СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Мюллер Р. К., Кавех М., Уэйд Г. ТИИЭР, 1979, 67, № 4, с. 146. [2] Dändliker R., Weiss K. Optics Comm., 1970, 1, N 7, p. 323. [3] Буров В. А., Горюнов А. А., Сасковец А. В. В кн.: Волны и дифракция. Крат. тез. докл. VIII Всесоюз. симпоз. по дифр. и распростр. волн. 1981, т. 1, с. 85.

Поступила в редакцию
05.02.82

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, т. 23, № 6

УДК 535.417

О МЕТОДЕ СИНТЕЗА ОПТИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЙ, ИСПОЛЬЗУЮЩЕМ НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ

А. В. Тихонравов

(кафедра математики)

Как было показано в [1—4], в ряде акустических задач синтеза необходимые условия оптимальности приводят к требованию экстремальности параметров слоистой среды. Аналогичная ситуация имеет место и для некоторых оптических задач синтеза, в частности для задачи синтеза многослойных оптических покрытий при нормальном падении света. В настоящей заметке показывается, как для последней задачи результаты, вытекающие из исследования необходимых условий оптимальности, могут быть использованы при построении метода синтеза.

Центральным моментом в методах синтеза, основанных на вариационной постановке задачи, является построение эффективного алгоритма минимизации оценочного функционала. Основной проблемой при этом оказывается многоэкстремальность функционала [6]. Предлагаемый ниже путь направлен на преодоление связанных с ней трудностей.

Пусть

$$F = \int_{k_1}^{k_2} \varphi[R(k),\ k]\, dk \tag{1}$$

оценочный функционал в задаче синтеза. Здесь k — волновое число, $[k_1, k_2]$ — спектральный интервал, в котором проводится синтез, $R(k)$ — энергетический коэффициент отражения, $\varphi(R, k)$ — заданная неотрицательная и дифференцируемая по R функция.

Коэффициент отражения равен

$$R(k) = \left|\frac{n_1 - x(k,\ T)}{n_1 + x(k,\ T)}\right|,$$

где n_1 — показатель преломления внешней среды, $x(k, T)$ — значение адмитанса на внешней границе слоистой среды: $t=T$. Адмитанс удовлетворяет уравнению

$$x'(k,\ t) = ik[x^2(k,\ t) - \varepsilon(t)],\ x(k,\ 0) = n_2, \tag{2}$$

где штрих означает дифференцирование по t, т. е. по координате вдоль нормали к слоистой среде, $\varepsilon(t)$ — диэлектрическая проницаемость слоистой среды, а n_2 — показатель преломления подложки.

Пусть x_1 и x_2 — действительная и мнимая части адмитанса. При исследовании необходимых условий оптимальности [5] строится сопряженная система дифференциальных уравнений:

$$\psi_1' = 2k(x_2\psi_1 - x_1\psi_2),\ \psi_2' = 2k(x_1\psi_1 + x_2\psi_2) \tag{3}$$

с начальными условиями при $t=T$:

$$\psi_j(k, T) = \frac{\partial\varphi}{\partial R}\frac{\partial R}{\partial x_j(k, T)}, \quad j=1, 2 \tag{4}$$

и вводится функция

$$b(t) = -\int_{k_1}^{k_2} k\,\psi_2(k, t)\,dk.$$

Для оптимального распределения ε (обозначим его $\varepsilon_0(t)$) должно быть

$$\varepsilon_0(t) = \varepsilon_{\max} \text{ при } b(t) > 0 \text{ и } \varepsilon_0(t) = \varepsilon_{\min} \text{ при } b(t) < 0. \tag{5}$$

