результаты. В табл. 1, 2 приведены значения безразмерных потенциала $u=eT^{-1}\varphi$ и интегралов I_1 и I_2, связанных с параметрами ψ_1 и ψ_2 равенствами $\psi_1=4\pi NT^2I_1$; $\psi_2=2\pi NT^2r_0I_2$. Указаны также соответствующие значения параметров $\gamma^2=\varepsilon_e/\varepsilon_i$ и $\alpha=-(N_1+N_2)n_0^{-1}$. Видно, что при данных значениях параметров задачи условие гладкости случайного поля выполняется тем лучше, чем это поле (в среднем) сильнее (по крайней мере пока остается в силе предположение о полном истощении примесей).

Один из нас (В. Л. Б.-Б.) весьма признателен Н. И. Курдиани, обратившему внимание авторов на задачу, рассматриваемую в настоящей статье.

Мы признательны проф. В. Б. Гласко за ценное обсуждение методики численного расчета.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Gossick B. R. J. Appl. Phys., 1959, 30, p. 1215. [2] Crawford I. H., Jr., Cleland J. W. J. Appl. Phys., 1959, 30, p. 1204. [3] Robert I. L., Pistoulet B. Rev. de Phys. Appl., 1978, 13, p. 246. [4] Bonch-Bruevich V. L., Karaivanov V. D., Proikova Ya. G. Phys. Stat. Sol. (b), 1979, 96, p. 271. [5] Бонч-Бруевич В. Л. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1981, 22, № 2, с. 24. [6] Бонч-Бруевич В. Л., Звягин И. П. и др. Электронная теория неупорядоченных полупроводников М.: Наука, 1981. [7] Цицишвили Е. Г. ФТТ, 1966, 8, с. 1193. [8] Жуматий П. Г. В кн.: Тр. шестой межд. конф. по аморф. и жид. полупроводникам. Электронные явления в некристал. полупроводниках. Л.: Наука, 1976, с. 111. [9] Федирко В. А. Изв. вузов. Сер. Физика, 1974, № 1, с. 21. [10] Сморгонская Э. А. В кн.: Тр. шестой межд. конф. по аморф. и жид. полупроводникам. Электронные явления в некристал. полупроводниках. Л.: Наука, 1976, с. 147. [11] Сульженко П. С. Деп. ВИНИТИ № 4858-81 Деп.

Поступила в редакцию
04.02.81

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, Т. 23, № 4

УДК 530.12:531.5

О ВОЗМОЖНОСТИ ЛАБОРАТОРНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКИХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

М. В. Сажин

(ГАИШ)

Лабораторные детекторы гравитационных волн (ГВ), описанные в литературе, работают вблизи частоты $\sim 10^3$ Гц. Есть проекты детекторов для других частот; некоторые из них рассчитаны на диапазон $10^{-3}\div10^{-5}$ Гц, который интересен тем, что именно к этому диапазону относятся мощные источники гравитационного излучения — двойные звезды, а также в нем должно существовать реликтовое гравитационное излучение. Методы, предложенные для обнаружения долгопериодических ГВ [1—6], связаны в основном с космическими проектами. Для того чтобы их осуществить, необходимо использовать один или два спутника, свободных от сноса. Метод, основанный на наблюдении радиопульсаров, был обсужден в работах [7, 8]. Все эти методы используют тот факт, что период между импульсами электромагнитной волны меняется, если на импульсы действует гравитационное излучение.

Здесь предлагается лабораторный метод обнаружения ГВ. Он также основан на изменении периода между импульсами под действием ГВ. Основная идея состоит в использовании куммулятивного эффекта для накопления сдвига частоты. Далее для простоты изложения будем

всюду говорить не об изменении периода между двумя импульсами, а об изменении частоты фотона, которое пропорционально амплитуде ГВ и дистанции l, пройденной фотоном. Если l значительно меньше, чем длина ГВ λ_g, получаем сдвиг частоты

$$\delta\nu/\nu \sim (l/\lambda_g)h.$$

Когда фотон проходит расстояние, сравнимое с λ_g,

$$\delta\nu/\nu \sim h.$$

Волны с частотами $\sim 10^{-3} \div 10^{-5}$ Гц имеют длину порядка нескольких астрономических единиц. Поэтому для того чтобы, получить сдвиг частоты, сравнимый с h при одном проходе, необходимо использовать космические системы. Несмотря на малый фактор l/λ_g, появляющийся в (1), на короткой дистанции $l \ll \lambda_g$ можно сделать сдвиг $\sim h$. Для этого необходимо заставить фотон двигаться между зеркалами много раз. Таким образом, фотон может пройти путь значительно больше, чем λ_g. При этом необходимо, чтобы добротность системы Q была достаточно высокой, т. е. частота ЭМ волны при отражении изменилась мало. Другими словами, Q должна быть больше, чем λ_g/l.

