

УДК 538.56:533.90

**УДАРНЫЕ ВОЛНЫ, ВОЗБУЖДАЕМЫЕ РЕЛЯТИВИСТСКИМ ЗАРЯЖЕННЫМ ПУЧКОМ В СРЕДАХ С ДИССИПАЦИЕЙ**

В. К. Гришин

*(кафедра ядерных взаимодействий и ускорителей)*

В настоящей работе исследуется возможность распространения электромагнитных волн с ударным фронтом, возбуждаемых релятивистским заряженным пучком. С этим исследованием связан ряд практически важных задач. Отметим прежде всего эксперименты, где необходимо использовать мощные пучки или связанные с ними электромагнитные поля с резким передним фронтом (ударное воздействие на вещество, различные генераторные задачи, релятивистские зеркала и т. п.). Проблема поиска ударных состояний имеет также важное методическое значение. Действительно, казалось бы, состояние пучка или поля с ударным фронтом может рассматриваться как результат нелинейной эволюции пучковой неустойчивости, развивающейся в диссипативных средах. В подобной резистивной неустойчивости возбуждается электромагнитная волна с фазовой скоростью порядка скорости пучка, активно взаимодействующая с пучком, как и в обычной пучковой неустойчивости в неравновесных средах. Однако стадия нелинейного насыщения имеет здесь свои специфические особенности. Обычно нелинейное насыщение связывают с захватом частиц возбуждаемой волной, после которого систематический обмен энергией между пучком и полем прекращается, а амплитуда поля в среднем стабилизируется [1]. Но при наличии в системе диссипации поле затем будет неизбежно затухать, а фазовые траектории захваченных частиц — расширяться. Поэтому естественно предположить, что нелинейная эволюция такой системы с обычно рассматриваемой периодической волной после ее насыщения приведет к состоянию с исчезающе малой амплитудой поля и с распределением пучка, близким к продольно-однородному, но с некоторым энергетическим разбросом (достаточным для дальнейшей стабилизации пучка).

Таким образом, рассматривая распространение волн с установившейся конечной амплитудой в диссипативной среде, неизбежно придется отказаться от традиционных схем с бесконечно-протяженными пучками и обратиться к другой модели. Нелинейное равновесное состояние пучка с волной заметной амплитуды возможно, если поле создается лишь на участке конечной длины, где диссипация энергии поля компенсируется передачей ее со стороны определенной доли частиц пучка, перемещающейся сюда из пространства, свободного от поля. При этом, как показано ниже, поле и «поддерживающее» его распределение частиц приобретают характерную ударную структуру.

В совокупности вся система имеет следующий вид. Полубесконечный пучок имеет достаточно резкий передний фронт, в области которого сосредоточено электромагнитное поле, синхронизованное в целом с пучком и перемещающееся вместе с ним в пространстве. Пучок энергетически неоднороден и состоит фактически из двух потоков (быстрого и медленного) частиц. Быстрый поток, «налетающий» на поле, тормозится, отдавая энергию полю, замедляется и отстает, «надстраивая»

более медленный поток. В итоге скорости распространения поля и пучка как целого равны средней скорости обоих потоков частиц. Суммарный разброс скоростей в пучке и амплитуда поля зависят от тока пучка и интенсивности диссипации в среде и определяются в результате самосогласованного анализа, проводимого далее. Однако ряд важных моментов можно установить, исходя из очевидных соображений. Так, структура поля такова, что в среднем оно является тормозящим для налетающих сзади частиц. Само торможение возможно, если возбуждаемое поле оказывается медленным. Наконец, пучок должен состоять не просто из двух потоков, а из весьма размытых по энергии потоков частиц. В противном случае пучок был бы неустойчивым и так или иначе размылся бы по скоростям.

Сказанное выше в равной степени справедливо как для электронных, так и для ионных пучков, хотя реакция среды на их прохождение будет различна, поскольку скорости ионных пучков, как правило, существенно ниже. Однако в любом случае на практике скорости пучков значительно превышают скорости характерных процессов в средах (тепловых скоростей частиц, ионно-звуковых волн и т. д.), что и отличает обсуждаемый случай от рассмотренных ранее [2].

