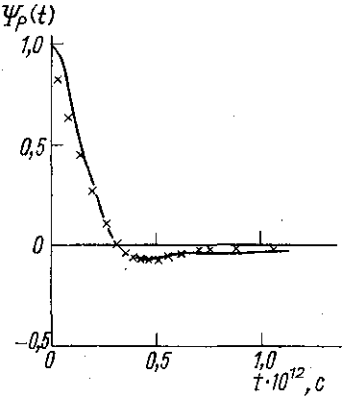
где $\tau=t/t_0$, $t_0=\Delta\beta^{1/2}m$. В записи $\begin{Bmatrix} a \\ b \end{Bmatrix}$ верхнее число — коэффициент в выражении для $\Psi_P(t)$, а нижнее — для $\Psi_J(t)$. Для времен корреляции τ_P, τ_J получим соотношения

$$\tau_{P,J}=\frac{1}{\pi^{1/2}}\begin{Bmatrix} 2/3 \\ 1 \end{Bmatrix}\frac{1+\xi_{P,J}}{1-\xi_{P,J}}t_0=\begin{Bmatrix} 2/3 \\ 1 \end{Bmatrix}\left(\frac{1}{\pi}\frac{m}{2kT}\right)^{1/2}\frac{1+\xi_{P,J}}{1-\xi_{P,J}}\Delta+O\left(\frac{\beta}{\gamma}\right). \quad (7)$$

Значения величин τ_P, τ_J для многих жидкостей известны из эксперимента [4], поэтому, выбрав Δ, можно вычислить ξ_P, ξ_J по формуле (7). Для жидкого аргона при $T=94{,}4$ К было выбрано $\Delta=1{,}056$ Å. С помощью соотношения Кубо для коэффициента самодиффузии $D=(kT/m)\tau_P$ и экспериментального значения D [2] вычислялась величина ξ_P: $\xi_P=-0{,}237$, затем по формуле (6) рассчитывалась $\Psi_P(t)$. Результат (рисунок) находится в хорошем согласии с машинным экспериментом.



Функция $\Psi_P(t)$ для жидкого аргона: $T=94{,}4$ К, $\rho=1{,}37$ г/см³, $\xi_P=-0{,}237$, $\Delta=1{,}056$ Å, сплошная линия — машинный эксперимент [2], × — расчет по формуле (6), нулевое приближение ($\beta/\gamma=0$)

Авторы благодарны И. М. Лифшицу за обсуждение работы и Т. Н. Хазановичу за ценные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Berne B. J., Harp G. D. Adv. Chem. Phys., 1970, **17**, N 1, p. 63. [2] Rahman A. Phys. Rev., 1964, **136A**, N 2, p. 405. [3] Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. М.: ИЛ, 1960. [4] Ревокатов О. П., Неклюдов Е. Н. В кн.: Радиоспектроскопия. Пермь, 1979, № 13, с. 117.

Поступила в редакцию
26.03.82

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, т. 24, № 1

УДК 621.372.221

К ТЕОРИИ ИЗЛУЧЕНИЯ В СРЕДАХ С МЕНЯЮЩЕЙСЯ АНИЗОТРОПИЕЙ

В. А. Давыдов

(кафедра квантовой теории)

Многие вещества при изменении внешних условий меняют свою анизотропию. Это может происходить благодаря динамооптическим явлениям, эффекту Керра и т. д. Некоторые оптически изотропные сегнетоэлектрики при наложении внешнего электрического поля становятся анизотропными. Так, например, кубический кристалл титаната стронция $SrTiO_3$, будучи помещен в электрическое поле, направленное вдоль оси z, превращается в одноосный кристалл с оптической осью z. Излучение заряженных частиц в средах с меняющейся во времени анизотропией обладает одной замечательной особенностью: в них может излучать даже неподвижный заряд. Энергия на излучение при этом черпается от источника, создающего нестационарность в среде. В работе [1] было впервые рассмотрено излучение неподвижного заряда при мгновенном переходе изотропной среды в одноосный кристалл. В [2] исследовано излучение движущегося заряда при таком переходе в случае произвольной взаимной ориентации оптической оси и направления скорости заряда. В работе [3] предложена теория возмущений для расчета энергии излучения заряженных источников в неоднородных и нестационарных средах. В [4] проведено обобщение результатов [3] на случай слабоанизотропных сред, тензор диэлектрической проницаемости (ТДП) которых имеет вид

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{r},\ t)=\varepsilon_0\delta_{ij}+\Delta\varepsilon_{ij}(\mathbf{r},\ t), \tag{1}$$

где $\Delta\varepsilon_{ij}(\mathbf{r},\ t)$ — величина малая по сравнению с $\varepsilon_0\delta_{ij}$. Энергия волн с волновым вектором $\mathbf{k}$ и поляризацией λ, излученных в интервал d^3k, при этом дается выражением

$$W_{\mathbf{k},\lambda}d^3k=\frac{\omega^2(2\pi)^4}{4\varepsilon_0}\left|\int d\mathbf{k}_1 d\omega_1 \Delta\varepsilon_{ij}(\mathbf{k}-\mathbf{k}_1,\ \omega-\omega_1)\, e_i^{\lambda}E_j^q(\mathbf{k}_1,\ \omega_1)\right|^2 d^3k, \tag{2}$$

где $\Delta\varepsilon_{ij}(\mathbf{k}_1,\ \omega_1)$, $\mathbf{E}^q(\mathbf{k}_1,\ \omega_1)$ — соответственно фурье-компоненты переменной части тензора диэлектрической проницаемости (1) и электрического поля источника, находящегося в среде, $\mathbf{e}^{\lambda}$ — единичный вектор поляризации.

