формул [2] (гл. 7), при комбинационном рассеянии может иметь место не только s—a-корреляция, но и корреляция s- (или a-) мод различных направлений. Детальный анализ показывает, что при двухлучевой накачке условия синхронизма для s—a-корреляции в рэлеевском пределе переходят в (1), а условия s—s- (или a—a)-корреляции — в (2). При квазиупругом рассеянии стоксовы и антистоксовы компоненты становятся неразличимыми и корреляция наблюдается как в направлениях (1), так и (2).

Рассмотренный эффект должен наблюдаться при многих различных видах рэлеевского рассеяния. Возможно, он окажется полезен для исследования структуры рассеивающего вещества, например, для определения корреляционных функций частиц (разумеется, если $kr_c \sim 1$).

Автор благодарен Д. Н. Клышко за руководство работой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Спектроскопия оптического смешения и корреляция фотонов / Под ред. Г. Каммингса и Э. Пайка. М.: Мир, 1978. [2] Кросиньяни Б., Ди Порто П., Бертолотти М. Статистические свойства рассеянного света. М.: Наука, 1980. [3] Клышко Д. Н. Квант. электроника, 1977, № 4, с. 1341. [4] Клышко Д. Н. Фотоны и нелинейная оптика. М.: Наука, 1980. [5] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Физматгиз, 1959.

Поступила в редакцию
01.04.81

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, Т. 23, № 5

УДК 551.511.32; 551.515.2

О ПОСТРОЕНИИ МОДЕЛИ ОБТЕКАНИЯ ПРИ ТОЧНОМ ВЫПОЛНЕНИИ ГРАНИЧНОГО УСЛОВИЯ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ПРОФИЛЕ

В. Н. Кожевников, А. С. Лосев

(кафедра физики атмосферы)

1. **Введение.** Исследования подветренно-волновых возмущений атмосферы интенсивно развиваются в последние годы во многих направлениях (см., например, [1]). Повысился интерес к изучению такого явления в конкретных географических районах; публикуются работы, посвященные сопоставлению теории с результатами наблюдений [2—4]. В связи с этим актуальной стала проблема точного учета в теоретической модели рельефа подстилающей поверхности. В линеаризированных задачах нижнее граничное условие обычно формулируется не на реальной поверхности земли, а на некотором исходном горизонтальном уровне; такое приближение достаточно справедливо, хотя и не позволяет точно учитывать действие орографии. В нелинейных задачах такая формулировка граничного условия годится только в качестве первого приближения, и поэтому в большинстве подобных исследований приходится сталкиваться с проблемой учета трансцендентного граничного условия. В работе [5] для течения в канале эта проблема была остроумно обойдена. В работе [6] точный учет рельефа произвольного вида был осуществлен путем сведения проблемы к численному решению некоторого интегрального уравнения, однако полученный алгоритм использовался только для горных профилей некоторых идеализированных форм (треугольник, стенка и т. п.). Насколько нам известно, только в работах [7, 8] форма реальной горной системы учитывалась в модели точно. Здесь решение находилось численно в переменных, «спрям-

ляющих» гору. Возникающие при этом трудности говорят о необходимости развивать другие подходы к решению проблемы.

В работах [3, 9, 10] был, вероятно, впервые получен достаточный опыт учета в теории реальной горной системы. Хотя рельеф здесь учитывался в первом приближении, результаты дали богатый материал для размышлений, а также показали неплохое соответствие данным натурных наблюдений. Этот опыт подтвердил также необходимость точного учета в теории рельефа сложной формы и большой протяженности при проведении прямых сопоставлений теории с наблюдениями.

2. **Теоретическая модель и ее реализация.** Решение проблемы точного учета действия рельефа на воздушный поток проводилось на примере ранее созданной модели [9, 10], описывающей обтекание в стационарном нелинейном двумерном приближении для идеальной жидкости, когда решение задачи в полупространстве (x, z) в предположении постоянства в натекающем потоке скорости $\bar{u}$ и градиента температуры γ сводится к решению уравнения

$$\nabla^2\psi'+k^2\psi'=0,\ \psi'=\psi(x, z)+\bar{u}z, \tag{1}$$

где

$$k=2\pi\lambda_c^{-1},\ \lambda_c=2\pi\bar{u}[g(\gamma_a-\gamma)T_1^{-1}]^{-0,5}, \tag{2}$$

ψ — функция тока, g — ускорение силы тяжести, γ_a — сухоадиабатический градиент температуры, T_1 — средняя температура рассматриваемого слоя тропосферы (в натекающем потоке), π — число Архимеда, λ_c — величина, характеризующая собственные волновые свойства атмосферы (см. [11]), ∇^2 — оператор Лапласа.

