

ния, подаваемого на ГЧ с ГНЧ₂. Схема внутреннего протонного стабилизатора состоит из генератора НЧ (ГНЧ₃, $\Omega_3/2\pi = 4$ кГц), фазового детектора (ФД₃) и фазовращателя (Ф₃). С выхода ФД₃ сигнал ошибки поступает на исполнительное устройство стабилизатора. В качестве образца использовался обезгаженный раствор бензола и ацетона в ССl₄ (1:1:10), причем линия ЯМР бензола использовалась для протонной стабилизации. Эксперимент заключался в последовательной записи сигналов ЯМР от ацетона при сдвиге чувствительного слоя на величину порядка его высоты (0,27 мм). На рис. 2 (а, б) приведены томограммы, полученные при двух значениях Y-градиента поля H_0 , создаваемого шиммирующими катушками; легко заметить сдвиги и изменения формы линии ЯМР как при переходе от слоя к слою, так и для слоев, занимающих одинаковое положение по оси Y, но отличающихся распределением H_0 . Для сравнения там же приведены записи «суммарной» линии ЯМР (А), сделанные обычным способом при меньшем усилении.

Авторы признательны Р. А. Галиуллину за помощь в работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Галиуллин Р. А., Константинов Ю. С., Смирнов А. М. В кн.: Тезисы докл. VII Всес. школы по магнитному резонансу, 1981, с. 27. [2] Hinchshaw W. S. J. Appl. Phys., 1976, 47, p. 3709. [3] Владимирский К. В. ЖЭТФ, 1957, 33, № 2, с. 529. [4] Виницкий А. С. Модулированные фильтры и следящий прием ЧМ сигналов. М.: Сов. радио, 1969. [5] Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974.

Поступила в редакцию
27.08.81

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, Т. 23, № 5

УДК 530.12:531.51

ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ В СИЛЬНОМ ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

А. А. Соколов, А. Н. Алиев, Д. В. Гальцов

(кафедра теоретической физики)

В связи с некоторыми астрофизическими применениями представляет интерес получение формул, описывающих спектральное распределение синхротронного излучения (СИ) релятивистских заряженных частиц, движущихся в искривленном пространстве-времени. Попытки прямого обобщения известных формул [1] наталкиваются на ряд трудностей. Прежде всего спектральное разложение обычно проводится с помощью интегралов Фурье, что, вообще говоря, невыполнимо в искривленном пространстве. Существует и более принципиальная трудность, связанная с тем, что излучение заряженных частиц в искривленном пространстве-времени не описывается в отличие от пространства Минковского в терминах только локальных величин («хвостовой член» Де Витта—Бреме [2]). Тем не менее с некоторыми оговорками, которые представляются физически приемлемыми, спектральное распределение СИ в существенной части спектра все-таки может быть выражено через локальные переменные для случая ультрарелятивистских частиц в медленно меняющихся электромагнитном и гравитационном полях.

Предположим, что излучение с длиной волны λ формируется на участке траектории $\Delta l \ll \lambda$ (для высокочастотной части спектра СИ $\lambda_{\text{суп}} \sim \Delta l / \gamma^2$, γ — лоренцев фактор). Если $\Delta l \ll L$, где L — масштаб неоднородности гравитационного поля, то волновая зона начинается на расстояниях, значительно меньших L . Тогда в свободно падающей системе отсчета СИ будет описываться формулами плоского пространства-времени, и естественным образом возникает волновой вектор по отношению к этой системе отсчета. Поэтому, повторив соответствующие вычисления для плоского случая в лоренц-инвариантной форме, приходим к следующему выражению для интенсивности излучения, отнесенной к локальному времени:

$$d\hat{I} = -\frac{e^2}{\pi^2} \sqrt{\frac{2}{3}} (u^0)^{-1} \left(1 + 4\dot{u}^2 \frac{(ku)}{(k\ddot{u})}\right) \sqrt{\frac{(k\ddot{u})}{(k\dot{u})}} K_{1/3}(q) d^3 k, \quad (1)$$

где

$$k_{\hat{\mu}} = (\hat{\omega}, -\mathbf{k}), \quad q = (4/\sqrt{3}) (ku)^{3/2} (k\ddot{u})^{-1/2},$$

$$\dot{u}^2 = \dot{u}_{\hat{\mu}} \dot{u}^{\hat{\mu}}, \quad u^{\hat{\mu}} = d\xi^{\hat{\mu}}/ds,$$

$K_{1/3}$ — функция Макдональда, скобками обозначено скалярное произведение по лоренцевой метрике, $(ku) = k_{\hat{\mu}} u^{\hat{\mu}}$, $G=c=\hbar=1$, сигнатура метрики $(+---)$. В случае, если инварианты электромагнитного поля удовлетворяют условиям

$$F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} > 0, \quad \varepsilon_{\mu\nu\lambda\tau} F^{\mu\nu} F^{\lambda\tau} = 0,$$

