§ 4. Заключение. В работе получены точные решения релятивистских волновых уравнений, описывающих массивную заряженную векторную частицу в постоянном магнитном поле. Показано, что в модели Вейнберга 1967 г. (k=1) решения оказываются вырожденными по состояниям с определенной проекцией спина частицы на направление поля. Введение феноменологического магнитного момента частицы к≠1 полностью снимает вырождение. Получены выражения для энергии частицы в поле как в случае k=1, так и в случае произвольных k. Основное состояние (n=0) оказывается невырожденным при любых k. Энергия основного состояния становится мнимой при $|h| > h_{
m HD}$ ($m \sim$ ~ 30 ГэВ, $h_{\rm KD} \sim 10^{23}$ Гс) в случае k = 1. При k = 0 квадрат энергии (p_0^2) положительно определен для любой напряженности поля, как и в работе [2]. Выражение для энергии при $p_3 = 0$ в точности совпадает с полученным в работе [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Бернстейн Дж. В кн.: Новости фундаментальной физики, вып. 8. Квантовая теория калибровочных полей. М., 1977, с. 120—240. [2] Тsai Wu-yang, Yildiz Asim. Phys. Rev., 1971, D-4, № 12. р. 3643. [3] Salam A., Word J. C. Phys. Lett., 1964, 13, № 2, р. 168. [4] Гриб А. А., Мамаев С. Г., Мостепаненко В. М. Квантовые эффекты в интенсивных внешних полях. М.: Атомиздат, 1980. [5] Бейтмен Г., Эрдейн А. Высшие трансцендентные функции. М.: Наука, 1974, т. 2. [6] Соколов А. А., Тернов И. М. и др. В кн.: Синхротронное излучение. М.: Наука, 1966, с. 72. [7] Зельдович Я. Б. УФН, 1975, 115, № 2, с. 161.

Поступила в редакцию 15.04.81

ВЕСТН, МОСК, УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, Т. 23, № 5

УДК 535.241.13:534

АКУСТООПТИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ОГРАНИЧЕННЫХ ВОЛНОВЫХ ПУЧКОВ

ċ,

В. И. Балакший, Х. А. Упасена (Шри Ланка)

(кафедра физики колебаний)

1. Введение. В подавляющем большинстве работ, посвященных акустооптическому (AO) взаимодействию, рассматривается дифракция плоской световой волны на монохроматической акустической волне. Однако в реальных AO устройствах используются ограниченные волновые пучки. Конечные размеры области взаимодействия существенно влияют на все основные характеристики этих устройств: разрешение, быстродействие, потребляемую мощность. Поэтому учет размеров области взаимодействия является совершенно необходимым для правильного описания работы AO устройств.

При рассмотрении АО взаимодействия ограниченных пучков можно выделить два предельных случая: 1) дифракцию сфокусированного светового пучка на монохроматической акустической волне; 2) дифракцию плоской световой волны на коротком акустическом цуге. Первый случай реализуется в АО модуляторах и дефлекторах света [1, 2], второй — в АО устройствах зондирования световых полей [3]. В данной работе рассмотрены оба этих случая и показано, что даже при одинаковых размерах области взаимодействия имеются существенные различия в структуре поля дифрагированного света и в характере зависимости эффективности дифракции от параметров АО ячейки. 2. Дифракция светового пучка на акустической волне сложного спектрального состава. Рассмотрим сначала наиболее общий случай, когда пространственно промодулированная световая волна с амплитудой u(z) дифрагирует на амплитудно модулированном акустическом пучке шириной l (рис. 1). Разложим световое поле с помощью пространственного фурье-преобразования в спектр по плоским волнам:

$$U(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} u(z) \exp\left(-j2\pi \frac{\theta}{\lambda} z\right) dz, \qquad (1)$$

где $U(\theta)$ — амплитуда спектральной составляющей, распространяющейся под углом θ к оси *x*, λ — длина волны света в среде. Бегущую по оси *z* акустическую волну

 $a(z) = a_0(z - vt) \exp[jK_0(z - vt)]$

(где a_0 — амплитуда, K_0 — волновое число, а v — скорость звука) представим в виде суммы монохроматических волн с амплитудами

$$A(K) = \int_{-\infty}^{\infty} a(z) \exp(-jKz) dz.$$
 (2)

При тех уровнях световой мощности, которые соответствуют обычным условиям работы акустооптических устройств, АО взаимодействие



Рис. 1. Дифракция пространственно модулированной световой волны на акустическом пучке



Рис. 2. Зависимость функций G_1 (пунктирная кривая) и G_2 (сплошные кривые) от параметра Мейдена $a: \Theta_B = -2$ (1), $-4\sqrt{5}$ (2), -1 (3)