Решение (1) находилось в предположении затухания возмущений при росте z и особенно быстрого их затухания навстречу натекающему потоку. При этом высоту любой линии тока можно представить в виде

$$h(x)=z_*+G(x), \tag{3}$$

где z_* — высота линии тока в невозмущенном натекающем потоке; наземную линию тока будем посредством (3) представлять, полагая, что смещение G определяется заранее заданной функцией $F(x)$, а $z_*=0{,}125\lambda_c$ (см. [9, 10]).

Поскольку атмосфера полагалась идеальной жидкостью, течение должно удовлетворять условию скольжения вдоль любой линии тока (3), что в силу стационарности равносильно условию

$$\psi(x, h(x))=-\bar{u}z_* \tag{4}$$

или

$$\psi'(x, z_*+G(x))=\bar{u}G(x). \tag{4a}$$

Решение, удовлетворяющее на земле условию (4), и будет искомым решением.

В силу линейности (1) и граничных условий общее решение в [3, 9, 10] строилось в виде линейной комбинации сдвинутых по оси x частных решений ψ_0' с весами B_i:

$$\psi'=-\bar{u}k^{-1}\sum_{i=1}^{N}B_i\psi_0'(r_i, \varphi_i), \tag{5}$$

$$r_i=[(x+a_i)^2+z^2]^{0,5},\ \varphi_i=\frac{x+a_i}{|x+a_i|}\arcsin\frac{z}{r_i}. \tag{6}$$

В качестве ψ_0' в [3, 9, 10] использовалось решение [11]:

$$\widetilde{\psi}_0' = 0{,}25\, N_1(kr_i') \sin\varphi_i' + \pi^{-1} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{2\nu}{(2\nu)^2 - 1} J_{2\nu}(kr_i') \sin 2\nu\varphi_i', \qquad (7)$$

где N_1, $J_{2\nu}$ — соответственно функции Неймана и Бесселя. В данной работе была выяснена целесообразность применения функции

$$\psi_0' = \sum_{m=1}^{10} b_m' \widetilde{\psi}_0' (r_m, \varphi_m), \qquad (8)$$

у которой r_m, φ_m определяются аналогично (6) при условии, что здесь и всюду далее фазовый сдвиг по горизонтали постоянен и составляет

$$\Delta a_i = a_{i+1} - a_i = 0{,}225\, \lambda_c. \qquad (9)$$

Значения b_m' следующие: —0,048; —0,365; 1; —0,202; 0,177; 0,125; 0,049; 0,024; 0,044; 0,080. На рис. 1 приведены изменения $\widetilde{\psi}_0'$ и ψ_0' от x при $z = z_*$, которые демонстрируют преимущество функции (8) в качестве частного решения, поскольку она существенно более локализована.

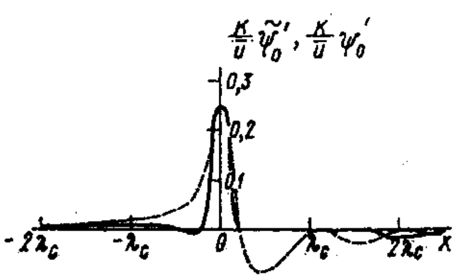

Рис. 1. Зависимость от x частных решений $\widetilde{\psi}'_0$ и ψ'_0 (пунктир и сплошная линия соответственно) при $z = z_* = 0{,}125\lambda_c$

Удовлетворить условию (4а) подбором B_i для заданного $F(x)$ непросто. В [3, 9, 10] эта проблема решалась в первом приближении, когда вместо (4а) использовалось соотношение

$$\psi'(x, z_*) = \bar{u} G(x), \qquad (10)$$

справедливость которого прямо зависит от малости G и градиентов ψ'. При таком подходе процедура подбора B_i особенно просто реализуется на ЭВМ. Начальные их значения выбираются по формуле

$$B_i^{(n)} = \bar{u} F(x) [\psi_0'(0, \lambda_c/8)]^{-1}, \; x = x_i = -a_i, \; n = 1.$$

