[6] Милинкевич А. В., Савва В. А., Самсон А. М. Журн. прикл. спектроскопии, 1976, 25, № 4, с. 618. [7] Корниенко Л. С., Кравцов Н. В. и др. Письма в ЖТФ, 1980, 6, с. 161. [8] Самсон А. М. Журн. прикл. спектроскопии, 1963, 2, № 3, с. 232. [9] Allen L., Peters G. I. J. Phys., 1971, A4, p. 564.

Поступила в редакцию
18.03.81

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, Т. 23, № 5

УДК 535.36

О КОРРЕЛЯЦИИ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ПРИ РЭЛЕЕВСКОМ РАССЕЯНИИ СВЕТА

Н. И. Лебедев

(кафедра квантовой радиофизики)

Изучению статистики рэлеевского рассеяния посвящено значительное число работ (обзоры [1, 2]). В данной работе рассматривается корреляция полей, рассеянных в различных направлениях, при освещении образца двухлучевой накачкой ($\mathbf{k}_1 \neq \mathbf{k}_2$).

В работе [3] описан эффект корреляции стоксовой (s) и антистоксовой (a) компонент неупругого (в частности, комбинационного) рассеяния света. Неожиданная на первый взгляд корреляция разночастотных компонент поля наглядно объясняется с помощью модуляционной модели комбинационного рассеяния или с помощью квантовой картины распада двух фотонов накачки в s- и a-фотоны: $\omega_1+\omega_2 \to \omega_s+\omega_a$ при условии сохранения импульса $\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2=\mathbf{k}_s+\mathbf{k}_a$. Количественно эффект описывается с помощью квантового аппарата матриц рассеяния.

В [3, 4] указано на то, что аналогичный эффект должен иметь место и при квазиупругом рассеянии двухлучевой накачки. При этом, поскольку рэлеевское рассеяние может быть достаточно сильным, его легче будет наблюдать экспериментально, чем s—a-корреляцию при комбинационном рассеянии. Такой эффект описывается в настоящей работе с помощью простой классической теории рассеяния. Показано, что корреляция полей, рассеянных в различных направлениях, действительно будет иметь место, причем при двух различных условиях синхронизма.

Пусть рассеивающая среда описывается флуктуирующей диэлектрической проницаемостью $\varepsilon=\langle\varepsilon\rangle+\Delta\varepsilon$, $\langle\Delta\varepsilon\rangle=0$. Тогда качественно эффект можно объяснить следующим образом. При облучении среды плоской волной $\mathbf{k}_1$ в рассеянное поле направления $\mathbf{k}$ даст вклад только та пространственная гармоника $\Delta\varepsilon_{\mathbf{q}}$ флуктуаций, волновой вектор которой удовлетворяет условию Брэгга: $\mathbf{q}=\mathbf{k}-\mathbf{k}_1$. Гармоники $\Delta\varepsilon_{\mathbf{q}_1}$ и $\Delta\varepsilon^{\mathbf{q}}$ статистически независимы, если только $\mathbf{q}_1 \neq \mathbf{q}_2$ (в силу действительности $\Delta\varepsilon(\mathbf{r})$ $\Delta\varepsilon_{\mathbf{q}}=\Delta\varepsilon^*_{-\mathbf{q}}$). Поэтому, когда на среду падают две плоские волны ($\mathbf{k}_1$, $\mathbf{k}_2$), поля, рассеянные в разных направлениях ($\mathbf{k}$, $\mathbf{k}'$), статистически связаны, только если они образованы одной и той же (с точностью до знака $\mathbf{q}$) гармоникой флуктуаций. Перебор возможных вариантов таких совпадений приводит к двум следующим условиям синхронизма:

$$\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2=\mathbf{k}+\mathbf{k}_1; \tag{1}$$

$$\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2=\pm(\mathbf{k}-\mathbf{k}'). \tag{2}$$

Два знака в (2) соответствуют просто замене направлений наблюдения $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}'$.

