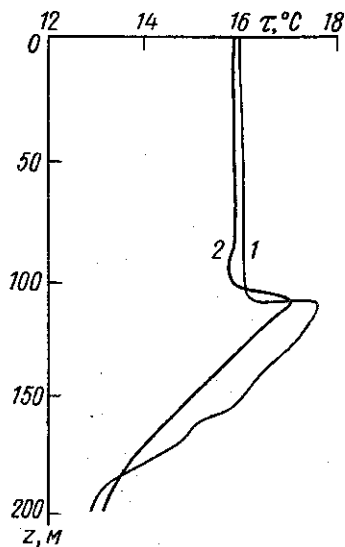


Рис. 2. Вертикальное распределение температуры по данным [10]

Таким образом, предложенная модель проясняет один из вероятных механизмов формирования холодных глубинных вод океана. Холодные глубинные воды океана могут образовываться при нагоне и охлаждении поверхностных вод океана на шельфе. Существенно, что в открытом океане такой механизм не работает.

Отметим, что из уравнений (22), (23) следует образование инверсий температуры (и, возможно, плотности) при нагоне и нагреве поверхности океана или при сгоне и охлаждении. На рис. 2 показаны инверсии температуры, наблюдавшиеся в районе западного побережья Атлантического океана [10]. Рассмотренная модель объясняет факт возникновения подобных инверсий сгонно-нагонными эффектами.

На рис. 3 представлены результаты расчетов вертикальных профилей температуры и скорости течений в случае нагона. Для сравнения здесь же показаны результаты измерений авторов [1]. Как ви-

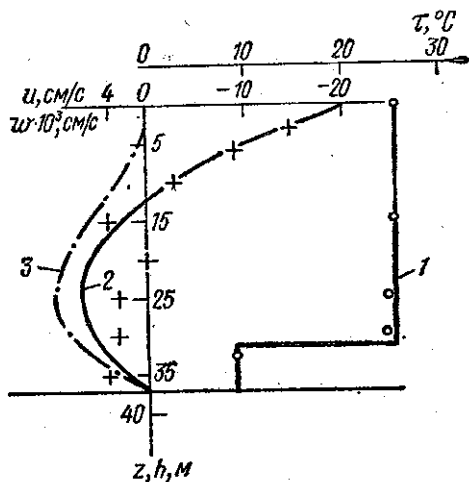


Рис. 3. Расчет вертикального распределения температуры τ (1) при $\lambda \rightarrow \infty$, u -компоненты (2) и ω -компоненты (3) скорости течения при нагоне на расстоянии 25 км от берега. Кружками отмечены наблюдения температуры, крестиками — u -компоненты скорости течения

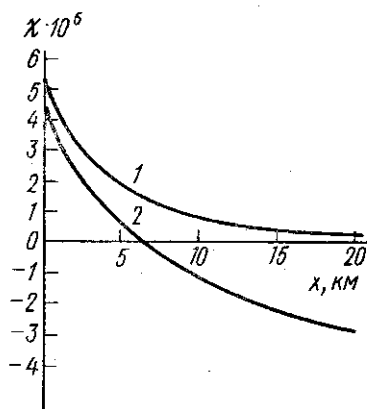


Рис. 4. Зависимость угла наклона поверхности океана χ от горизонтальной координаты: 1 — без учета стратификации, 2 — с учетом стратификации ($\lambda \rightarrow \infty$)

дим, модель правильно предсказывает возникновение очень большого скачка температуры (до 17°C) вблизи дна. Для лучшего соответствия расчетов и измерений необходимо положить $\lambda \rightarrow \infty$ (см. рис. 1), что близко к условиям в исследуемом море.

Из рис. 3 также видно, что наблюдаемое течение носит четко выраженный нагонный характер у поверхности (до глубины 12 м), где вдольбереговая составляющая скорости течения отсутствует. Ниже 12 м течение является сгонным, как и предсказывается моделью.

На рис. 4 показаны результаты расчетов угла наклона поверхности океана $\chi = \partial\zeta/\partial x$. Как видим, наличие стратификации приводит к дополнительному, весьма заметному искривлению поверхности относительно невозмущенного уровня океана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Арсеньев С. А., Доброклонский С. В. и др. Изв. АН СССР. Сер. ФАО, 1975, 11, № 8, с. 845. [2] Шелковников Н. К., Селезнев Н. К., Тимофеев В. В. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1978, 19, № 1, с. 9. [3] Иваненков Г. В. В кн.: Труды Гос. океаногр. ин-та, 1977, вып. 141, с. 19. [4] Арсеньев С. А., Сутырин Г. Г., Фельзенбаум А. И. ДАН СССР, 1976, 231, № 3, с. 567. [5] Арсеньев С. А., Фельзенбаум А. И. ДАН СССР, 1976, 227, № 5, с. 1101. [6] О'Брайен Дж., Кланси М. и др. В кн.: Моделирование и прогноз верхних слоев океана. Л.: Гидрометиздат, 1979, с. 244. [7] Нелло Б. А., Куфтарков Ю. М., Коснырев В. К. Изв. АН СССР. Сер. ФАО, 1978, 14, № 7, с. 768. [8] Фельзенбаум А. И. ДАН СССР. 1980, 225, № 6, с. 1344. [9] Фельзенбаум А. И. В кн.: Итоги науки. Гидромеханика, 1968. М.: Изд. ВИНТИ, 1970, с. 97. [10] Fuglister F. C. Atlantic ocean atlas of temperature and salinity profiles and data from the International Geophysical Year of 1957—1959. Wood-Hole (Massach.), 1960.

Поступила в редакцию
12.06.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1982. Т. 23, № 4

УДК 539.17.01

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ЛИППМАНА — ШВИНГЕРА ДЛЯ НЕЭРМИТОВА ОПЕРАТОРА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

А. И. Васкин, Г. А. Иванов, А. М. Попова

(НИИЯФ)

§ 1. Введение. Во многих областях ядерной физики приходится иметь дело с задачами о рассеянии частиц при условии, что оператор взаимодействия является неэрмитовым и может быть задан, например, в виде

$$V = V_1 + iV_2, \quad (1)$$

где V_1 и V_2 — эрмитовы операторы. Подобные потенциалы обычно используются для описания неупругого рассеяния нерелятивистских частиц.

Как известно, амплитуда рассеяния двух взаимодействующих частиц $t(k, k', z)$ может быть определена на основе интегрального уравнения Липпмана — Швингера вида

$$t(k, k', z) = v(k - k') - \int v(k - k'') \left(\frac{k''^2}{2\mu} - z \right)^{-1} t(k'', k', z) dk''. \quad (2)$$

Здесь z — комплексная энергия, $z = E + i0$, k и k' — импульсы относительного движения двух частиц до и после рассеяния. Если k_1 и k_2