Обратимся теперь к аналитическим оценкам. Для демонстрации возможности построения пучка и связанной с ним электромагнитной волны с ударным фронтом, находящихся в самосогласованном равновесии, рассмотрим наиболее простой случай. Пусть неограниченный в поперечном направлении пучок распространяется вдоль оси  $z$  в столкновительной плазме, играющей далее роль диссипативной среды. Сам пучок предполагается бесстолкновительным. Пучок и плазма замагничены внешним полем. Как отмечалось, пучок и волна находятся в равновесии, являющемся динамическим, и имеют равные скорости  $v_0 = \beta_0 c$ . Поэтому все динамические величины в системе зависят лишь от аргумента  $\tilde{z} = z - v_0 t$ , а в собственной системе координат  $\Sigma'$  распределения поля и частиц являются стационарными. Но, конечно, пучок имеет сложную внутреннюю структуру, где можно выделить два основных потока (прямой и обратный в  $\Sigma'$ ) частиц. Напротив, плазма предполагается мало, т. е. линейно, возмущенной, поскольку скорость волны предполагается достаточно большой, а захват частиц ее отсутствует.

В итоге распределение частиц пучка следует описывать кинетическим уравнением Власова, а состояние плазмы — обычными гидродинамическими уравнениями. Кинетическое уравнение должно решаться совместно с уравнением для поля (см. далее). Однако в силу стационарности в  $\Sigma'$  распределение частиц пучка приобретает очевидную форму  $F' = F(H_0 - H)$ , где  $H = p'^2/2m - U'(z')$ ;  $U'(z') = e \int E' dz'$  — потенциал пучка с продольным полем  $E'$ . Значение гамильтониана  $H_0$  определяет граничные фазовые траектории частиц (вследствие конечности поля и отсутствия столкновения между частицами пучка они имеют конечную энергию относительного движения). В результате плотность заряда пучка  $\rho'_b = e \int F' dp'$  будет только функцией потенциала  $U'$ ; соответственно в лабораторной системе  $\Sigma$  имеем  $\rho_b = \rho_b(U)$ , где  $u = e \int E d\tilde{z} = U(\tilde{z})$ .

В свою очередь, изменение потенциала  $U$  описывается здесь уравнением

$$v_0 \frac{d^2 U}{dz^2} = 4\pi e (j_b + j_p). \quad (1)$$

где  $j_b = v_{0r} j_p$  — плотность тока в пучке,  $j_p$  — плотность тока в плазме, индуцируемого волной с полем  $E$ . Рассматривая простую модель столкновительной плазмы (холодной) с ленгмюровскими частотами  $\omega_{e,i}^2$  и частотами столкновения  $\nu_{e,i}$  электронов и ионов соответственно, можно записать в линейном приближении  $j_p = j_e + j_i$ , где

$$j_{e,i} = -\frac{\omega_{e,i}^2 U(\tilde{z})}{4\pi e v_0} + \frac{\nu_{e,i} \omega_{e,i}^2}{4\pi e \nu_0^2} \int_{\tilde{z}}^{\infty} U(z) \exp\left(\frac{\nu_{e,i}}{v_0}(\tilde{z} - z)\right) dz, \quad (2)$$

причем предполагается, что при  $\tilde{z} \rightarrow +\infty$  поле и токи  $j_p$  отсутствуют. Комбинируя (1) и (2), получаем

$$\frac{d^2 U}{d\tilde{z}^2} + k_0^2 U = 4\pi e \rho_b(U) + \nu \Gamma, \quad (3)$$

где  $k_0^2 = (\omega_e^2 + \omega_i^2)/v_0^2$ ; член  $\nu \Gamma$ , следующий из (2), описывает столкновительную диссипацию. Вообще же поглощение энергии поля может вызываться и другими причинами. Формально их можно учесть, вводя в (3) члены типа  $\nu \Gamma$ .

Общий характер решения (3) и основные особенности структуры пучка и поля можно установить с помощью методов нелинейной механики [2, 3]. Ограниченные решения  $U(\tilde{z})$  по существу описывают движение нелинейного осциллятора с единичной массой вдоль « $U$ -оси» во «времени»  $\tilde{z} = z - v_0 t$  в присутствии сил трения в потенциальной яме  $W = -4\pi e \int \rho_b dU + k_0^2 U^2/2$ .