Как известно [5], при рэлеевском рассеянии амплитуда однократно рассеянного поля задается выражением

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}) = -\frac{e^{ikR}}{4\pi R}[\mathbf{k}[\mathbf{kG}]];$$

$$\mathbf{G} \equiv \int \Delta\varepsilon(\mathbf{r})\,\mathbf{E}_0(\mathbf{r})\,e^{-i\mathbf{kr}}\,d\mathbf{r}; \quad \mathbf{k} \equiv \frac{\omega}{c}\frac{\mathbf{R}}{R}.$$

Здесь $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$ — амплитуда падающего поля. Пусть падающее поле — две плоские волны (для простоты, одинаково поляризованные):

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = \mathbf{e}\,(E_1 e^{i\mathbf{k}_1\mathbf{r}} + E_2 e^{i\mathbf{k}_2\mathbf{r}}).$$

Тогда

$$E(\mathbf{R}) = \frac{Vk^2 e^{ikR}}{4\pi R}\sin\varphi\,(E_1\Delta\varepsilon_{\mathbf{q}_1} + E_2\Delta\varepsilon_{\mathbf{q}_2}), \tag{3}$$

где

$$\Delta\varepsilon_{\mathbf{q}} = \frac{1}{V}\int \Delta\varepsilon(\mathbf{r})\,e^{-i\mathbf{qr}}\,d\mathbf{r}; \quad \mathbf{q}_{1,2} = \mathbf{k} - \mathbf{k}_{1,2};$$

V — рассеивающий объем и φ — угол между $\mathbf{e}$ и $\mathbf{k}$.

Пусть флуктуации $\Delta\varepsilon_{\mathbf{q}}$ независимы и гауссовы, тогда

$$\langle\Delta\varepsilon_1\Delta\varepsilon_2\Delta\varepsilon_3\Delta\varepsilon_4\rangle = \delta_{1,-3}\delta_{2,-4}m_1m_2 + \delta_{1,-4}\delta_{2,-3}m_1m_2 + \delta_{1,-2}\delta_{3,-4}m_1m_3; \tag{4}$$

$$\Delta\varepsilon_i \equiv \Delta\varepsilon_{\mathbf{q}_i}; \quad \delta_{i,j} \equiv \delta_{\mathbf{q}_i,\mathbf{q}_j}; \quad m_{\mathbf{q}} \equiv \langle\Delta\varepsilon_{\mathbf{q}}\Delta\varepsilon_{\mathbf{q}}^*\rangle.$$

Это верно, если радиус корреляции флуктуаций r_c и длина волны малы по сравнению с размерами рассеивающего объема.

Выражения (3) и (4) позволяют рассчитать корреляцию интенсивностей света, рассеянного в двух разных направлениях

$$\mathbf{k} = \frac{\omega}{c}\frac{\mathbf{R}}{R} \text{ и } \mathbf{k}' = \frac{\omega}{c}\frac{\mathbf{R}'}{R'}:$$

$$\langle E(\mathbf{R})E^*(\mathbf{R})E(\mathbf{R}')E^*(\mathbf{R}')\rangle =$$

$$= \left(\frac{k^4V^2\sin\varphi\cdot\sin\varphi'}{16\pi^2RR'}\right)^2\{(E_1E_1^*m_1 + E_2E_2^*m_2)(E_1E_1^*m_1' + E_2E_2^*m_2') +$$

$$+ \delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k} - \mathbf{k}')(m_1 + m_2)^2|E_1E_2|^2 +$$

$$+ \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}' - \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)m_1^2|E_1E_2|^2 + \delta(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}' + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1)m_2^2|E_1E_2|^2\}.$$

Штрихованные величины относятся здесь к направлению $\mathbf{k}'$.