(Верхний индекс — номер приближения.) Соответствующие $G^{(1)}$ после этого определяются при использовании (10). Далее многократно применяется схема корректировки $B_i^{(n)}$ посредством соотношения

$$B_i^{(n+1)} = B_i^{(n)} + s[F(x_i) - G^{(n)}(x_i)] \qquad (11)$$

при расчете нужных приближений $G^{(n)}$ по (10) до тех пор, пока не будет выполнено условие

$$\Delta h_i = |F(x_i) - G^{(n)}(x_i)| < \varepsilon. \qquad (12)$$

В наших расчетах по первому приближению при задании $s = 0{,}5$ м$^{-1}$, $\varepsilon = 1$ м к схеме корректировки приходилось обращаться не более 10 раз. В итоге мы получали B_i и функцию $G_0 = G^{(n)}$, а с ней приближенное представление о форме нижней границы.

При поиске точного решения задачи найденные по первому приближению значения B_i и G_0 можно использовать в качестве исходных данных. Уточнение этих величин нужно начинать с уточнения формы наземной линии тока. Для этой цели на основе (4а) была разработана специальная процедура. В произвольной точке x_i точное значение G, соответствующее данному массиву B_i, находилось постепенно по мере уточнения последовательных приближений Q_n, первые два из которых определяются выражениями

$$Q_1 = z_* + G_0(x), \quad Q_2 = Q_1 \pm \tau, \quad \tau = \text{const}. \tag{13}$$

Точность выполнения (4а) для любого Q_n определялась соотношением

$$\delta Q_n = (1/\bar{u})\psi'(x, z_* + Q_n) - Q_n. \tag{14}$$

Знак перед τ в (13) выбирался противоположным δQ_1. Последующие Q_n находились на основе линейной интер- или экстраполяции между уже найденными по формуле

$$Q_{n+1} = Q_n + (Q_n - Q_{n-1})\delta Q_n(\delta Q_{n-1} - \delta Q_n)^{-1}, \; n = 2, 3, 4, \ldots, \tag{15}$$

при этом при $n \geqslant 3$ из ранее найденных Q_n в процедуре использовалось последнее и то, для которого $|\delta Q_n|$ наименьшее. Процедура продолжалась, пока не выполнялось условие

$$|\delta Q_n| < \varepsilon_1. \tag{16}$$

После перебора всех x_i уточнялся вид функции G, соответствующей использовавшемуся массиву B_i. Эта функция, естественно, отличалась от F, а для их сближения необходимо было провести корректировку значений B_i. Эта корректировка производилась аналогично предыдущему, т. е. с помощью соотношений, подобных (11), (12), в которых $\varepsilon = \varepsilon_2$, а s изменялось в зависимости от Δh следующим образом:

$$s, \text{м} = \begin{cases} 3 \cdot 10^{-5} \text{ при } \Delta h \geqslant 100 \text{ м}, \\ (4{,}273 \cdot 10^{-3} - 4{,}243 \cdot 10^{-5}\, \Delta h \text{ м}^{-1}) \text{ при } 30 \text{ м} \leqslant \Delta h \leqslant 100 \text{ м}, \\ 3 \cdot 10^{-3} \text{ при } \Delta h \leqslant 30 \text{ м}. \end{cases}$$

После достижения точности ε_2 получается искомый массив B_i и форма наземной линии тока. В точках x_i расхождения между F и G при этом не превышают суммы $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$. В промежутках между ними эти расхождения могут возрастать на величину ε_3 из-за того, что сказывается форма функции ψ_0'. В наших расчетах, использующих (9) и $\tau = 15$ м, $\varepsilon_1 = 1$ м, $\varepsilon_2 = 10$ м, величина $\varepsilon_3 \leqslant 19$ м. Ошибки из-за неточности вычислений функций Бесселя, а также других упрощений были заметно меньшими. В итоге нам удавалось находить решение задачи, воспроизводя форму рельефа с точностью не ниже 30 м.

Форма линий тока, лежащих над землей, определялась последовательным применением вышеизложенной процедуры (13)—(16) для соответствующих z_*, увеличивающихся с заданным шагом. При этом в качестве G_0 для каждого нового уровня z_* выбиралось G, найденное для предыдущего уровня. Форма этих линий тока определялась с точностью $\varepsilon_1 + \varepsilon_3$, т. е. не ниже 20 м.