Без трения движению в яме  $W$  могут соответствовать как периодические, так и уединенные решения. Именно последние и представляют здесь наибольший интерес, поскольку только в этом случае пучок возбуждает поле, локализованное на ограниченном участке пространства. Для заданной ямы  $W$  уединенное решение возможно, если  $W$  стремится к нулю при  $U \rightarrow 0$  не медленнее, чем  $U^2$ . Поэтому, представляя  $\rho_b = \sum \rho_s U^s$ , можно утверждать, что разложение должно начинаться с  $s=1$  (сказанное решение справедливо, если рассматривается наиболее интересный тип решения без проскальзывающих сквозь фронт волны частиц; этот тип решения невозможен для уединенных решений с пьедесталом или «опрокинутых» солитонов). Кроме того, необходимо, чтобы  $4\pi e \rho_1 > k_0^2$ , а один из коэффициентов  $\rho_{s>1} < 0$ . Ограничимся представлением  $\rho_b = \rho_1 U - \rho_2 U^2$  при  $\rho_b \geq 0$ ; расширение представления не вносит здесь каких-либо новых качественных моментов и практически не сказывается на количественных оценках. В этом приближении уединенное решение  $U$  при  $\nu=0$  описывается классическим солитоном

$$U = U_{\max} \cdot \text{ch}^{-2} \tilde{z}/L \quad (4)$$

с длиной фронта  $L = 2/\sqrt{4\pi e \rho_1 - k_0^2}$  и максимальной амплитудой  $U_{\max} = 3/(2\pi e \rho_2 L^2)$ . Как и в других случаях, здесь нелинейное решение возникает как результат взаимного уравновешивания нелинейного опрокидывания возмущения и отставания высших гармоник из-за частотной дисперсии [2, 3].

Учтем теперь диссипацию. Предполагая ее достаточно малой, можно заключить, что изменение потенциала во «времени»  $\tilde{z}$  будет происходить в соответствии с пунктирной траекторией на рис. 1. Необходимо только учесть, что параметры ямы  $W$  также изменяются в процессе падения траектории на дно ямы, поскольку плазменный ток затухает, хотя бы частично, при  $\tilde{z} \rightarrow -\infty$ .

В области  $\tilde{z} > 0$ , где затухание тем более мало, что  $U \sim 0$ , изменение потенциала будет близко к солитонному в (4) с указанной выше длиной фронта  $L$ . Достигнув максимума, величина  $U$  затем осциллирует (но  $U \geq 0$ ), приближаясь к постоянному значению  $U_0$ , которое соответствует дну ямы  $W$  (см. рис. 1, 2). Соответственно изменяется плотность пучка: при  $\tilde{z} > 0$  плотность  $\rho_b \sim 0$ , а затем  $\rho_b$  резко возра-

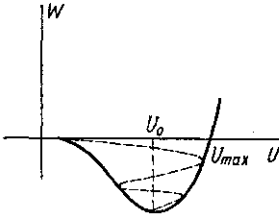


Рис. 1. Потенциальная яма  $W(U)$ . Уединенному состоянию соответствует движение вдоль оси  $W=0$  (с «нулевой энергией»). Пунктир указывает изменение потенциала при наличии диссипации

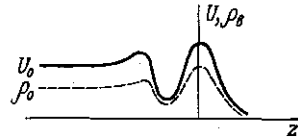


Рис. 2. Изменение потенциала  $U$  (сплошная линия) и плотности заряда пучка  $\rho_b$  (пунктир) в пространстве  $z = z - v_0 t$ ; масштаб произвольный

стает вблизи  $\tilde{z} \sim 0$ . Затем, осциллируя, плотность пучка стремится к постоянному значению  $\rho_\infty$ . Здесь на хвосте пучка потенциал  $U_0$  и плотность  $\rho_\infty$  связаны соотношением  $U_0 = 4\pi e r_b / k_{0\infty}^2$  при  $k_{0\infty}$ , определяемом остаточным плазменным током. Это позволяет оценить амплитуду максимального потенциала  $U_{\max}$  на фронте пучка (или энергию, набираемую частицами в поле фронта пучка):

$$U_0 \simeq 6\pi e r_b / k_{0\infty}^2. \quad (5)$$

В целом пучок имеет сложную кинетику движения частиц. Наиболее простое его состояние наблюдается при  $\tilde{z} \rightarrow -\infty$  и  $\rho_b \rightarrow \rho_\infty$ . На хвосте пучок складывается из однородных по  $\tilde{z}$ , но размытых по энергиям потоков частиц с общим энергетическим разбросом  $\Delta \mathcal{E} = \sqrt{8 \mathcal{E}_b \rho_0^2 v_0^2 U_0}$ , где  $\mathcal{E}_b$  — средняя энергия частиц в пучке. В общем же в пучке могут содержаться как проскальзывающие, так и захваченные частицы. Полное описание состояния пучка можно получить с помощью распределения, которое в  $\Sigma'$  является стационарным и соответствует кинетическому уравнению

$$\frac{\partial F'}{\partial p'} eE + v' \frac{\partial F'}{\partial z'} = 0. \quad (6)$$