т. е. существует система отсчета, в которой поле является чисто магнитным, для ультрарелятивистских частиц с точностью до членов порядка $\hat{\gamma}^{-2}$ выполняется соотношение $(k\ddot{u}) \simeq (\hat{\omega}/u^0) \dot{u}^2$. Вводя инвариантную переменную $y = (2/3) (k\ddot{u}) (-\dot{u}^2)^{-3/2}$ и выполнив интегрирование в (1) по углам вектора $\mathbf{k}$, получим

$$\frac{d\hat{I}}{dy} = -\frac{3\sqrt{3}}{4\pi} e^2 \dot{u}^2 y \int_y^\infty K_{5/3}(x) dx. \quad (2)$$

Нетрудно видеть, что правая часть формулы (2) является не только лоренц-ковариантной, но и общековариантной, если для 4-импульса фотона по определению принять закон преобразования к произвольной системе отсчета $k_{\hat{\mu}} \Lambda_{\hat{\nu}}^{\hat{\mu}} = k_{\hat{\nu}}$, где $\Lambda_{\hat{\nu}}^{\hat{\mu}} = d\xi^{\hat{\mu}}/dx^{\hat{\nu}}$ — матрица преобразования координат в точке мгновенного положения частицы. При этом обычные производные от 4-скорости переходят в ковариантные производные $\dot{u}^{\hat{\mu}} = Du^{\hat{\mu}}/ds$ и т. д. Полная интенсивность, очевидно, принимает вид

$$\hat{I} = -\frac{2}{3} e^2 \dot{u}^2 = \frac{2}{3} \frac{e^4}{m^2} F_{\mu\nu} F^{\nu\lambda} u^{\mu} u_{\lambda}. \quad (3)$$

В качестве приложения рассмотрим СИ при движении релятивистских частиц в однородном магнитном поле в пространстве-времени со шварцшильдовой метрикой. Как показано в [3], в этом случае в плоскости, ортогональной магнитному полю ($\theta = \pi/2$), существуют ультрарелятивистские круговые орбиты, которым соответствует энергии

$$E = m \frac{\sqrt{\Delta_0}}{r_0} (1 + \lambda^2)^{1/2},$$

$$\lambda = \frac{\Delta_0}{2M(r_0 - 3M)} \left[\varepsilon + \left(\varepsilon^2 + \frac{4M^3(r_0 - 3M)}{\Delta_0^2} \right)^{1/2} \right], \quad (4)$$

$$\Delta_0 = r_0^2 - 2Mr_0, \quad \varepsilon = \frac{eBM}{m},$$

а частота обращения задается соотношением

$$1 - 3M/r_0 + \Omega \varepsilon \Delta / (\gamma M) = \Delta^2 \gamma^2 / r_0^4. \quad (5)$$

Область существования определяется из условия положительности подкоренного выражения в (4), а область устойчивости задается неравенством

$$\varepsilon^2 \Delta^3 + \gamma^2 r_0^2 M^3 (r_0 - 6M) > 0, \quad (6)$$

причем в случае $r_0 < 3M$ необходимо, чтобы произведение $\varepsilon \Omega$ было положительным (сила Лоренца направлена от черной дыры). Переходя к интенсивности излучения в единицу шварцшильдовского времени $I = g_{00} \dot{I}$, с помощью формул (2), (4), (5) получим

$$\frac{dI}{dy} = \frac{3\sqrt{3}}{4\pi} e^2 \gamma^4 \frac{1}{r_0^2} \left(\frac{r_0 - 3M}{r_0 - 2M} \right)^2 y \int_y^\infty K_{5/3}(x) dx. \quad (7)$$

Входящая в это выражение инвариантная переменная y в терминах величин, отнесенных к шварцшильдовой системе отсчета,

$$\omega = \hat{\omega} r_0 / \sqrt{\Delta_0}, \quad \gamma = \hat{\gamma} r_0 / \sqrt{\Delta_0},$$

принимает вид

$$y = \frac{2}{3} v (r_0 - 2M)^2 / \gamma^3 r_0 (r_0 - 3M), \quad v = \frac{\omega}{\Omega}. \quad (8)$$

В силу экспоненциального спада функций $K_{5/3}$ при больших y получаем оценку для номера гармоники на фиолетовом конце спектра:

$$v_{\max} = \gamma^3 r_0 |r_0 - 3M| / (r_0 - 2M)^2. \quad (9)$$

С помощью формулы (4) можно показать, что с приближением радиуса орбиты к радиусу светогодезической ($r_0 \rightarrow 3M$) произведение $\gamma(r - 3M)$ при фиксированном ε стремится к постоянному пределу, и обрезание сверху в спектре наступает на частотах порядка γ^2 от частоты обращения, что характерно для геодезического синхротронного излучения (ГСИ).