На некоторой высоте над землей амплитуды возмущений могут становится столь большими, что описанная процедура будет терять свою оперативность в некоторых точках x_i. В процессе счета предусматривался пропуск этих точек, а в конце расчетов проводились дополнительные вычисления $\psi(x, z)$ на некоторой сетке координат, достаточно густой и заведомо включающей пропущенные точки. Уточнение положения изолиний функции тока в этих областях осуществлялось графически.

Для экономии счетного времени в каждом варианте расчетов вначале вычислялись и запоминались значения функции ψ_0' для нужных значений x_i и стандартного набора значений высот $z_{n+1} = z_n + \Delta z$. По мере необходимости этот массив данных многократно использовался в процессе счета, при этом значении ψ_0' для z, лежащих между стандартными уровнями, находились с помощью линейной интерполяции. Переменный шаг Δz был достаточно мал и не влиял на точность.

3. **Результаты.** Каждый вариант расчета определялся заданием величин λ_c, $\bar{u}$, $F(x_i)$. Общее число точек x_i, в которых вычислялись G, определяет число слагаемых N в (5); здесь N равно либо 113, либо 170, число x_i в области горы, где $F>0$, составляло 50—70. Количество точек, в которых рассчитывались ψ_0', определялось как $2N+8$. Число уровней z_n равнялось 55, максимальное $z_n=10$ км.

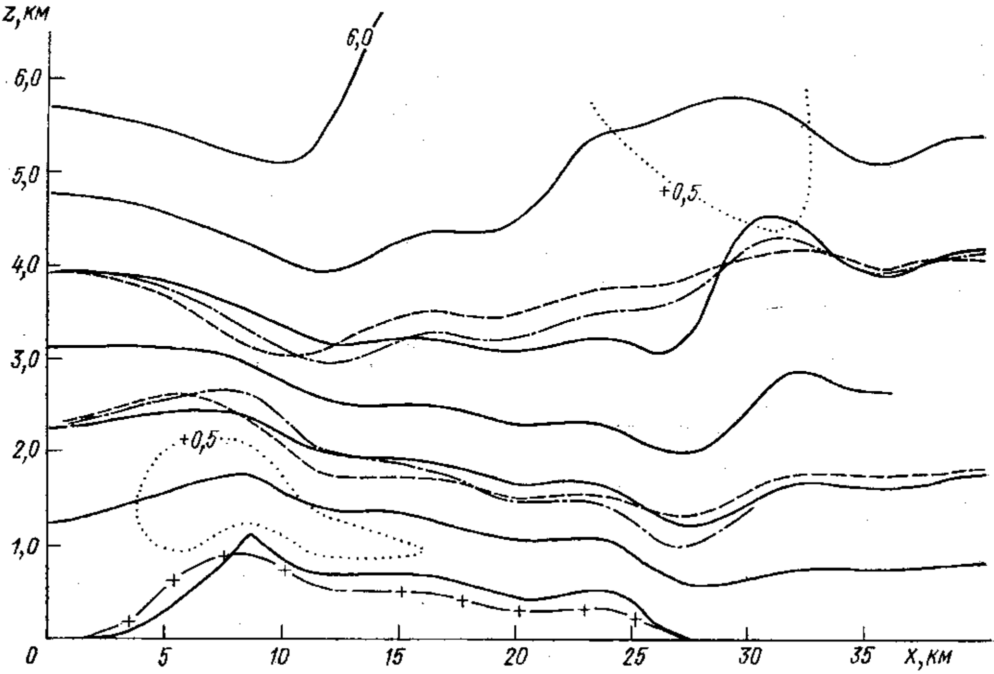

Рис. 2. Обтекание рельефа Крыма при направлении натекающего потока с юго-востока и $\lambda_c=7{,}7$ км. Объяснение в тексте

Вид функции $F(x)$ соответствовал [10]; решение при этом воспроизводило обтекание усредненного рельефа Крыма в двух вариантах: когда направление натекающего потока было близким к северо-западному и когда оно было прямо противоположным. Как и в [10], λ_c равнялось 7,7 и 5,1 км, причем в данной работе предполагалось, что эти различия определялись только величиной $\bar{u}$, которая составляла соответственно 15,1 и 10 м/с. Результаты расчета траекторий движения для этих вариантов представлены на рис. 2—5. Первые два из них воспроизводят обтекание при течении с северо-запада и юго-востока при $\lambda_c=7{,}7$ км, последние два — соответственно при 5,1 км.

