

Таким образом, проделанные выше расчеты указывают на возможность применения комбинированной модуляции электронного пучка при больших отношениях частот динамического и статического управлений для создания импульсных СВЧ-генераторов и усилителей, в которых энергия, запасенная в электронном потоке, практически полностью переходит в энергию СВЧ-поля. Повышение коэффициента полезного действия является особенно актуальной задачей для высокоэнергетических приборов, в которых проблема рассеяния неиспользованной энергии электронов усложняется с ростом мощности устройства. Спектральный состав тока пучка, прошедшего двойное управление, указывает также на высокую эффективность умножения частоты модулирующего сигнала с использованием больших номеров гармоник и возможность создания, в частности, приборов субмиллиметрового диапазона (генераторов и умножителей), использующих низкочастотные сантиметровые и дециметровые управляющие электромагнитные поля.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Сушков А. Д., Тайель М. Б. Изв. ЛЭТИ, 1972, № 101, с. 50.  
[2] Гвоздовер С. Д. Теория электронных приборов сверхвысоких частот. М., 1956. [3] Лебедев И. В. Техника и приборы СВЧ, т. 2. М., 1972.

Поступила в редакцию  
28.05.81

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, т. 23, № 6

УДК 548.73:621.373.8

#### АНОМАЛЬНОЕ ПРОХОЖДЕНИЕ ОГРАНИЧЕННЫХ РЕНТГЕНОВСКИХ И ГАММА-ПУЧКОВ ПРИ ТРЕХВОЛНОВОЙ ДИФРАКЦИИ

А. В. Андреев, В. Е. Горшков, Ю. А. Ильинский

(кафедра квантовой радиофизики)

Ввиду чрезвычайной узости многоволновых максимумов при экспериментальном исследовании многоволновой дифракции диафрагмы, ограничивающие размеры источника, располагаются на значительном расстоянии от кристалла. Ясно, что в этом случае значительное влияние на дифракцию может оказать ограниченность поперечных размеров рентгеновского пучка. Общее решение пространственно-неоднородной динамической задачи в двухволновом случае записывается в интегральном виде [1]. В работе [2] было показано, что для широкого диапазона ширин падающих пучков пространственно-неоднородная динамическая задача решается методом параболического уравнения. В частности, условия применимости параболического приближения выполняются в случае аномального прохождения в толстых кристаллах. Действительно, в этом случае по мере распространения пучка в кристалле угловой спектр его обуживается; это явление широко используется в интерферометрах и монохроматорах [3]. Преимуществом метода параболического уравнения наряду с отмеченной в [2] простой физической интерпретации, компактностью формы решения является возможность непосредственного обобщения этого метода на случай многоволновой дифракции.

В настоящей работе впервые получено решение динамической задачи трехволновой дифракции ограниченных рентгеновских пучков.

Ввиду большой важности учета многоволновой дифракции гамма-лучков в проблеме гамма-лазера [2, 4] решение получено при учете резонансного ядерного рассеяния. Нами исследован симметричный случай некопланарной трехволновой дифракции, когда две отраженные волны взаимодействуют не непосредственно, а через падающую волну. В этом случае реализуется условие усиления аномального прохождения [6]. В работе показано, что распространение ограниченных волновых пучков в трехволновом случае приближенно описывается уравнением параболического типа. Определен закон уширения пучка по мере увеличения расстояния от входной грани. Оценены границы применимости плосковолнового приближения. Получены формулы для коэффициентов электронного и ядерного поглощения. Проведено сравнение со случаем двухволновой дифракции ограниченных пучков.

Пусть на входную грань идеального кристалла падает монохроматический пучок рентгеновского (гамма) излучения. В трехволновом случае поле внутри кристалла имеет вид:

$$E(\mathbf{r}) = E_0(\mathbf{r}) e^{-i\kappa_0 r} + E_1(\mathbf{r}) e^{-i\kappa_1 r} + E_2(\mathbf{r}) e^{-i\kappa_2 r}, \quad (1)$$