Рассмотрим пространство-время с плоской линейно-поляризованной ГВ, распространяющейся вдоль оси Ox. Линейный элемент может быть записан так:

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - (1-h)\,dy^2 - (1+h)\,dz^2,$$

где $h(t-x/c)$ — функция, описывающая слабую ГВ ($h \ll 1$).

Пусть фотон распространяется в плоскости Oxy и пусть угол между его волновым вектором и осью Ox будет φ. Предположим, что зеркала свободны и в декартовых координатах описываются уравнениями $x=\text{const}$, $y=\text{const}$, $z=\text{const}$. Для простоты предположим, что первое зеркало находится в точке $x=y=z=0$, а второе — в $x_2=l\cos\varphi$. $y_2=l\sin\varphi$, $z_2=0$. Сдвиг частоты, накопившийся во время одного прохода фотона между зеркалами, выражается формулой [3, 4]

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{1}{2}(1-\cos\varphi)\,h\left(\frac{2l}{c}+\tau\right) + \cos\varphi h\left[\frac{l}{c}(1-\cos\varphi)+\tau\right] - \\ - \frac{1}{2}(1+\cos\varphi)\,h(\tau),$$

где τ — момент времени, когда фотон покидает первое зеркало. Рассмотрим монохроматическую ГВ с длиной значительно большей, чем расстояние между зеркалами ($\lambda_g \gg l$), для которой справедлива формула

$$h\left(t - \frac{x\cos\varphi}{c} - \frac{y\sin\varphi}{c}\right) = h\sin\left[\Omega_g\left(t - \frac{x\cos\varphi}{c} - \frac{y\sin\varphi}{c}\right) + \psi\right].$$

Сдвиг частоты после одного прохода между зеркалами

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{2\pi l}{\lambda_g}\sin^2\varphi h\cos(\Omega_g\tau + \psi);$$

здесь отброшены все члены более высокого порядка по l/λ_g. Если фотон проходит между зеркалами много раз и отражается вторым зеркалом N раз, то результирующий сдвиг частоты есть сумма отдельных сдвигов при одном проходе с фазовой добавкой $2\Omega_g l/c$. Результат

этого накопления выражается суммой

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = 2\pi \frac{l}{\lambda_g} \sin^2 \varphi h \sum_{n=0}^{N} \cos\left(\Omega_g \tau + \frac{2\Omega_g l}{c} n + \psi\right).$$

Следовательно, сдвиг в частоте после N проходов луча

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{2\pi l}{\lambda_g} \frac{\sin(4\pi l N/\lambda_g)}{\sin(4\pi l/\lambda_g)} \sin^2 \varphi h \cos\left[\Omega_g \tau + \psi + \frac{2\Omega_g l}{c}(N-1)\right].$$

Если $N = \lambda_g/8l$, т. е. фотон прошел дистанцию $L = \lambda_g/4$, то

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{1}{2} \sin^2 \varphi h \cos\left[\Omega_g \tau + \psi + \frac{2\Omega_g l}{c}(N-1)\right].$$

Теперь ясно, что для того, чтобы фотон получил максимальный сдвиг частоты, он должен пройти расстояние $\lambda_g/4$. Если фотон проходит расстояние больше, чем $\lambda_g/4$, сдвиг частот начинает уменьшаться.

Ситуация изменяется, если зеркала вращаются вокруг одного из них в плоскости Oxy с постоянной угловой скоростью $\omega = \Omega_g/2$ либо луч «подворачивается» одним из зеркал и направляется на второе зеркало, которое имеет форму цилиндра. Угол между волновым вектором ГВ и волновым вектором фотона будет меняться с течением времени. Теперь сдвиг частоты фотона можно представить суммой

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{2\pi l}{\lambda_g} \sum_{n=0}^{N} \sin^2(\varphi_0 + n\varphi_1) \cos\left(\Omega_g \tau + \frac{2\Omega_g l}{c} n + \psi\right),$$

где φ_0 — значение угла в момент времени τ, а φ_1 — угол поворота луча за время прохода между зеркалами $2l/c$. Каждый член под знаком суммы может быть записан как

$$\frac{1}{2}\left\{\cos\left(\Omega_g \tau + \frac{2\Omega_g l}{c} n + \psi\right) - \frac{1}{2}\cos\left[\Omega_g \tau + \psi - 2\varphi_0 + \right.\right.$$
$$\left.\left. + (\Omega_g - 2\omega)\frac{2l}{c} n\right] - \frac{1}{2}\cos\left[\Omega_g \tau + \psi + 2\varphi_0 + (\Omega_g + 2\omega)\frac{2l}{c} n\right]\right\}.$$

