личины в двухволновом и трехволновом случаях. С учетом (9) это приводит к одинаковым ограничениям на поперечные размеры кристалла, т. е. пучки в два-три раза более узкие, чем ширина входной грани кристалла, распространяются в нем, почти не чувствуя границ [2].

В заключение отметим, что в случае трехволновой дифракции, как следует из полученных результатов, эффективность взаимодействия резонансного гамма-излучения с ядерной подсистемой кристалла уменьшается в той же мере, в какой происходит усиление эффекта Бормана. Следовательно, использование аномального прохождения для целей усиления резонансного гамма-излучения в случае трехволновой дифракции не является более эффективным, чем в случае двухволновой дифракции, по крайней мере для рассмотренной выше конкретной ситуации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Слободецкий И. И., Чуховский Ф. Н., Инденбом В. Л. Письма в ЖЭТФ, 1968, 8, № 1, с. 90. [2] Андреев А. В., Ильинский Ю. А. Письма в ЖЭТФ, 1976, 70, № 5, с. 1713. [3] Пинскер З. Г. Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в идеальных кристаллах. М.: Наука, 1974. [4] Андреев А. В., Ильинский Ю. А. ЖЭТФ, 1975, 68, № 3, с. 811. [5] Saccosio E. J., Zajac A. Phys. Rev., 1965, **139**, N 1A, p. A255. [6] Borrman G., Hartwig W. Z. Krist., 1965, **121**, N 5, p. 401.

Поступила в редакцию
25.06.81

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, т. 23, № 6

УДК 535.42:534.2

ДИФРАКЦИЯ ПОВЕРХНОСТНОЙ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ В ПЛАНАРНОМ СВЕТОВОДЕ НА ПОВЕРХНОСТНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЕ (ПАВ)

В. Н. Парыгин, Н. С. Танковски (Болгария)

(кафедра физики колебаний)

В последнее время большое внимание уделяется взаимодействию света в планарном световоде с ПАВ [1, 2]. В связи с многомодовым характером распространения света в световодах указывается на сходство световода, даже сделанного из изотропного материала, с анизотропной средой. В многомодовом световоде у каждой моды своя скорость распространения и свой эффективный показатель преломления, а в анизотропной среде для данного направления существуют две волны с разными скоростями распространения, т. е. разными показателями преломления. Ясно, что световод богаче состояниями световой волны, чем обычная анизотропная среда.

В настоящей работе сформулировано общее уравнение взаимодействия света в планарном световоде с ПАВ и получено решение, которое количественно определяет интенсивность света во всех возможных модах и дифракционных порядках после взаимодействия с ПАВ.

Исследование дифракции света в планарном световоде будем производить, решая волновое уравнение

$$\nabla^2 E(x, y, z, t) + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}[n^2(y, z, t)E(x, y, z, t)], \qquad (1)$$

где возмущение среды световода, вызываемое ПАВ, описывается вторым членом в выражении

$$n^2 \approx n_0^2 + 2n_0 \Delta n(z) \sin(Ky - \Omega t),$$

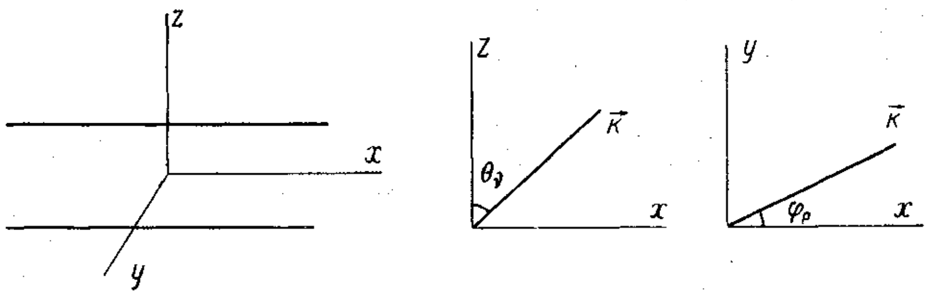
K — волновое число; Ω — частота ПАВ; n_0 — показатель преломления невозмущенного световода.