является линейным по свету. Поэтому каждая спектральная составляющая (1) светового пучка дифрагирует в звуковом поле независимо от других. Если, кроме того, выполняется условие малой эффективности дифракции, то АО взаимодействие является линейным также по акустическому полю. Для этого случая, воспользовавшись известным решением задачи о дифракции плоской световой волны на монохроматической акустической волне [4]

$$C_d = C_0 \frac{ql}{2} \exp\left(-j\frac{\eta l}{2}\right) \operatorname{sinc} \frac{\eta l}{2\pi}$$
(3)

и просуммировав все дифрагированные волны C_d , получим следующее выражение для углового спектра дифрагированного света на выходе

из АО ячейки:

$$C_{d}(\varphi) = \frac{ql}{2\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} U(\theta) L(\theta) \exp\left[-j\eta(\theta,\varphi)\frac{l}{2}\right] \times$$

$$\times \operatorname{sinc}\left[\eta(\theta,\varphi)\frac{l}{2\pi}\right] \int_{-\infty}^{\infty} A(K) \,\delta(k_{d}\varphi - k_{i}\theta - K) \,dKd\theta, \quad (4)$$

где $k_i = k_0 n_i$ и $k_d = k_0 n_d$ — волновые числа, а n_i и n_d — показатели преломления соответственно для падающего и дифрагированного света, $L(\theta)$ — передаточная функция свободного пространства [5]:

$$L(\theta) = \exp\left[-jk_i\left(1-\frac{\theta^2}{2}\right)\frac{l}{2}\right]$$
(5)

(соотношение (4) получено в предположении, что падающий световой пучок сфокусирован в центр ячейки). Параметр q определяется амплитудой акустической волны, а параметр η характеризует степень фазового рассинхронизма при АО взаимодействии [4]. С учетом малости углов падения θ и дифракции φ

$$\eta\left(\theta,\,\varphi\right) = k_d\left(1-\frac{\varphi^2}{2}\right) - k_i\left(1-\frac{\theta^2}{2}\right). \tag{6}$$

Подставив (5) и (6) в (4), получим следующее выражение для углового распределения интенсивности дифрагированного света:

$$I_{d}(\varphi) \equiv C_{d}^{*}C_{d}^{*} = \left(\frac{ql}{2}\right)^{2} \frac{1}{\lambda^{2}} \left| \int_{-\infty}^{\infty} U(\theta) \operatorname{sinc} \times \left[\rho + \frac{k_{0}l}{4\pi} \left(n_{i}\theta^{2} - n_{d}\varphi^{2} \right) \right] \int_{-\infty}^{\infty} A(K) \,\delta \left[k_{0} \left(n_{d}\varphi - n_{i}\theta \right) - K \right] dKd\theta \Big|^{2}, \quad (7)$$

где через р обозначено нормированное двупреломление среды:

 $\mathbf{p} = (n_d - n_i) k_0 l/2\pi.$

3. Дифракция светового пучка на монохроматической акустической волне. В этом случае спектр акустического сигнала содержит только одну гармоническую составляющую:

$$A(K) = 2\pi a_0 \exp(-jK_0 vt) \delta(K - K_0).$$
(8)

Если на АО ячейку под углом θ_0 падает однородный по сечению световой пучок, имеющий ширину h и амплитуду u_0 , то его спектр

$$U(\theta) = u_0 h \operatorname{sinc} \left[\frac{h}{\lambda} (\theta - \theta_0) \right].$$
(9)

Подставив (8) и (9) в (7), получим

$$I_d(\Phi) = \left(\frac{ql}{2}\right)^2 u_0^2 h^2 \operatorname{sinc}^2 \left[\frac{H}{2} \left(\Phi - 2 - \Theta_0\right)\right] \operatorname{sinc}^2 \left[\rho - \frac{Q}{2} \left(\Phi - 1\right)\right].$$

Здесь через Q обозначен параметр Брэгга $Q = K_0^{2l}/2\pi k_d$ и введены нормированные величины ширины светового пучка $H = K_0 h/2\pi$, углов падения $\Theta_0 = \frac{\theta_0}{K_0/2k_d}$ и дифракции $\Phi = \frac{\Phi}{K_0/2k_d}$.

73

Как известно, наибольшая эффективность АО взаимодействия достигается при падении света под углом Брэгга Θ_B . Из условия $\eta = 0$ находим, что

$$\Theta_B = 2\rho/Q - 1$$
.