Рассмотрим теперь произвольное, не обязательно оптимальное, распределение $\varepsilon(t)$ и уточним смысл функции $b(t)$. Проведем так называемое игольчатое варьирование $\varepsilon(t)$, т. е. изменим $\varepsilon(t)$ на $\Delta\varepsilon$ на узком участке $[t_0, t_0+dt]$. Пусть $\tilde{x}=\tilde{x}_1+i\tilde{x}_2$ — соответствующее решение (2). Как показано в [7, с. 44], при $t>t_0+dt$ $\tilde{x}_j=x_j+h_j+o(dt)$ ($j=1$, 2), где функции $h_j(k, t)$ удовлетворяют линейной системе дифференциальных уравнений с начальными условиями в точке t_0. В нашем случае эта система и начальные условия имеют вид

$$\begin{gathered} h_1' = -2k(x_2 h_1 - x_1 h_2), \quad h_2' = 2k(x_1 h_1 + x_2 h_2), \\ h_1(k, t_0) = 0, \quad h_2(k, t_0) = -k\,\Delta\varepsilon\,dt. \end{gathered} \tag{6}$$

При игольчатом варьировании $\varepsilon(t)$ изменяется и функционал (1). Его приращение равно

$$\Delta F = \int_{k}^{k_2} \left[\frac{\partial\varphi}{\partial x_1} h_1(k, T) + \frac{\partial\varphi}{\partial x_2} h_2(k, T)\right] dk + o(dt).$$

Используя (3), (4) и (6), это выражение можно преобразовать к виду

$$\Delta F = \int_{k_1}^{k_2} k\,\Delta\varepsilon\,dt\,\psi_2(k, t_0)\,dk + o(dk) = -b(t_0)\,\Delta\varepsilon\,dt + o(dt).$$

Итак, изменение функционала при игольчатом варьировании вблизи точки t_0 пропорционально $b(t_0)$ (при фиксированных $\Delta\varepsilon$ и dt). Отсюда вытекает возможность использования функции $b(t)$ при синтезе. Пусть в соответствии с требованием оптимальности (5) проводится синтез покрытий, состоящих из слоев с двумя показателями преломления — минимально и максимально допустимыми. Он может проводиться, например, по программе метода, изложенного в [6]. При этом находится некоторый локальный минимум функционала (1). Для найденного кусочно-постоянного распределения $\varepsilon(t)$ построим функцию $b(t)$. Следует ожидать, что вблизи границ слоев значение функции $b(t)$ мало, иначе малые изменения толщины слоев, соответствующие игольчатым вариациям $\varepsilon(t)$ на их границах, приводили бы к заметному изменению функционала, а это означало бы, что найденное распределение $\varepsilon(t)$ далеко от локального минимума. Вместе с тем внутри слоев возможно несоответствие знака $b(t)$ и величины ε, на которое алгоритм минимизации F, как функции толщин слоев, не реагирует. Проведение на таком участке несоответствия достаточно тонкой игольчатой вариации ε обязательно приводит к уменьшению функционала. При этом число слоев покрытия увеличивается на два. Подобных игольчатых вариаций может быть проведено несколько. Затем для продолжения синтеза снова может быть использована программа, описанная в [6]. Таким образом, предлагаемый путь решения задачи обеспечивает выход из локального минимума за счет перехода при минимизации F к пространству большей размерности.

Пробные расчеты показывают возможность использования этого подхода для разработки эффективного метода синтеза многослойных оптических покрытий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Лурье К. А., Мачевариани М. М. Журн. прикл. мех. и техн. физики, 1969, № 1, с. 44. [2] Мачевариани М. М. Акуст. журн., 1975, **21**, № 5, с. 771. [3] Мачевариани М. М., Миронова В. Б. Акуст. журн., 1975, **21**, № 4, с. 583. [4] Дорот И. Л., Мачевариани М. М. Акуст. журн., 1977, **23**, № 4, с. 576. [5] Понтрягин Л. С. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1976. [6] Гласко В. Б., Тихонов А. Н., Тихонравов А. В. ЖВМ и МФ, 1974, **14**, № 1, с. 135. [7] Моисеев Н. Н. Численные методы в теории оптимальных систем. М.: Наука, 1971.

Поступила в редакцию
15.03.82