Ищем решение задачи в виде двойной суммы по дифракционным максимумам с частотами ω_p и волновыми векторами k_p и по модам, задаваемым функциями распределения $f_\nu(z)$ и эффективными показателями преломления $\beta_\nu = kn \sin\theta_\nu$:

$$E(x, y, z, t) = \sum_{p,\nu} A_{p\nu}(x) f_\nu(z) \exp\{j[\omega_p t - (k_{p\nu x} x + k_{p\nu y} y) n]\}, \qquad (2)$$

$$p = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$\nu = 0, 1, 2, \ldots, N$, где N — число разрешенных мод в световоде, $A_{p\nu}$ — амплитуда p-го дифракционного порядка ν-й моды.



Из рисунка видно, что справедливы следующие соотношения:

$$nk_{p\nu x} = nk \sin\theta_\nu \cos\varphi_p,$$

$$nk_{p\nu y} = nk \sin\theta_\nu \sin\varphi_p,$$

а из условия $k^2_{p\nu x} + k^2_{p\nu y} + k^2_{\nu z} = k^2$ получаем

$$nk_{\nu z} = \sqrt{k^2 n^2 - \beta_\nu^2} = nk \cos\theta_\nu.$$

Частота ω_p в p-м дифракционном порядке связана с частотой падающего света ω_0 и с Ω соотношением

$$\omega_p = \omega_0 + p\Omega.$$

Из условия непрерывности тангенциальных компонент электрического поля световой волны и их производных на границах покровный слой — пленка (при $z = d$) и пленка — подложка (при $z = -d$) можем получить дисперсионные уравнения, которым удовлетворяют все возможные β_ν, а также определить $f_\nu(z)$ в разных средах.

Подставляем (2) в (1) и пренебрегаем вторыми производными амплитуд по x, поскольку полагаем, что $A_{p\nu}$ медленно изменяются при изменении x. Отбрасывание вторых производных соответствует пренебрежению дифрагированными назад волнами, интенсивность которых значительно меньше интенсивности волн, дифрагировавших вперед.

Применяем свойство ортогональности собственных мод световода, т. е. соотношение

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_\nu(z) f_\mu^*(z)\, dz = \delta_{\nu\mu}$$

и получаем следующее общее уравнение:

$$\frac{dA_{p\mu}}{dx} = \frac{k^2}{2k_{p\mu x}} \sum_\nu \Gamma_{\nu\mu} \left[A_{p-1\,\nu} \exp\{j\Delta_{p\,p-1\,\mu\nu}x\} - A_{p+1\,\nu} \exp\{j\Delta_{p\,p+1\,\mu\nu}x\}\right], \qquad (3)$$

где $\Gamma_{\nu\mu} = \int_{-\infty}^{\infty} f_\nu(z)\, \Delta n(z)\, f_\mu^*(z)\, dz$

интеграл перекрытия звукового и светового полей;

$$\Delta_{p\,p\pm1\,\mu\,\nu} = k_{px}\beta_\mu - k_{p\pm1\,x}\beta_\nu \qquad (4)$$

коэффициент фазовой рассогласованности, который качественно определяет вид дифракции и количественно — величину интенсивности взаимодействия p-го максимума μ-й моды и $(p\pm1)$-го максимума ν-й моды. Из (4) видно, что выполняется следующее соотношение:

$$\Delta_{p\,p\pm1\,\mu\,\nu} = -\Delta_{p\pm1\,p\,\nu\,\mu}.$$

Уравнение (3) справедливо как в крайних режимах дифракции Брэгга и дифракции Рамана — Ната, так и в промежуточном режиме.