Для случая $\Theta_0 = \Theta_B$, интегрируя I_d по всему угловому диапазону и нормируя на интенсивность падающего света I_0 , получаем следующее выражение для эффективности дифракции:

$$\frac{I_d}{I_0} = \left(\frac{ql}{2}\right)^2 \frac{H}{2} \int \operatorname{sinc}^2 \left[\frac{H}{2} \left(\Phi - 2 - \Theta_B\right)\right] \operatorname{sinc}^2 \left[\frac{Q}{2} \left(\Phi - 2 - \Theta_B\right)\right] d\Phi \equiv \\ \equiv \left(\frac{ql}{2}\right)^2 G_1 (H, Q, \Theta_B).$$

В теории АО устройств важную роль играет параметр Мейдена a, равный отношению углов расходимости светового φ_L и звукового φ_S пучков [1]. В наших обозначениях $a = \varphi_L/\varphi_S = Q/H$. С помощью этого параметра функцию G_1 можно привести к виду

$$G_1(a) = \int \operatorname{sinc}^2 X \cdot \operatorname{sinc}^2(aX) \, dX, \qquad (10)$$

где $X \equiv (H/2) (\Phi - 2 - \Theta_B)$. Ее график показан на рис. 2 пунктирной кривой. Физический смысл функции G_1 заключается в следующем. В ограниченном световом пучке плосковолновые компоненты (1) имеют разное направление распространения в пространстве. Поэтому условие Брэгга может быть выполнено только для какой-нибудь одной из них, например для осевой, если $\Theta_0 = \Theta_B$. Это приводит к тому, что эффективность АО взаимодействия оказывается разной для различных спектральных составляющех пучка света, и эта особенность АО взаимодействия проявляется тем сильнее, чем больше расходимость φ_L . В результате эффективность дифракции I_d/I_0 для пучка оказывается меньше, чем при дифракции одной плоской световой волны [1]. Степень ухудшения АО взаимодействия и описывается функцией G_1 .

В рассматриваемом случае дифракции ограниченного пучка света на монохроматической акустической волне нетрудно получить более общее выражение для эффективности дифракции, справедливое при любом уровне акустической мощности. В режиме дифракции Брэгга вместо (3) имеем [4]:

$$C_d = C_0 \frac{ql}{2} \exp\left(-j \frac{\eta l}{2}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{l}{2\pi} \sqrt{q^2 + \eta^2}\right).$$

Вводя безразмерный параметр мощности $P = ql/2\pi$, получаем, что эффективность дифракции в этом случае определяется выражением

где

$$I_d/I_0 = \sin^2 \pi P \cdot G_1^P(a, P),$$

$$G_1^P(a, P) = \int \operatorname{sinc}^2 X \cdot \operatorname{sinc}^2 \sqrt{P^2 + a^2 X^2} \cdot dX / \operatorname{sinc}^2 P, \qquad (11)$$

имеющая тот же физический смысл, что и G_1 . Значению P=0,5 соответствует мощность, которая при дифракции плоской световой волны обеспечивает полную перекачку падающего света в дифракционный порядок. Так как при всех a>0 функция $G_1^P < 1$, то это означает, что в случае дифракции ограниченного светового пучка нельзя получить 100%-ную эффективность дифракции. Например, при a=1,13 (ортимальное значение для АО модуляторов) максимальная величина I_d/I_0 составляет 63%.

4. Дифракция плоской световой волны на акустическом цуге. Если в АО ячейке возбуждена акустическая волна в виде цуга прямоугольной формы, бегущего по оси z:

$$a(z) = a_0 \operatorname{rect} \left[(z - vt)/h \right] \exp \left[jK_0 \left(z - vt \right) \right],$$

то спектр звукового поля имеет вид

$$A(K) = a_0 h \exp(-jKvt) \operatorname{sinc}\left[\frac{h}{2\pi}(K-K_0)\right],$$
 (12)

где h — длина цуга, K_0 — волновое число несущей. Для плоской световой волны амплитуды u_0 , падающей на ячейку под углом θ_0 , имеем:

$$U(\theta) = u_0 \lambda \delta(\theta - \theta_0). \tag{13}$$

Подставляя (12) и (13) в (7), получаем спектр дифрагированного излучения на выходе из ячейки:

$$I_d(\Phi) = \left(\frac{ql}{2}\right)^2 u_0^2 h^2 \operatorname{sinc}^2 \left[\frac{H}{2}(\Phi - 2 - \Theta_0)\right] \operatorname{sinc}^2 \left[\rho - \frac{Q}{8}(\Phi^2 - \Theta_0^2)\right].$$