Рассмотрим область значений радиуса орбиты $2M < r_0 < 3M$, когда СИ поглощается черной дырой. Пусть $r_0 = M(2 + \beta)$, $\beta \ll 1$, что возможно при напряженности магнитного поля, удовлетворяющей условию $\varepsilon > \varepsilon_{\text{cr}} = 1/\beta$. Если выполняется более сильное условие $\varepsilon \gg \varepsilon_{\text{cr}}$, то, как видно из (4), $\lambda \gg 1$, т. е. орбиты ультрарелятивистские и неустойчивые в силу нарушения условия (6). Из формулы (9) следует, что фиолетовая граница смещается вправо при $2 < r/M < (7 + \sqrt{17})/4$, причем по мере приближения к горизонту фиолетовое смещение резко возрастает: $v_{\max} = 2\gamma^3/\beta^2$. Физически это связано с тем, что верхняя граница в спектре излучения определяется энергией частицы в свободно падающей системе отсчета, которая существенно превосходит энергию, определенную по отношению к временному вектору Киллинга при приближении к горизонту событий.

Рассмотрим теперь спектральное распределение СИ в искривленном пространстве-времени с учетом квантовых эффектов. Следует отметить, что в этом случае все вышеприведенные соображения также остаются справедливыми и квантовый спектр СИ в свободно падающей системе отсчета определяется соответствующими выражениями, найденными для случая плоского пространства-времени:

$$dI/d\hat{u} = \frac{e^2 m^2}{\pi \sqrt{3}} \frac{\hat{u}}{(1 + \hat{u})^3} \left[\int_y^\infty K_{5/3}(x) dx + \frac{\hat{u}^2}{1 + \hat{u}^2} K_{2/3}(y) \right], \quad (10)$$

где $\hat{u} = \hat{\omega}/(E - \hat{\omega})$, $y = 2\hat{u}/3\hat{\chi}$, инвариантная переменная

$$\chi = (e/m^3) \sqrt{-(F_{\hat{\alpha}\hat{\beta}}^{\mu} u^{\hat{\alpha}} u^{\hat{\beta}})^2}.$$

Легко заметить, что выражение (10) также является общековариантным, как и (2), если для 4-импульса фотона принять приведенный выше закон преобразования к произвольной системе отсчета. Таким образом, (10) по существу является общековариантной записью формулы для квантового спектра СИ ультрарелятивистской частицы в гравитационном поле.

Выполнив интегрирование по $\hat{u}$ в (10) и проводя разложение при $\chi \ll 1$, получим следующее выражение для полной интенсивности излучения ультрарелятивистских частиц, движущихся в пространстве-времени Шварцшильда:

$$I = \frac{2}{3} \frac{e^2 \gamma^4}{r_0^2} \left(\frac{r_0 - 3M}{r_0 - 2M} \right)^2 \left[1 - \frac{55\sqrt{3}}{16} \frac{\gamma^2}{m} \frac{r_0(r_0 - 3M)}{\Delta_0 \sqrt{\Delta_0}} + \right. \\ \left. + 48 \frac{\gamma^4}{m^2} \frac{r_0^2(r_0 - 3M)^2}{\Delta_0^3} - \dots \right]. \quad (11)$$

В этой формуле радиус орбиты r_0 является функцией от γ (см. (4)); поэтому зависимость первой квантовой поправки от энергии более сложна, чем в случае плоского пространства-времени, где эта зависимость линейна. Поскольку, как отмечалось выше, при $r_0 \rightarrow 3M$ произведение $\gamma(r_0 - 3M)$ при заданном ε стремится к постоянной, то при $r_0 = 3M$ выражение (12) принимает вид

$$I = \frac{2}{9} e^2 \frac{\gamma^2}{M^2} \varepsilon^2 \left[1 - \frac{55\sqrt{3}}{16} \frac{\gamma}{m} \frac{\varepsilon}{M} + 48 \frac{\gamma^2}{m^2} \frac{\varepsilon^2}{M^2} - \dots \right]. \quad (12)$$

В этом предельном случае спектральное распределение и полная интенсивность «классического» СИ качественно совпадает с соответствующими величинами для геодезического синхротронного излучения [4]. Отсюда можно прийти к заключению, что квантовая поправка к ГСИ линейно зависит от энергии, так же как и в случае плоского пространства-времени. Из формулы (11) видно, что при движении ультрарелятивистской частицы вблизи горизонта ($\Delta \rightarrow 0$) роль квантовых поправок резко возрастает.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон. М.: Наука, 1974. [2] DeWitt B. S., Brehne R. W. Ann. of Phys., 1960, 9, p. 220. [3] Гальцов Д. В., Петухов В. И. ЖЭТФ, 1978, 74, с. 801. [4] Тернов И. М., Халилов В. Р. и др. ЖЭТФ, 1975, 68, с. 377.

Поступила в редакцию
21.09.81