где  $|\kappa_0| = |\kappa_1| = |\kappa_2| = \kappa = \omega/c$ , а  $E_i(\mathbf{r})$  — медленно меняющиеся амплитуды. Индексы 0, 1, 2 относятся соответственно к преломленной и двум отраженным волнам. Единичные векторы поляризации для каждой из волн выберем следующим образом (см., например, [5]):  $\pi_0$  перпендикулярен к плоскости, построенной на векторах  $(\kappa_0, 1)$  (1 — биссектриса угла, образованного векторами  $\kappa_1$  и  $\kappa_2$ ), а  $\sigma_0$  лежит в ней;  $\pi_1$  и  $\pi_2$  лежат в плоскости  $(\kappa_1, \kappa_2)$ , а  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  перпендикулярны к ней. Взаимное расположение векторов и обозначения углов, использующихся в дальнейшем изложении, показаны на рис. 1. Волновое поле (1) является решением волнового уравнения

$$\Delta E(\mathbf{r}) + \kappa^2 E(\mathbf{r}) = -\frac{4\pi i \omega}{c^2} \mathbf{j}_\perp(\mathbf{r}). \quad (2)$$

Поперечная составляющая часть плотности тока  $\mathbf{j}_\perp(\mathbf{r})$  учитывает как ядерную, так и электронную компоненты. Разложим медленно меняющиеся амплитуды по плоским волнам на входной грани и, учитывая экспоненциальную зависимость каждой из плоских компонент по  $z$ , получим

$$E_i^{(a)}(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} d v_x d v_y E_i^{(a)}(v_x, v_y) \times \exp[i(v_x x + v_y y + \mu z)]. \quad (3)$$

При этом  $a = \pi, \sigma$  указывает на состояние поляризации волны,  $i = 0, 1, 2$ .

Подставим (1) в (2) с учетом (3) и проведем обычную процедуру укорочения [2]. В результате векторное уравнение (2) преобразуется в следующую систему уравнений:

$$(g_{ii}^{(a,a)} - i \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_i) E_i^{(a)} + \sum_{i \neq j} \sum_b g_{ij}^{(a,b)} E_j^{(b)} = 0. \quad (4)$$

Здесь  $b = \pi, \sigma$ ;  $j = 0, 1, 2$ ;  $\mathbf{n}_i = \kappa_i/\kappa$ ;  $\mathbf{v} = \{v_x, v_y, \mu\}$ . Коэффициенты  $g_{ij}^{(a,b)}$ , пропорциональные амплитудам рассеяния  $i$ -й волны с поляризацией  $a$  в  $j$ -ю волну с поляризацией  $b$ , состоят из двух слагаемых:  $\alpha_{ij}^{(a,b)}$ , пропорционального амплитуде резонансного ядерного рассеяния, и  $\beta_{ij}^{(a,b)}$ ,

пропорционального амплитуде рэлеевского электронного рассеяния. Коэффициенты  $\alpha_{ij}^{(a,b)}$  и  $\beta_{ij}^{(a,b)}$  имеют вид:

$$\alpha_{ij}^{(a,b)} = \frac{i\pi}{2\Omega\kappa^2} \frac{\Gamma_1(\rho_2 - \rho_1)(2I + 1)}{(\omega - \omega_0 + i\Gamma)(2I_0 + 1)} \sum_{n=1}^N e^{i(\kappa_i - \kappa_j)r_n} P_{ij}^{(a,b)}(\lambda J), \quad (5)$$

где

$$P_{ij}^{(a,b)}(\lambda J) = 8\pi \sum_{m, m_2} (a_i Y_{Jm}^{(\lambda)}(\kappa_i)) (b_j Y_{Jm}^{(\lambda)*}(\kappa_j)) \begin{pmatrix} I & J & I_0 \\ -m_2 & m & m_1 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$\beta_{ij}^{(a,b)} = i \frac{2\pi\kappa}{\Omega} (a_i b_j) \int_{\Omega} \chi(r) \exp[i(\kappa_i - \kappa_j)r] \cdot dV.$$

В (5) суммирование ведется по резонансным ядрам в элементарной ячейке,  $\Omega$  — объем элементарной ячейки,  $\rho_2(\rho_1)$  — населенности верхнего (нижнего) ядерного уровня,  $\Gamma_1$  и  $\Gamma$  — соответственно радиацион-