Видно, что либо второй, либо третий член не зависит от n (если $\Omega_g - 2\omega = 0$ или $\Omega_g + 2\omega = 0$ соответственно). Окончательный сдвиг в частоте

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = -\frac{\pi}{2} \frac{lN}{\lambda_g} h \cos(\Omega_g \tau + \psi \pm 2\varphi_0).$$

Нерезонансные члены отброшены. Здесь N может быть сколь угодно велико. Количество отражений ограничивается только добротностью системы. Таким образом, по порядку величины

$$\delta\nu/\nu \sim \tau^* \omega_g/h;$$

здесь τ^* — время релаксации частоты в системе и ω_g обозначает частоту гравитационного излучения.

Наилучшие стандарты частоты имеют стабильность [9] $\delta\nu/\nu \approx 10^{-15}$ за время 1000 с. Двойная звезда с массами 10 $M_\odot$ и периодом ~1 день, расположенная на расстоянии 1 пк, будет давать ГВ с параметрами $\omega_g h \sim 10^{-24}$.

К сожалению, разница между возможностями приемников и мощностями источников ГВ не позволяет обнаружить ГВ от двойных звезд. Несколько лучше ситуация при попытках обнаружить гравита-

ционное излучение от пульсаров и реликтовый ГВШ. К примеру, пульсар в Веле дает [10] $\omega_g h \sim 10^{-22}$, а реликтовый ГВШ [11] $\omega_g h \sim 10^{-21}$. Если довести стандарты частоты до величины

$$\frac{1}{\tau^*}\frac{\delta\nu}{\nu} \approx 10^{-22},$$

то можно будет осуществить такой эксперимент.

Автор благодарит сотрудников ИТФ Варшавского университета за полезные дискуссии и внимание к работе автора во время стажировки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Anderson A. J. Nature, 1971, **229**, p. 547. [2] Руденко В. Н. Астрон. журн., 1975, **19**, с. 270. [3] Estabrook F. B., Wahlquist H. D. Gen. Rel. Grav., 1975, **6**, p. 439. [4] Грищук Л. П., ЖЭТФ, 1974, **66**, с. 833. [5] Mashoon B. Astrophys. J., 1979, **227**, p. 1019. [6] Grishchuk L. P., Mashoon B. Astrophys. J., 1980, **236**, p. 990. [7] Сажин М. В. Астрон. журн., 1978, **55**, с. 65. [8] Detweiler S. Astrophys. J., 1979, **234**, p. 1100. [9] Stein S. R., Turneaure J. P. Proc. IEEE, 1975, **63**, p. 1249. [10] Zimmerman M. Nature, 1978, **271**, p. 524. [11] Старобинский А. А. Письма в ЖЭТФ, 1979, **30**, с. 719.

Поступила в редакцию
17.02.81

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, Т. 23, № 4

УДК 533.951

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ФУНКЦИИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ОТКЛИКА РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ПЛАЗМЫ

Л. С. Кузьменков, П. А. Поляков,
М. И. Ситнов, О. О. Трубачев

(кафедра теоретической физики)

Функция диэлектрического отклика $\varepsilon_l(k, \omega)$ полностью описывает продольные свойства плазмы. Эта функция исследовалась Силиным [1]. Для максвелловской плазмы им была получена асимптотическая формула для $\varepsilon_l(k, \omega)$ в ультрарелятивистском пределе, на основании которой затем найдена дисперсия сверхсветовых ($\omega \gg kc$) и почти световых ($\omega \sim kc$) волн. Позднее эти результаты были критически пересмотрены в работах Ломинадзе, Михайловского, Сагдеева [2, 3], в которых, в частности, показано существование досветовых волн ($\omega \ll kc$).

Мы ставим своей задачей детальное аналитическое исследование функции диэлектрического отклика максвелловской релятивистской плазмы и построение для нее корректных разложений, позволяющих получить как асимптотические выражения для $\varepsilon_l(k, \omega)$, так и области значений k и ω, для которых эти выражения и соответствующие им дисперсионные формулы имеют смысл.

Как функция комплексной переменной ω $\varepsilon_l(k, \omega)$ задается на верхней полуплоскости и на действительной оси при $(\omega/kc)^2 > 1$ формулой [1]

$$\varepsilon_l(k, \omega) = 1 + \frac{4\pi e^2 c^2}{mk^2}\int \frac{k(\partial f_0/\partial u)}{\omega - kv}\, d^3u. \qquad (1)$$

Для остальных значений ω эта функция определяется аналитическим продолжением сверху через отрезок действительной оси $(\omega/kc)^2 \leqslant 1$. Точки $\omega = \pm kc$ являются точками ветвления.