На каждом из рисунков воспроизведено три различных решения задачи. Сплошными линиями изображаются линии тока, получаемые при использовании точного решения задачи. Пунктирными линиями представлены отдельные линии тока, соответствующие первому приближению, т. е. варианту, в котором как массив B_i, так и форма линий тока определялись на основе (10) (вариант Π_1). Штрих-пунктиром представлен вариант Π_2, в котором решение уточняет Π_1 в том отноше-

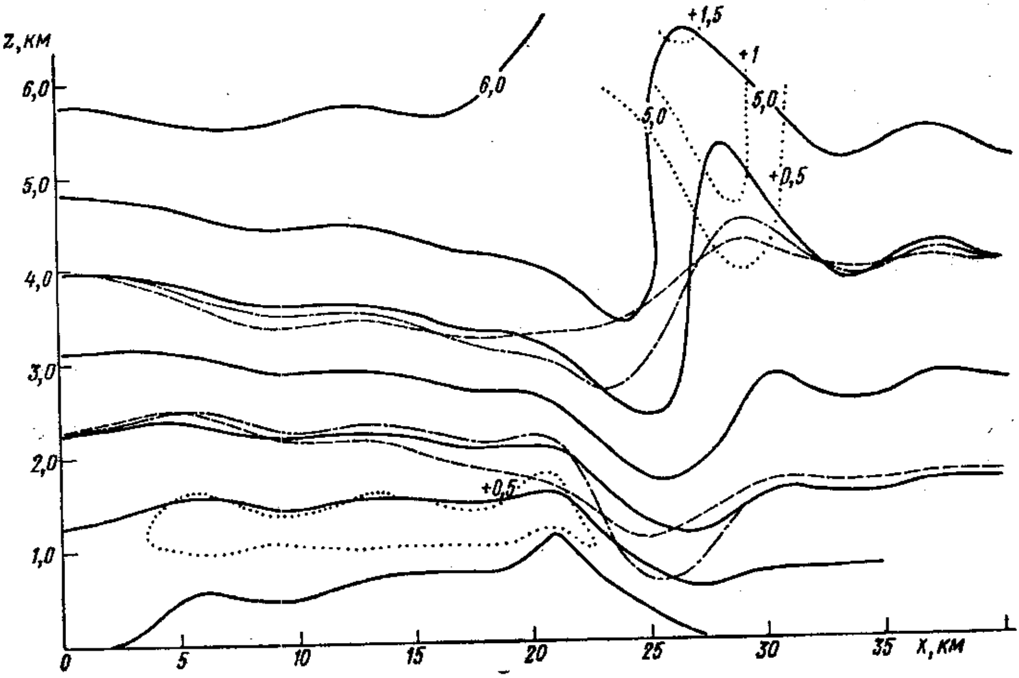

Рис. 3. То же, что на рис. 2 при потоке с северо-запада

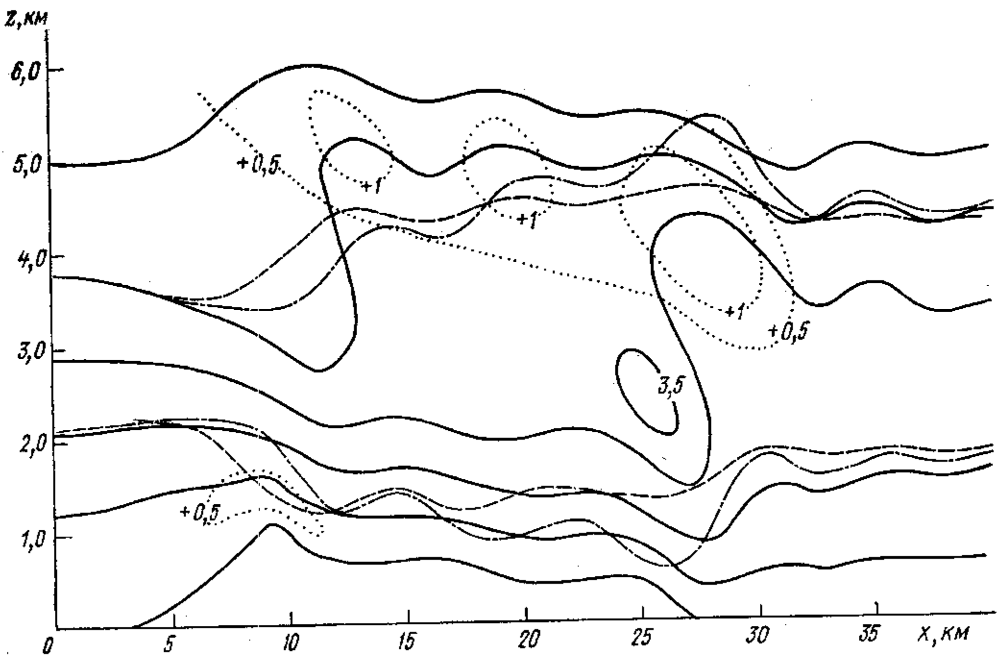

Рис. 4. То же, что на рис. 2 при $\lambda_c = 5{,}1$ км

нии, что в (5) используются B_i из точного решения, а форма траекторий, как и в Π_1, определяется посредством (10).

На рисунках, кроме того, точками даны изолинии, на которых положительные смещения G составляют 0,5; 1; 1,5 или 2 км. Эти изолинии выделяют области, где вероятно появление облачности.