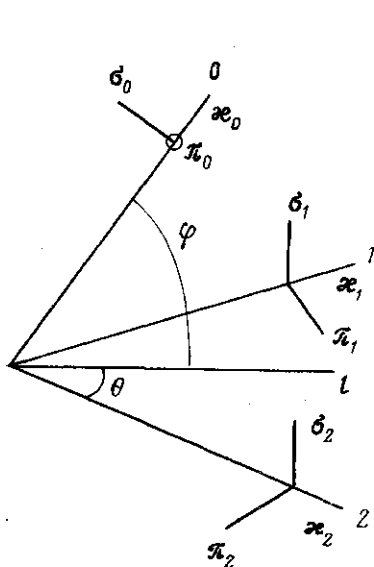


Рис. 1. Расположение векторов поляризации волны в случае трехволновой дифракции

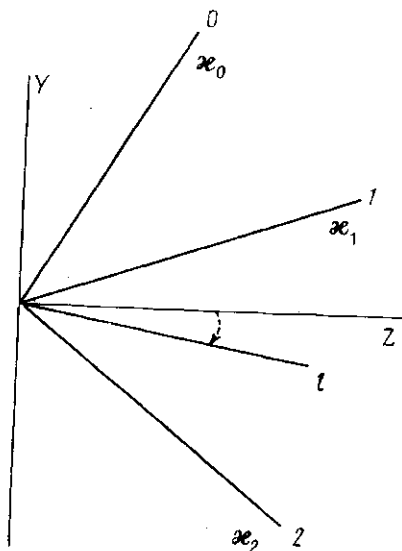


Рис. 2. Взаимное расположение волновых векторов и системы координат в случае трехволнового рассеяния

ная и полная ширины изомерного уровня,  $I(I_0)$  — спин верхнего (нижнего) ядерного уровня,  $a_i, b_j$  — единичные векторы поляризации волн,  $Y_{Jm}^{(\lambda)}(\kappa_i)$  — векторные шаровые функции,  $\chi(r)$  — комплексная электронная поляризуемость кристалла. Колебания ядер в дальнейшем для простоты учитывать не будем.

Будем далее предполагать, что выполнены следующие условия: 1)  $(\kappa_0, \kappa_1) = (\kappa_0, \kappa_2)$ ; 2) ось  $Z$ , перпендикулярная входной грани кристалла, совпадает с линией пересечения отражающих плоскостей для первого и второго отражений (см. рис. 2); 3) кристалл центросимметричный; 4) кристаллическая решетка состоит из одинаковых атомов,

что учтено при выводе (5) и (6); 5)  $|F_{01}| = |F_{02}|$ ,  $F_{12} = 0$ , где

$$F_{ij} = N^{-1} \sum_{n=1}^N \exp[i(\alpha_i - \alpha_j) r_n] \text{ — структурная амплитуда. Заметим, что все}$$

эти условия выполняются, например, в алмазоподобных кристаллах для отражений типа  $\{1, 1, 1\}$ ,  $\{3, 1, 1\}$  и т. п.

Положим, для определенности  $F_{01} = -F_{02}$ , что выполняется, например, в алмазоподобных кристаллах для отражения  $111/\bar{1}\bar{1}1/200$ , и введем следующие обозначения для углов и векторов  $\mathbf{n}_i$ :

$$\cos \varphi = \gamma_1, \quad \sin \varphi \sin \theta = \gamma_2, \quad \cos \theta = \gamma_3,$$

$$\mathbf{n}_0 = \{0, n_y^{(0)}, n\}, \quad \mathbf{n}_1 = \{n_x, n_y, n\}, \quad \mathbf{n}_2 = \{-n_x, n_y, n\},$$

а также для коэффициентов  $g_{ij}^{(a,b)}$ :

$$g_{ii}^{(a,a)} = g_0, \quad \alpha_{01}^{(\sigma, \delta)} + \gamma_1 \beta = g_1, \quad \alpha_{01}^{(\sigma, \pi)} - \gamma_2 \beta = g_2, \quad \alpha_{01}^{(\pi, \sigma)} = \\ = g_3, \quad \alpha_{01}^{(\pi, \pi)} + \gamma_3 \beta = g_4, \quad \beta = \beta_{01}^{(a,b)} / (a_0 b_1).$$

С использованием этих обозначений и рис. 1 и 2, а также с учетом вышеприведенных условий 1—5 условие нетривиальности решения системы (4) дает следующее уравнение дисперсии:

$$(\tau_0 \tau_1 \tau_2)^2 - A \tau_0 \tau_1 \tau_2 (\tau_1 + \tau_2) + B(\tau_1^2 + \tau_2^2) + C \tau_1 \tau_2 = 0, \quad (7)$$