Как и в рассмотренном выше случае, выражение для эффективности дифракции при $\Theta_0 = \Theta_B$ можно записать в виде

$$I_d/I_0 = \left(\frac{ql}{2}\right)^2 G_2 (H, Q, \Theta_B),$$

но для функции G₂ вместо (10) имеем следующее соотношение:

$$G_2(a, H, \Theta_B) = \int \operatorname{sinc}^2 X \cdot \operatorname{sinc}^2 \left[\frac{aX}{2} \left(\frac{X}{H} + 2 + \Theta_B \right) \right] dX.$$
(14)

Сравнивая (10) с (14), видим, что во втором случае эффективность дифракции определяется не только параметром Мейдена a, но зависит также от длины цуга H и угла падения света на ячейку Θ_B . Следовательно, даже при одинаковых геометрических размерах области АО взаимодействия (одинаковых h, L и Θ_0) эффективность дифракции в этих двух случаях должна быть различной.

На рис. 2 представлены кривые зависимости $G_2(a)$ для H=3. Параметром является угол Брэгга Θ_B . Значению $\Theta_B = -1$ соответствует случай изотропной дифракции света. Все другие значения Θ_B могут быть получены только с использованием анизотропной дифракции при соответствующем выборе среза АО кристалла [2]. Из графиков следует, что с увеличением а эффективность АО взаимодействия падает, однако в разной степени для различных углов Брэгга. Это хорошо видно из рис. 3, на котором приведены кривые зависимости $G_2(\Theta_B)$. Наибольшая эффективность взаимодействия достигается при $\Theta_B = -2$, т. е. когда дифрагированное излучение идет вдоль фронта акустической волны.

5. Обсуждение результатов. Полученные результаты можно объяснить с помощью векторных диаграмм, выражающих закон сохранения импульса при АО взаимодействии:

$$\mathbf{k}_d = \mathbf{k}_i + \mathbf{K}. \tag{15}$$

Соотношение (15) справедливо для плоских волн, поэтому им можно пользоваться, лишь рассматривая взаимодействие каждой из составляющих (1) светового пучка с плосковолновыми компонентами акустического пучка. На рис. 4 показаны векторные диаграммы для двух рассмотренных предельных случаев АО взаимодействия. В первом случае спектры светового и акустического пучков содержат компоненты с волновыми векторами \mathbf{k}_i и \mathbf{K}_0 , имеющими разную ориентацию в пространстве в пределах углов расходимости пучков $\varphi_L = 2\pi/k_i h$ и $\varphi_S = 2\pi/K_0 l$. При $\varphi_L < \varphi_S$ для каждой составляющей светового пучка существует компонента в звуковом пучке, удовлетворяющая условию фазового синхронизма (15). Если же $\varphi_L > \varphi_S$, то дифрагировать будут лишь те составляющие светового пучка, которые лежат в пределах угла φ_S . Этим объясняется уменьшение G_I с ростом *a*. Из рис. 4, *a* видно, что эффективность АО взаимодействия должна определяться только соотношением расходимостей пучков и не должна зависеть от величины угла Брэгга.



Рис. 3. Зависимость функции G_2 от угла Брэгга Θ_B : a=1 (1), 3 (2), 5 (3)



Рис. 4. Векторные днаграммы АО взанмодействия: дифракция светового пучка на монохроматическом акустическом пучке (a) и дифракция плоской световой волны на акустическом цуге (б)

Иначе обстоит дело во втором случае (см. рис. 4, б). Спектр падающего света содержит только одну составляющую, но зато спектр акустического пучка включает в себя компоненты с волновыми векторами, имеющими различную ориентацию в пределах угла φ_S и разную длину в интервале $\Delta K = 2\pi/h$. Условие фазового синхронизма в этом случае выполняется для всех векторов K, концы которых лежат на дуге окружности радиуса k_d , попадающей внутрь заштрихованной области. Длина дуги максимальна при $\Theta_B = -2$, когда угол дифракции равен нулю (именно такой вариант изображен на рис. 4, 6). Этим и объясняется характер приведенной на рис. 3 зависимости эффективности дифракции от угла Брэгга.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Магдич Л. Н., Молчанов В. Я. Акустооптические устройства и их применение. М.: Сов. радио, 1978. [2] Балакший В. И., Парыгин В. Н. Раднотехника и электроника, 1980, 25, № 9, с. 1957. [3] Балакший В. И., Парыгин В. Н. Радиотехника и электроника, 1979, 24, № 8, с. 1621. [4] Парыгин В. Н., Чирков Л. Е. Квант. электроника, 1975, 2, № 2, с. 318. [5] Гудмен Дж. Введение в фурьс-оптику. М.: Мир, 1970.

Поступила в редакцию 29.04.81