КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 533.9.01

КОРРЕЛЯЦИИ ЧАСТИЦ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ПЛАЗМЕ

Н. Д. Наумов

(кафедра теоретической физики)

Как известно [1], последовательная кинетическая теория плазмы может быть построена на основе приближенного решения системы зацепляющихся уравнений с помощью теории возмущений по плазменному параметру. Однако в данной работе используется теория возмущений по параметру взаимодействия [2], так как при этом получаются более простые уравнения. Кроме этого, для начала рассматривается случай равновесной плазмы.

В первом приближении по параметру взаимодействия для функции распределения частиц и осцилляторов поля $F_\alpha(X, t)$ получается следующее уравнение:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t}+\widehat{L}_\alpha+\check{\Lambda}_\alpha\right] F_\alpha(X,\, t)=0, \tag{1}$$

а во втором порядке можно найти такое уравнение для корреляционной функции $G_{\alpha\beta}(X, X', t)$:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t}+\widehat{L}_\alpha+\widehat{L}_\beta+\widehat{\Lambda}_\alpha+\widehat{\Lambda}_\beta\right] G_{\alpha\beta}=-\left[\mathbf{W}_\alpha^\beta \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}}+\mathbf{W}_\beta^\alpha \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}'}\right] F_\alpha F_\beta, \tag{2}$$

где

$$\mathbf{W}_\alpha^\beta=\frac{e_\alpha}{m_\alpha}\left\{\mathbf{e}_\beta(\mathbf{x})+\frac{1}{c}\left[\mathbf{v} \mathbf{b}_\beta(\mathbf{x})\right]\right\},$$

$$\mathbf{e}_\beta(\mathbf{x})=-\nabla \frac{e_\beta}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}+\sum_r p_r' \mathbf{e}_r(\mathbf{x}),\quad \mathbf{b}_\beta(\mathbf{x})=\sum_r q_r' \mathbf{b}_r(\mathbf{x}).$$

Решением уравнения (1) является произвольная функция интегралов движения частицы и осцилляторов поля. Для равновесной пространственно-однородной плазмы в отсутствие внешних полей ($\mathbf{w}_\alpha = \mathbf{w}_{0\alpha} = 0$) это уравнение имеет следующее решение:

$$F_{\alpha 0}=f_{\alpha M} \prod_s A_s \exp \left\{-\frac{1}{2 \Theta_s}\left(P_s^2+\omega_s^2 Q_s^2\right)\right\}. \tag{3}$$

Здесь $f_{\alpha 0}$ — релятивистское распределение Максвелла:

$$f_{\alpha 0}=\frac{n_\alpha \varkappa_\alpha}{4 \pi c^3 K_2(\varkappa_\alpha)} \exp \left(-\varkappa_\alpha \sqrt{1+u^2/c^2}\right), \tag{4}$$

где $\varkappa_\alpha = m_\alpha c^2/\Theta$, $K_2(\varkappa_\alpha)$ — функция Макдональда, а P_s, Q_s представляют собой интегралы движения осцилляторов поля в случае равномерно движущейся частицы [3].

Поперечное электромагнитное поле в плазме включает как поле электромагнитных волн, так и поле, создаваемое частицами. Как известно, описание теплового электромагнитного излучения требует привлечения квантовых закономерностей. Поэтому в дальнейшем будут рассматриваться результаты только для частиц. Выбор распределения Гаусса для осцилляторов поля в выражении (3) обусловлен тем, что для равновесного состояния оно справедливо и в квантовой теории [4].

После подстановки функции распределения (3) в уравнение (2) и интегрирования по переменным осцилляторов поля для равновесной корреляционной функции частиц $g_{\alpha\beta}$ получается следующее уравнение:

$$\left(\mathbf{v}\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{v}'\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}'}\right) g_{\alpha\beta} = -\left[\mathbf{w}_\alpha^\beta \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} + \mathbf{w}_\beta^\alpha \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}'}\right] f_{\alpha 0} f_{\beta 0}, \tag{5}$$

где

$$\mathbf{w}_\alpha^\beta = \frac{e_\alpha e_\beta}{m_\alpha R'^3}(1 - v'^2/c^2)\left(\mathbf{r} + \frac{1}{c^2}[\mathbf{v}[\mathbf{v}'\mathbf{r}]]\right),$$

$$R^2 = r^2(1 - v^2/c^2) + (\mathbf{v}\mathbf{r})^2/c^2, \quad \mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{x}'.$$

Покажем, что такое же уравнение получается из уравнений метода моментов [2], который использует не разложение поля на осцилляторы, а дифференциальные уравнения для случайных отклонений поля. Уравнение для одночастичной функции распределения имеет вид (см. [2, (26.13)])

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \widehat{L}_\alpha\right) f_\alpha(\xi) = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}}\overline{\delta \mathbf{w}_\alpha \delta N_\alpha}, \tag{6}$$

где

$$\delta \mathbf{w}_\alpha = \frac{e_\alpha}{m_\alpha}\left(\delta \mathbf{E} + \frac{1}{c}(\mathbf{v}\,\delta \mathbf{B}]\right), \quad \xi = (\mathbf{x}, \mathbf{u}, t).$$

На основании уравнений Максвелла [2, (26.20)] для случайных отклонений $\delta\mathbf{E}$, $\delta\mathbf{B}$ можно записать

$$\delta \mathbf{w}_\alpha = \frac{e_\alpha}{m_\alpha}\sum_\beta e_\beta \int \delta N_\beta(\xi')\widehat{\mathbf{M}} D_{\mathrm{ret}}(x, x')\, d\xi' + \delta \mathbf{w}_\alpha^0. \tag{7}$$