Результаты, даваемые Π_1, повторяют итоги [10], а в целом рисунки демонстрируют различия между точным решением и решениями Π_1, Π_2. Хотя основные результаты [9, 10] подтверждаются, целый ряд важных деталей можно уточнить.

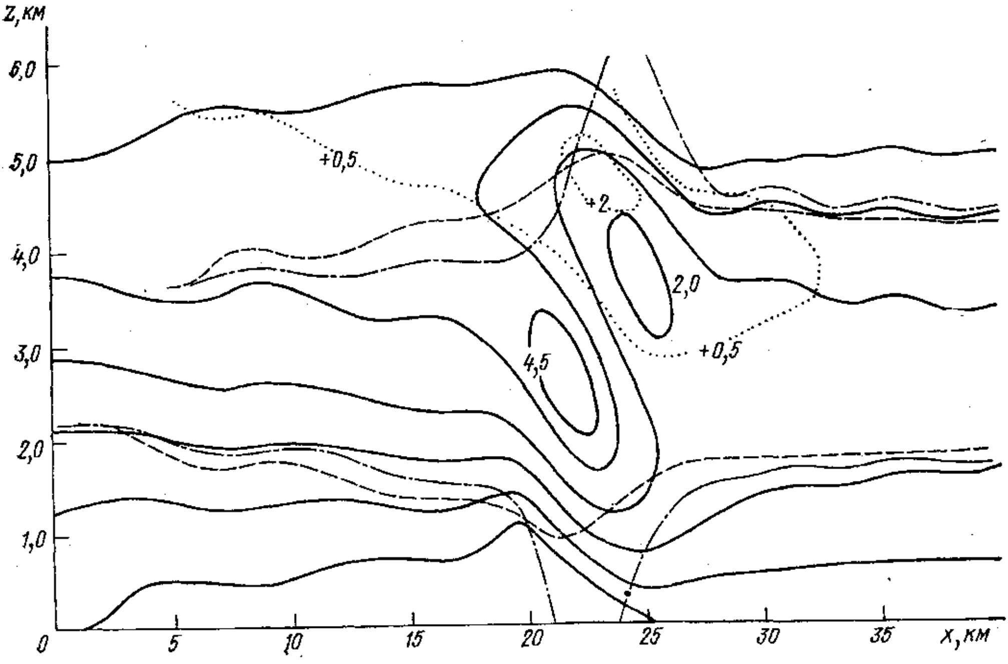

Рис. 5. То же, что на рис. 3 при $\lambda_c=5{,}1$ км

1. Наибольшие возмущения имеют место в области над горой, и они сильнее всего сглаживаются решением Π_1. Использование точного решения позволяет выявить близость режима течения на высотах 2—5 км к роторному, особенно при малых λ_c. Возможность существования таких режимов в реальных течениях заслуживает специальных исследований. Некоторые теоретические и экспериментальные данные о них изредка публикуются в мировой печати (см., например, [2—4, 12]).