Однако при исследовании излучения источников в нестационарных одноосных кристаллах рассматривали изменение ТДП во времени, считая, что направление оптической оси не меняется. Вместе с тем излучение в средах с меняющимся во времени направлением оптической оси обладает интересными особенностями, отличающими его от ранее рассматривавшихся явлений. Исследуем излучение равномерно движущегося точечного заряда в среде, у которой единичный вектор (так называемый директор), определяющий направление оптической оси, описывает окружность (с угловой скоростью $\omega_0/2$), лежащую в плоскости yz. Такого изменения анизотропии во времени можно добиться, помещая нелинейное вещество (например, титанат стронция) в циркулярно-поляризованное электрическое поле частоты $\omega_0/2$.

Чтобы избежать громоздких выражений, рассмотрим случай движения заряда вдоль оси x (перпендикулярно плоскости yz), хотя используемый аппарат вполне позволяет учесть движение заряда вдоль произвольного направления в кристалле. Пусть заряд q движется вдоль оси z со скоростью $\mathbf{V}$ в среде, ТДП которой имеет вид

$$\varepsilon_{ij}(t)=\varepsilon_0\delta_{ij}+\Delta\varepsilon_{ij}(t), \tag{3}$$

где

$$\Delta\varepsilon_{ij}(t)=\Delta\varepsilon\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 1-\cos\omega_0 t & -\sin\omega_0 t\\ 0 & -\sin\omega_0 t & 1+\cos\omega_0 t\end{pmatrix}, \tag{4}$$

$\Delta\varepsilon$ — постоянная скалярная величина, не зависящая от координат и времени. Фурье-образ электрического поля равномерно движущегося заряда равен

$$\mathbf{E}^q(\mathbf{k}_1,\ \omega_1)=\frac{i4\pi q}{(2\pi)^3}\,\frac{(\omega_1\mathbf{V}/c^2-\mathbf{k}_1/\varepsilon_0)}{\left(k_1^2-\dfrac{\omega_1^2}{c^2}\varepsilon_0(\omega_1)\right)}\,\delta(\omega_1-\mathbf{k}_1\mathbf{V}). \tag{5}$$

Для того чтобы выделить «в чистом виде» излучение, обусловленное нестационарностью среды, будем считать, что $V<c/\sqrt{\varepsilon_0}$, так что излучение Вавилова—Черенкова в данном случае будет отсутствовать. Фурье-образ переменной части ТДП имеет вид

$$\Delta\varepsilon_{ij}(\mathbf{k}_1,\ \omega_1)=\delta(\mathbf{k}_1)\,\Delta\varepsilon_{ij}(\omega_1), \tag{6}$$

где

$$\Delta\varepsilon_{ij}(\omega_1)=\frac{1}{2\pi}\int\Delta\varepsilon_{ij}(t)\,e^{i\omega_1 t}\,dt.$$

Вычисляя по формуле (6) фурье-образ (4) и подставляя вместе с (5) в (2), получим выражение для спектрального и углового распределения энергии излучения:

$$W_{\mathbf{k},\lambda}d^3k=\frac{(\Delta\varepsilon)^2q^2\omega^2\delta^2\,(\omega-k_xV-\omega_0)}{4\varepsilon_0(\omega)\,\varepsilon_0^2\,(k_xV)\,(k^2-\varepsilon_0(k_xV)^2/c^2)^2}\,|\,(e_z^\lambda k_z-ie_z^\lambda k_y-e_y^\lambda k_y-ie_y^\lambda k_z)\,|^2\,d^3k. \tag{7}$$

Наличие в (7) квадрата δ-функции говорит о том, что полная энергия излучения бесконечна из-за бесконечной длительности однородного во времени процесса изменения ТДП. Речь поэтому должна идти о мощности излучения, выражение для которой легко получить, заменив в (7) одну из δ-функций на $T/2\pi$, где T — время излучения. Величина, стоящая в (7) под знаком модуля, определяет поляризацию излучения. Она оказывается в общем случае эллиптической. Если определить направление излучения полярным углом θ в сферической системе координат с осью x, то отношение осей эллипса равно $\cos\theta$, так что вперед излучается циркулярно-поляризованная волна, а перпендикулярно движению заряда — волна, линейно-поляризованная в плоскости yz. Таким образом, выражение для углового и спектрального распределения мощности излучения приобретает вид

$$P_{\omega,\theta}d\omega d\theta=\frac{(\Delta\varepsilon)^2q^2\omega^2\sin^3\theta\,(1+\cos^2\theta)\,\delta\left[\omega\left(1-\frac{V}{c}\sqrt{\varepsilon_0}\cos\theta\right)-\omega_0\right]d\omega d\theta}{4\varepsilon_0^{1/2}(\omega)\,\varepsilon_0^2(\omega-\omega_0)\,c\left[1-\frac{V^2}{c^2}\cos^2\theta\varepsilon_0(\omega-\omega_0)\right]^2}. \tag{8}$$