Например, при $\Delta_{01\mu\nu}$ близком к нулю и значительно отличающихся от нуля остальных Δ осуществляется брэгговская дифракция с модовым переходом $\mu\to\nu$. Система уравнений (3) упрощается путем отбрасывания всех членов, у которых Δ сильно отличается от нуля, и сводится к системе из двух уравнений для амплитуд $A_{0\mu}$ и $A_{1\nu}$. Брэгговская дифракция в световоде может происходить с сохранением номера моды $\mu=\nu$, с изменением номера, но с сохранением типа моды, т. е. $TE_\mu\to TE_\nu$, $TM_\mu\to TM_\nu$, и, наконец, с изменением номера и типа моды $TE_\mu\to TM_\nu$, т. е. с поворотом поляризации на $\pi/2$.

Если

$$\Delta_{p\,p\pm1\mu\,\nu} l \ll 1 \qquad (5)$$

для большого числа переходов, то осуществляется дифракция в режиме Рамана — Ната, с той особенностью, что одновременно будет наблюдаться дифракция с сохранением поляризации (переходы между модами одного типа) и дифракция с поворотом поляризации на $\pi/2$ (переходы между модами разного типа). Этот случай аналогичен случаю смешанной дифракции (изотропная и анизотропная) в анизотропной среде, рассмотренному в работе [3]. Из (4) видно, что $\Delta_{p\,p\pm1\,\mu\nu}$ будут разными для разных модовых переходов, т. е. интенсивности света в одном дифракционном порядке, но для разных мод будут разными.

На практике этот режим может быть осуществлен за счет фокусировки ПАВ при помощи возбуждающего преобразователя с изогнутыми электродами. Таким образом, одновременно достигаются большая акустическая плотность мощности, т. е. большое Δn, и соответствующая (5) короткая длина взаимодействия l.

Условие $\Delta_{p\,p\pm1\,\mu\,\nu} l \approx 1$ соответствует промежуточному режиму дифракции.

Теперь рассмотрим общий путь решения системы (3). Полагаем, что путем решения дисперсионного уравнения или иными способами определены β_ν для всех возможных мод в световоде и, таким образом, известны все $\Delta_{p\,p\pm1\,\mu\,\nu}$ в (3).

Введем тензор второго ранга $[A]$, представленный матрицей $A_{p\nu}$, компоненты которой являются неизвестными амплитудами в (3). Строки матрицы дают распределение света по дифракционным порядкам, а столбцы — по модам. Кроме того, введем оператор $\hat{C}$, являющийся тензором четвертого ранга $C_{pp'\nu\nu'}$, такой, что система (3) сводится к простому операторному уравнению

$$\frac{d}{dx}[A] = \widehat{C}\,[A] \tag{6}$$

или в тензорной записи

$$\frac{d}{dx}A_{p\nu} = C_{pp'\nu\nu'}A_{p'\nu'}.$$

Формальное решение уравнения (6) имеет вид

$$[A(l)] = \exp\left\{\int\limits_0^l \widehat{C}(x)\,dx\right\}[A(0)] = \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\widehat{B}^n}{n!}\right)[A(0)], \tag{7}$$

где $\widehat{B}(l) = \int\limits_0^l \widehat{C}(x)\,dx.$

Таким образом, задача сводится к нахождению компонент тензора $\hat{B}(l)$, после чего решение определяется рядом (7). Из рекуррентной формулы (3) ясно, что отличными от нуля будут только те компоненты $B_{pp'\nu\nu'}$, для которых $p'=p\pm1$ и которые определяются равенствами

$$B_{p\,p-1\,\mu\,\nu} = \frac{2\pi\Gamma_{\nu\mu}}{\lambda\beta_\mu\cos\varphi_p}\int\limits_0^l \exp\{j\Delta_{p\,p-1\,\mu\,\nu}x\}\,dx =$$

$$= \frac{2\pi\Gamma_{\nu\mu}}{\lambda\beta_\mu\cos\varphi_p}\,\frac{\sin\Delta_{p\,p-1\,\mu\,\nu}\,l/2}{\Delta_{p\,p-1\,\mu\,\nu}\,l/2}\exp\{j\Delta_{p\,p-1\,\mu\,\nu}\,l/2\},$$