Таким образом, корреляция интенсивностей будет наблюдаться при двух различных условиях синхронизма (1) и (2). Если надо учитывать флуктуации амплитуд E_1 и E_2, то их произведения в правой части (5) надо заменить соответствующими моментами: $|E_1E_2|^2 \to \langle|E_1E_2|^2\rangle$ и т. д. Определим величину «контраста» K, характеризующую возрастание сигнала при синхронизме:

$$K \equiv \frac{\langle E(\mathbf{R})E^*(\mathbf{R})E(\mathbf{R}')E^*(\mathbf{R}')\rangle}{\langle E(\mathbf{R})E^*(\mathbf{R})\rangle\langle E(\mathbf{R}')E^*(\mathbf{R}')\rangle} - 1. \tag{6}$$

Тогда, как видно из (5), при условии (1) $K \sim 1$, а при (2) $K \sim 1/4$ (при $E_1 = E_2$). Такой «контраст» будет несложно обнаружить при сильном рассеянии (например, при критической опалесценции).

Поясним связь описанного эффекта с корреляцией стоксовых и антистоксовых компонент комбинационного рассеяния. Как видно из

формул [2] (гл. 7), при комбинационном рассеянии может иметь место не только s—a-корреляция, но и корреляция s- (или a-) мод различных направлений. Детальный анализ показывает, что при двухлучевой накачке условия синхронизма для s—a-корреляции в рэлеевском пределе переходят в (1), а условия s—s- (или a—a)-корреляции — в (2). При квазиупругом рассеянии стоксовы и антистоксовы компоненты становятся неразличимыми и корреляция наблюдается как в направлениях (1), так и (2).

Рассмотренный эффект должен наблюдаться при многих различных видах рэлеевского рассеяния. Возможно, он окажется полезен для исследования структуры рассеивающего вещества, например, для определения корреляционных функций частиц (разумеется, если $kr_c \sim 1$).

Автор благодарен Д. Н. Клышко за руководство работой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Спектроскопия оптического смешения и корреляция фотонов / Под ред. Г. Каммингса и Э. Пайка. М.: Мир, 1978. [2] Кросиньяни Б., Ди Порто П., Бертолотти М. Статистические свойства рассеянного света. М.: Наука, 1980. [3] Клышко Д. Н. Квант. электроника, 1977, № 4, с. 1341. [4] Клышко Д. Н. Фотоны и нелинейная оптика. М.: Наука, 1980. [5] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Физматгиз, 1959.

Поступила в редакцию
01.04.81

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, Т. 23, № 5

УДК 551.511.32; 551.515.2

О ПОСТРОЕНИИ МОДЕЛИ ОБТЕКАНИЯ ПРИ ТОЧНОМ ВЫПОЛНЕНИИ ГРАНИЧНОГО УСЛОВИЯ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ПРОФИЛЕ

В. Н. Кожевников, А. С. Лосев

(кафедра физики атмосферы)

1. **Введение.** Исследования подветренно-волновых возмущений атмосферы интенсивно развиваются в последние годы во многих направлениях (см., например, [1]). Повысился интерес к изучению такого явления в конкретных географических районах; публикуются работы, посвященные сопоставлению теории с результатами наблюдений [2—4]. В связи с этим актуальной стала проблема точного учета в теоретической модели рельефа подстилающей поверхности. В линеаризированных задачах нижнее граничное условие обычно формулируется не на реальной поверхности земли, а на некотором исходном горизонтальном уровне; такое приближение достаточно справедливо, хотя и не позволяет точно учитывать действие орографии. В нелинейных задачах такая формулировка граничного условия годится только в качестве первого приближения, и поэтому в большинстве подобных исследований приходится сталкиваться с проблемой учета трансцендентного граничного условия. В работе [5] для течения в канале эта проблема была остроумно обойдена. В работе [6] точный учет рельефа произвольного вида был осуществлен путем сведения проблемы к численному решению некоторого интегрального уравнения, однако полученный алгоритм использовался только для горных профилей некоторых идеализированных форм (треугольник, стенка и т. п.). Насколько нам известно, только в работах [7, 8] форма реальной горной системы учитывалась в модели точно. Здесь решение находилось численно в переменных, «спрям-