где

$$\tau_i = g_0 - i \mathbf{v} \mathbf{n}_i, \quad A = g_1^2 + g_2^2 + g_3^2 + g_4^2,$$

$$B = (g_1^2 + g_2^2)(g_3^2 + g_4^2) - (g_1 g_3 + g_2 g_4)^2,$$

$$C = (g_1^2 + g_2^2)(g_3^2 + g_4^2) + (g_1 g_3 + g_2 g_4)^2.$$

Пусть на кристалл падает ограниченный пучок, причем его ширина удовлетворяет условию  $|g_i| \gg v_x n_x, v_y n_y$ . Физический смысл этого условия состоит в том, что ширина пучка  $a_{x,y} \sim v_{x,y}^{-1}$ , падающего на кристалл, должна быть много больше длины экстинкции  $l_0 \sim |g_i|^{-1}$  [2]. В этом случае решение (7) можно искать в виде  $\mu = \mu_0 + \mu'$ , где  $\mu_0$  — коэффициент поглощения плоской волны, а  $\mu'$  содержит слагаемые, пропорциональные параметру малости  $v_x |g_i|^{-1}$  и более высоким его степеням. Ограничиваясь в  $\mu'$  членами линейными и квадратичными по частотным отклонениям  $v_x, v_y$ , несложно получить следующее выражение, определяющее зависимость  $\mu$  от  $v_x, v_y$  для слабопоглощающейся бормановской компоненты в случае  $\sigma$ -поляризации падающего пучка:

$$i\mu = i\mu_0 + iv_y b_1 - v_x^2 b_{2x} - v_y^2 b_{2y}, \quad (8)$$

где

$$i\mu_0 = (g_0 - \sqrt{2} g_\sigma) / n, \quad b_1 = -(n_y^{(0)} + n_y) / 2n,$$

$$b_{2x} = - \frac{n_x^2}{2\sqrt{2} g_\sigma n} \left[ 1 - \frac{(g_1 g_3 + g_2 g_4)^2}{g_\sigma^2 (g_\pi^2 - g_\sigma^2)} \right],$$

$$b_{2y} = \frac{(n_y^{(0)} - n_y)^2}{8\sqrt{2} g_\sigma n}, \quad g_\sigma = \sqrt{g_1^2 + g_2^2}, \quad g_\pi = \sqrt{g_3^2 + g_4^2}.$$

В случае  $\pi$ -поляризации падающего лучка в выражении для  $\mu_0$  надо  $\sigma$  заменить на  $\pi$ , а в выражениях для  $b_{2x}$ ,  $b_{2y}$  надо поменять места  $\sigma$  и  $\pi$ .

Выражение (8) означает фактически переход к параболическому уравнению в плоскости  $(x, y)$  [2]. Действительно, из (8) и (3) следует, что

$$\frac{\partial E}{\partial z} = i\mu_0 E + b_1 \frac{\partial E}{\partial y} + b_{2x} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + b_{2y} \frac{\partial^2 E}{\partial y^2}. \quad (9)$$

Уравнение (9) представляет собой параболическое уравнение поперечной диффузии с учетом членов, обеспечивающих поглощение и снос пучка. Снос характеризуется коэффициентом  $b_1$ , так как он определяет направление распространения трижды усредненного вектора Пойтинга (см. [3]).

Коэффициенты  $b_{2x}$  и  $b_{2y}$  определяют, как и в двухволновом случае [2], увеличение коэффициента поглощения для боковых компонент, а также расплывание пучка. Для слабопоглощающих (слабоусиливающих) кристаллов расплывание происходит в основном за счет мнимой части амплитуды электронно-ядерного рассеяния. Для численных оценок коэффициентов поглощения и параметров уширения и сноса пучка рассмотрим отражение  $111/\bar{1}\bar{1}1/200$  в германии. Будем рассматривать изотоп германия  $^{73}\text{Ge}_{32}$ , имеющий мёссбауэровский электрический квадрупольный переход с энергией  $\delta_7 = 13,3$  кэВ и временем жизни  $T = 4,3 \cdot 10^{-6}$  с. Результаты численных оценок представлены в таблице.