Здесь D_{ret} — запаздывающая функция Грина, $\delta\mathbf{E}^0$, $\delta\mathbf{B}^0$ — начальное значение отклонений поля,

$$\widehat{\mathbf{M}} = 4\pi\left[\frac{\mathbf{v}' u^\mu}{c u_0}\frac{\partial}{\partial x^\mu} + \frac{u'_\nu u^\nu}{u_0 u'_0}\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}\right].$$

Как видно из выражений (6), (7), интеграл столкновений определяется двухвременной двухчастичной корреляционной функцией $g_{\alpha\beta}(\xi, \xi')$. Уравнение для этой функции можно получить, усредняя уравнение для $\delta N_\alpha(\xi)\delta N_\beta(\xi')$. Это уравнение, естественно, содержит корреляции более высокого порядка. Для краткости приведем здесь лишь приближенное уравнение, соответствующее второму порядку теории возмущений по параметру взаимодействия:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t'} + \widehat{L}_\alpha + \widehat{L}_\beta\right) g_{\alpha\beta}(\xi, \xi') + \frac{e_\alpha e_\beta}{m_\alpha}\frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{u}}\int \Phi_\beta(\xi', \xi'') \times$$
$$\times \widehat{\mathbf{M}} D_{\mathrm{ret}}(x, x'')\, d\xi'' +$$
$$+ \frac{e_\alpha e_\beta}{m_\beta}\frac{\partial f_\beta}{\partial \mathbf{u}'}\int \Phi_\alpha(\xi, \xi'')\widehat{\mathbf{M}} D_{\mathrm{ret}}(x', x'')\, d\xi'' = 0. \tag{8}$$

Здесь $\Phi_\alpha(\xi,\xi')$ — одночастичная двухвременная функция распределения. Так как для пространственно однородной равновесной плазмы

$$\Phi_\alpha(\xi,\xi')=\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}'-\mathbf{v}(t-t'))\,\delta(\mathbf{u}-\mathbf{u}')f_{\alpha 0},$$

где $f_{\alpha 0}$ определяется выражением (4), то, как нетрудно видеть, в стационарном случае из (8) получается уравнение (5).

Переходя к разложению Фурье $g_{\alpha\beta}(r,u,u')$ по пространственным координатам, а также используя известное разложение поля равномерно движущегося заряда на плоские волны [5], для Фурье-образа корреляционной функции $\gamma_{\alpha\beta}(k,u,u')$ можно найти из уравнений (5) следующее выражение:

$$\gamma_{\alpha\beta}=-4\pi c^2\frac{e_\alpha e_\beta}{\Theta}f_{\alpha 0}f_{\beta 0}\left[\frac{1}{k^2c^2-(\mathbf{kv})^2}+\frac{1}{k^2c^2-(\mathbf{kv}')^2}-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{2}(1-\mathbf{vv}'/c^2)\left(\frac{1}{(kc-\mathbf{kv})(kc-\mathbf{kv}')}+\frac{1}{(kc+\mathbf{kv})(kc+\mathbf{kv}')}\right)\right].$$

В итоге получается следующий окончательный результат:

$$g_{\alpha\beta}(\mathbf{r},\mathbf{u},\mathbf{u}')=-\frac{e_\alpha e_\beta}{\Theta}f_{\alpha 0}f_{\beta 0}\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right)\frac{RR'+T}{RR'+S},\tag{9}$$

где $S=r^2(1-\mathbf{vv}'/c^2)+T$, $T=(\mathbf{vr})(\mathbf{v}'\mathbf{r})/c^2$.

Выражение (9) представляет собой поправку первого приближения в разложении равновесной двухчастичной функции распределения для релятивистской плазмы. Характерной особенностью корреляций релятивистских частиц является наличие корреляций в пространстве скоростей.

Следует отметить, что вопрос о релятивистских поправках к двухчастичной функции распределения рассматривался неоднократно (см., например, [6, 7]). В этих работах релятивистские поправки получены с точностью до членов порядка v^2/c^2, тогда как в данной работе проводится полный учет релятивистских эффектов.

В случае слаборелятивистской плазмы из выражения (9) можно найти

$$g_{\alpha\beta}(\mathbf{r},\mathbf{v},\mathbf{v}')=-\frac{e_\alpha e_\beta}{r\Theta}f_\alpha f_\beta\,[1+\mathbf{vv}'/2c^2+(\mathbf{vr})(\mathbf{v}'\mathbf{r})/2r^2c^2],$$

что совпадает с соответствующими результатами указанных выше работ.

Автор благодарит проф. Ю. Л. Климонтовича за обсуждение затронутых в работе вопросов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Боголюбов Н. Н. Проблемы динамической теории в статистической физике. Избранные труды. Т. 2. Киев, 1970, с. 99—196. [2] Климонтович Ю. Л. Кинетическая теория неидеального газа и неидеальной плазмы. М.: Наука, 1975. [3] Наумов Н. Д. Изв. вузов. Сер. Физика, 1981, № 3, с. 78. [4] Климонтович Ю. Л. ДАН СССР, 1956, 108, с. 1033. [5] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Наука, 1973, с. 215. [6] Kosachev V. V., Trubnikov B. A. Nucl. Fusion, 1969, 9, p. 53. [7] Manzke G., Kremp D. Physica, 1979, A97, p. 153.

Поступила в редакцию
01.12.80