Укажем, что для представления  $\rho'_b = \Sigma \rho_s U'^s$  функция распределения имеет вид

$$F' = \begin{cases} \sum_s (U' - p'^2/2m)^{s-1/2} \rho_s s! / \sqrt{2\pi m} (s-1/2)! & \text{при } U' > p'^2/2m, \\ 0 & \text{при } U' < p'^2/2m, \end{cases} \quad (7)$$

где граничные траектории определяются как  $p'^2/2m = U'$  (т. е.  $H_0 = 0$ );  $s!$  — эйлерова гамма-функция. Соотношение (7) можно получить, учитывая ограниченность аргумента, с помощью степенного разложения.

Функция (7) позволяет вычислить необходимые характеристики пучка и поля. Отметим, например, оценку величины энергии, передаваемой пучком полю в единицу времени, которая численно равна раз-

ности потоков энергий быстрых и медленных частиц в пучке при  $\bar{z} = -\infty$ . С помощью (7) и релятивистских преобразований Лоренца находим

$$-\frac{\partial \mathcal{E}_b}{\partial t} = 0,96\gamma_0^{5/2} \left( \frac{1}{4} \rho_1 U_0 - \frac{1}{7} \rho_2 U_0^2 \right) V \overline{U_0^2 / e^2 m}. \quad (8)$$

С другой стороны, можно посчитать диссипацию энергии поля в плазме непосредственно из (2) и (3) и, сравнивая с (8), получить условия, когда рассмотрение носит непротиворечивый характер. В общем такие условия соответствуют обычным требованиям  $n_b \ll n_p$ , хотя в реальных условиях определенная часть пучка может проскальзывать сквозь фронт пучка.

В заключение укажем на интересный случай ударных волн, возникающих при движении электронных или ионных пучков в плотной плазме, когда диссипация особенно велика, так что соответствующая электронная составляющая диэлектрической проницаемости плазмы дается соотношением  $\Delta \epsilon = -\omega_e^2 / i\omega v_e$ . Вместе с тем, хотя  $v_e$  достигает значений  $10^{11} - 10^{12}$  1/с, частота ионных столкновений остается  $v_i \ll v_e$ . Тогда для нерелятивистских скоростей пучков оказывается  $\omega_i^2 / \omega \gg \omega_e^2 / v_e$ , так что  $k^2_{\infty} = \omega_i^2 / v_0^2$ . Тогда изменения потенциала и плотности носят наиболее выраженный характер, достигая постоянных значений без осцилляций.

Таким образом, удастся выяснить возможность распространения волн с ударным фронтом, возбуждаемых заряженными пучками в плазме, и установить функциональную зависимость между параметрами системы. Более подробную информацию можно получить, рассматривая конкретные системы, в том числе замедляющие системы волноводного типа, а также переходные процессы.

Автор выражает искреннюю благодарность А. А. Коломенскому и А. А. Рухадзе за обсуждение полученных результатов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Шапиро В. Д., Шевченко В. И. Радиофизика, 1976, 19, № 5—6, с. 767. [2] Арцимович Л. А., Сагдеев Р. З. Физика плазмы для физиков. М.: Атомиздат, 1979. [3] Кадомцев Б. Б. Коллективные явления в плазме. М.: Наука, 1976.

Поступила в редакцию  
30.12.81

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1983, Т. 24, № 2

УДК 535.341:535.376:53.06

#### ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ОПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ РУБИНА И ЛЕЙКОСАПФИРА В УСЛОВИЯХ ВОЗДЕЙСТВИЯ КОСМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЫ

А. И. Акишин, Т. С. Бессонсва, А. И. Собко, Е. М. Акуленок

(НИИЯФ)

Уникальные физико-химические свойства рубина и лейкосапфира позволяют широко применять их в космической технике. Так, рубин используется в качестве активного элемента оптических квантовых генераторов, служащих для космической связи и других целей, лейкосапфир — в качестве материала для линз объективов оптических приборов и иллюминаторов космических аппаратов.