Излучение возможно лишь при условии

$$\omega=\omega_0\Big/\left(1-\frac{V}{c}\sqrt{\varepsilon_0(\omega)}\cos\theta\right).$$

Таким образом, частотный спектр ограничен сверху и снизу:

$$\omega_0\Big/\left(1+\frac{V}{c}\sqrt{\varepsilon_0}\right)\leqslant\omega\leqslant\omega_0\Big/\left(1-\frac{V}{c}\sqrt{\varepsilon_0}\right).$$

Наличие δ-функции в (8) позволяет провести интегрирование по полярному углу θ и получить спектральное распределение мощности:

$$P_\omega d\omega=\frac{(\Delta\varepsilon)^2q^2\omega\sin^2\theta_0\,(1+\cos^2\theta_0)\,d\omega}{4\varepsilon_0(\omega)\,\varepsilon_0^2\,(\omega-\omega_0)\,V\left(1-\frac{V^2}{c^2}\varepsilon_0(\omega-\omega_0)\cos^2\theta_0\right)^2}, \tag{9}$$

где $\cos\theta_0=(\omega-\omega_0)c/\omega V\varepsilon_0^{1/2}(\omega)$.

Полную мощность излучения движущегося заряда в общем случае можно найти, лишь зная зависимость диэлектрической проницаемости среды от частоты (дисперсию).

При $V\to0$ $P_{\omega,\theta}$ к нулю не стремится. Излучение при этом происходит на частоте ω_0. Устремляя в (8) скорость заряда к нулю и интегрируя по частотам, получим выражение для углового распределения мощности излучения неподвижного заряда:

$$P_\theta d\theta = \frac{(\Delta\varepsilon)^2 q^2\omega_0^2 \sin^3\theta\,(1+\cos^2\theta)\,d\theta}{4c\varepsilon_0^{1/2}(\omega_0)\,\varepsilon_0^2(0)}, \tag{10}$$

где $\varepsilon_0(0)$ — статическое значение диэлектрической проницаемости. Интегрируя (10) по θ, найдем полную мощность излучения покоящегося заряда:

$$P = \frac{2(\Delta\varepsilon)^2 q^2\omega_0^2}{5c\varepsilon_0^{1/2}(\omega_0)\,\varepsilon_0^2(0)}. \tag{11}$$

Автор благодарит Б. М. Болотовского за полезное обсуждение результатов работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Манева Г. М. Кр. сообщ. по физике ФИАН СССР, 1977, № 2, с. 21. [2] Давыдов В. А. Изв. вузов. Сер. Радиофизика, 1980, 23, № 8, с. 983. [3] Давыдов В. А. ЖЭТФ, 1981, **80**, № 3, с. 859. [4] Давыдов В. А. ЖЭТФ, 1982, **52**, № 12, с. 2340.

Поступила в редакцию
08.04.82

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, т. 24, № 1

УДК 531.19

МЕТОД АППРОКСИМИРУЮЩЕГО ГАМИЛЬТОНИАНА И ОБОБЩЕННАЯ ТЕОРЕМА МАЙЕРА

А. П. Бакулев

(кафедра квантовой статистики и теории поля)

В последнее время большое распространение в изучении модельных систем статистической физики получил метод аппроксимирующего гамильтониана. Одно из основных достоинств метода — возможность асимптотически точно (в термодинамическом пределе $N\to\infty$, $V\to\infty$, $N/V=\mathrm{const}$) вычислять объемную плотность свободной энергии модельной системы. Идеи метода восходят к первым работам Боголюбова по теории сверхтекучести и сверхпроводимости [1—3]; становление же метода как мощного средства исследования моделей связано с именем Боголюбова (мл.), которому удалось выделить большой класс модельных гамильтонианов, допускающих асимптотически точное решение [4]. Совсем недавно метод получил дальнейшее развитие в работе Курбатова и Санковича [5]. Эти авторы получили следующую оценку для близости свободных энергий (f_V) модельного ($\hat H$) и аппроксимирующего ($\hat H(C)$) гамильтонианов:

$$-\frac{\Theta}{V}\ln\left\langle \exp\left(\frac{\hat H(C)-\hat H}{\Theta}\right)\right\rangle_{H(C)} \leqslant f_V\{H\} - f_V\{H(C)\} \leqslant \left\langle \frac{\hat H - \hat H(C)}{V}\right\rangle_{H(C)}. \tag{1}$$

Здесь под знаком $<\ldots>_H$ понимается статистическое усреднение по большому каноническому ансамблю: $\langle \hat A\rangle_\Gamma = \mathrm{Sp}\left[\hat A \exp\left(-\frac{\hat\Gamma}{\Theta}\right)\right]/$