2. В подветренной зоне Π_1 неплохо воспроизводит фазы волн, но сильно занижает амплитуды. Прежний вывод о возможности вырождения подветренных волн при $\lambda_c=7{,}7$ км видоизменяется. Мы видим, что амплитуда первого подветренного гребня теперь гораздо заметнее превышает амплитуды последующих. Эффект вырождения поэтому может проявляться лишь в поле облачности.

3. Нижнее основание волновых облаков в подветренной зоне, определяемое по изолинии $G=0{,}5$ км, при $\lambda_c=5{,}1$ км может иметь высоту менее 3 км, что заметно ниже, чем в [10].

4. Линия, данная крестиками на рис. 2, представляет точную форму рельефа, определяемого коэффициентами B_i решения Π_1. Она почти на всем протяжении ниже действительной поверхности земли, и это

говорит нам, что решением Π_1 воздействие рельефа воспроизводится в ослабленном виде. Решение Π_2 учитывает точно рельеф, однако возмущения сильно сглажены. Это показывает необходимость использования во всех расчетах соотношения (4a). Построенные алгоритмы оперативны: любой из вариантов укладывался в счетное время, меньшее 30 мин при $N=170$ и 15 мин при $N=113$ (все расчеты проводились на БЭСМ-6).

5. В основе разработанного метода точного учета трансцендентного граничного условия вида (4a) лежит принцип суперпозиции, который использует в качестве отдельного элемента решение, обладающее высокой локализованностью. Этот метод имеет самостоятельное значение и его можно использовать в других теоретических моделях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Smith R. B. Adv. in Geophys., 1979, **21**, p. 87. [2] Vergeiner I. Quart. J. Roy. Met. Soc., 1971, **97**, N 411, p. 30. [3] Кожевников В. Н., Бибикова Т. Н., Журба Е. В. Изв. АН СССР. Сер. ФАО, 1977, **13**, № 5, с. 451. [4] Klemp J. B., Lilly D. K. J. Atmos. Sci., 1977, **35**, N 1, p. 78. [5] Long R. R. Tellus, 1955, **7**, N 3, p. 341. [6] Davis R. E. J. Fluid Mech., 1969, **36**, N 1, p. 127. [7] Krishnamurti T. N. Month. Weather Rev., 1964, **92**, N 4, p. 147. [8] Гранберг И. Г. Изв. АН СССР. Сер. ФАО, 1979, **15**, № 12, с. 1235. [9] Кожевников В. Н., Козодеров В. В. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1970, № 1, с. 11. [10] Кожевников В. Н., Козодеров В. В. Изв. АН СССР. Сер. ФАО, 1970, **6**, № 10, с. 979. [11] Lyra I. Z. angew. Math. und Mech., 1943, **23**, H. 1, p. 1. [12] Smith R. B. J. Atmos. Sci., 1977, **34**, N 10, p. 1634.

Поступила в редакцию
02.04.81

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, Т. 23, № 5

УДК 539.1.074

АНАЛИЗ НАГРУЗОЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕСАМОГАСЯЩИХСЯ СЧЕТЧИКОВ

В. И. Шумшуров, М. В. Тельцов, З. Г. Зуева, А. Н. Антропов
(*НИИЯФ*)

Газоразрядные счетчики применяются в качестве простейших детекторов элементарных частиц и γ-квантов. Сфера их применения существенно расширилась после создания электронной схемы регистрации импульсов [1—3]. В этих счетчиках используется самостоятельный газовый разряд, гашение которого осуществляется схемой, содержащей, как правило, высокоомное (гасящее) сопротивление, вследствие чего такой детектор частиц обладает низким быстродействием. Открытие гасящих свойств некоторых газов и паров многоатомных органических соединений привело к созданию самогасящихся счетчиков, обладающих повышенным быстродействием [4, 5]. Исследования различных характеристик и механизма разряда самогасящихся счетчиков показали, что они имеют малую долговечность из-за разрушения молекул гасящего газа. Было также показано, что галогенные счетчики в обычном режиме являются несамогасящимися; подчеркнута роль схемы включения в гашении разряда [6—10]. В связи с вышеизложенным является актуальным повышение быстродействия несамогасящихся счетчиков, особенно при использовании их в автономном режиме работы, например на автоматических космических станциях [11, 12]. В этих условиях нагрузочная характеристика счетчика, имеющая восходящий участок, максимум и