Величины изменения коэффициентов электронного  $k_{0e}/k_e$  и ядерного  $k_{0n}/k_n$  поглощения, характерные параметры уширения  $b'_{2x}$ ,  $b'_{2y}$  и сноса  $b_1$  пучка в двух- и трехволновой дифракции ( $k_{0e}$ ,  $k_{0n}$  — коэффициенты поглощения в одноволновом случае,  $k_{0e} = 3 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$ )

Параметры взаимодействия	Тип взаимодействия			
	две волны		три волны	
	Плоскость отражения		Поляризация	
	(111)	(220)	$\pi$	$\sigma$
$k_{0e}/k_e$ . . . . .	3,2	16	27	20
$k_{0n}/k_n$ . . . . .	3,1	9	12,5	11
$b'_{2x} \cdot 10^6, \text{ см}$ . . . . .	4,9	10,6	2,51	2,54
$b'_{2y} \cdot 10^6, \text{ см}$ . . . . .	—	—	4,8	4,5
$b_1$ . . . . .	—	—	—0,054	

Полученные результаты позволяют сравнить аномальное прохождение в случае двухволновой дифракции и рассмотренного типа трехволнового прохождения. Если считать, что характерная длина затухания  $[\text{Re}(i\mu_0)]^{-1} \sim 10^{-1}$  см, то приближение плоских волн применимо для пучков с радиусом  $a_0 \gg [b'_{2x}/\text{Re}(i\mu_0)]^{1/2} \sim 10^{-4}$  см. В этом приближении величина  $\frac{k_{0e}/k_e}{k_{0n}/k_n}$  для трехволнового прохождения имеет тот же порядок величины, что и для двухволнового при «сильном» отражении (см. таблицу), а отношение  $k_{0n}/k_n$ , как и для двухволнового случая [4], уменьшается с ростом мультипольности перехода. Если рассматривать ограниченные пучки, то нетрудно видеть, что коэффициенты, характеризующие расплывание пучка, имеют одинаковый порядок ве-

личины в двухволновом и трехволновом случаях. С учетом (9) это приводит к одинаковым ограничениям на поперечные размеры кристалла, т. е. пучки в два-три раза более узкие, чем ширина входной грани кристалла, распространяются в нем, почти не чувствуя границ [2].

В заключение отметим, что в случае трехволновой дифракции, как следует из полученных результатов, эффективность взаимодействия резонансного гамма-излучения с ядерной подсистемой кристалла уменьшается в той же мере, в какой происходит усиление эффекта Бормана. Следовательно, использование аномального прохождения для целей усиления резонансного гамма-излучения в случае трехволновой дифракции не является более эффективным, чем в случае двухволновой дифракции, по крайней мере для рассмотренной выше конкретной ситуации.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Слободецкий И. И., Чуховский Ф. Н., Инденбом В. Л. Письма в ЖЭТФ, 1968, 8, № 1, с. 90. [2] Андреев А. В., Ильинский Ю. А. Письма в ЖЭТФ, 1976, 70, № 5, с. 1713. [3] Пинскер З. Г. Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в идеальных кристаллах. М.: Наука, 1974. [4] Андреев А. В., Ильинский Ю. А. ЖЭТФ, 1975, 68, № 3, с. 811. [5] Saccosio E. J., Zajac A. Phys. Rev., 1965, 139, N 1A, p. A255. [6] Borrmann G., Hartwig W. Z. Krist., 1965, 121, N 5, p. 401.

Поступила в редакцию  
25.06.81

ВЕСТН МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, т. 23, № 6

УДК 535.42:534.2

#### ДИФРАКЦИЯ ПОВЕРХНОСТНОЙ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ В ПЛАНАРНОМ СВЕТОВОДЕ НА ПОВЕРХНОСТНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЕ (ПАВ)

В. Н. Парыгин, Н. С. Танковски (Болгария)

(кафедра физики колебаний)

В последнее время большое внимание уделяется взаимодействию света в планарном световоде с ПАВ [1, 2]. В связи с многомодовым характером распространения света в световодах указывается на сходство световода, даже сделанного из изотропного материала, с анизотропной средой. В многомодовом световоде у каждой моды своя скорость распространения и свой эффективный показатель преломления, а в анизотропной среде для данного направления существуют две волны с разными скоростями распространения, т. е. разными показателями преломления. Ясно, что световод богаче состояниями световой волны, чем обычная анизотропная среда.

В настоящей работе сформулировано общее уравнение взаимодействия света в планарном световоде с ПАВ и получено решение, которое количественно определяет интенсивность света во всех возможных модах и дифракционных порядках после взаимодействия с ПАВ.

Исследование дифракции света в планарном световоде будем производить, решая волновое уравнение

$$\nabla^2 E(x, y, z, t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} [n^2(y, z, t) E(x, y, z, t)], \quad (1)$$