$$B_{p\,p+1\,\mu\,\nu} = -\frac{2\pi\Gamma_{\nu\mu}}{\lambda\beta_\mu\cos\varphi_p}\int\limits_0^l \exp\{j\Delta_{p\,p+1\,\mu\,\nu}x\}\,dx =$$

$$= -\frac{2\pi\Gamma_{\nu\mu}}{\lambda\beta_\mu\cos\varphi_p}\,\frac{\sin\Delta_{p\,p+1\,\mu\,\nu}\,l/2}{\Delta_{p\,p+1\,\mu\,\nu}\,l/2}\exp\{j\Delta_{p\,p+1\,\mu\,\nu}\,l/2\}. \tag{8}$$

Умножаем $B_{pp'\nu\nu'}$ на входной тензор $A_{p'\nu'}(0)$, а потом полученный тензор второго ранга снова умножаем на $B_{pp'\nu\nu'}$ и т. д., чтобы получить, в согласии с (7), тензор $A_{p\nu}(l)$ с любой желаемой точностью.

Применим полученное решение (7), (8) для самого простого случая двухмодового световода, т. е. $\nu,\ \mu=0,1$, и ограничимся учетом лишь первых пяти дифракционных порядков $p=0,\ \pm1,\ \pm2$. Для определенности полагаем, что исходная световая волна при $x=0$ находится в нулевом дифракционном порядке и в нулевой моде, т. е. начальный тензор световой волны имеет вид

$$[A(0)] = \begin{bmatrix} A_{20}(0) & A_{21}(0) \\ A_{10}(0) & A_{11}(0) \\ A_{00}(0) & A_{01}(0) \\ A_{-10}(0) & A_{-11}(0) \\ A_{-20}(0) & A_{-21}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{9}$$

Решим задачу приближенно, ограничившись лишь теми членами ряда (7), в которых $B_{p\,p\pm1\,\mu\nu}$ встречаются в степени не выше второй, т. е. берем только первые три члена ряда (7) и в указанном приближении получаем

$$A_{00}(l) \approx 1 + \frac{1}{2} B_{0100}B_{1000} + B_{0101}B_{1010} + B_{0-100}B_{-1000} + B_{0-101}B_{-1010}),$$

$$A_{01}(l) \approx \frac{1}{2}(B_{0110}B_{1000} + B_{0111}B_{1010} + B_{0-110}B_{-1000} + B_{0-111}B_{-1010}),$$

$$A_{10}(l) \approx B_{1000},$$

$$A_{11}(l) \approx B_{1010},$$

$$A_{-10}(l) \approx B_{-1000},$$

$$A_{-11}(l) \approx B_{-1010},$$

$$A_{20}(l) \approx \frac{1}{2}(B_{2100}B_{1000} + B_{2101}B_{1010}),$$

$$A_{21}(l) \approx \frac{1}{2}(B_{2110}B_{1000} + B_{2111}B_{1010}),$$

$$A_{-20}(l) \approx \frac{1}{2}(B_{-2-100}B_{-1000} + B_{-2-101}B_{-1010}),$$

$$A_{-21}(l) \approx \frac{1}{2}(B_{-2-110}B_{-1000} + B_{-2-111}B_{-1010}).$$

Наконец, в подтверждение существующей аналогии между световодом и анизотропной средой отметим, что полученная в данной работе система уравнений (3) в случае двух мод (ν, $\mu = 0, 1$) совпадает с системой, приведенной в работе [3], в которой рассматривается дифракция света на ультразвуке в анизотропной среде с одновременным существованием изотропной и анизотропной дифракции. Поэтому полученное в данной работе решение справедливо и в этом случае.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Schmidt R. V. IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics, 1976, **SU-23**, N 1, p. 22. [2] Normandin R., Rowell N., Stegeman G. I. J. Opt. Soc. Am., 1979, **69**, N 8, p. 1153. [3] Парыгин В. Н., Чирков Л. Е. Квант. электроника, 1975, **2**, № 2, с. 318.

Поступила в редакцию
26.06.81