Таким образом, настоящая работа на примере рубина и лейкосапфира демонстрирует общий подход к практической разработке методик прогнозирования с помощью ЭВМ оптических свойств прозрачных материалов в условиях воздействия космического ионизирующего излучения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Stickly S. M. et al. J. Appl. Phys., 1969, 40, N 4, p. 1792. [2] Бессонова Т. С. и др. Опт. и спектр., 1974, 37, № 4, с. 701. [3] Бессонова Т. С. и др. Журн. прикл. спектр., 1977, 27, № 2, с. 238. [4] Акишин А. И., Бессонова Т. С., Собко А. И. В кн.: Тез. докл. Всесоюз. конф. «Радиац. эффекты в твердых телах». Ашхабад, 1977, с. 9. [5] Бессонова Т. С., Собко А. И. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1980, 21, № 1, с. 63. [6] Бессонова Т. С., Собко А. И. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1979, 20, № 6, с. 62. [7] De Goer A. M., Dreyfus B. Phys. Stat. Sol., 1967, 22, N 1, p. 77. [8] Хаффнер Д. Ядерное излучение и защита в космосе. М.: Атомиздат, 1971.

Поступила в редакцию
18.01.82

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 2

УДК 539.284

ОБ ОДНОМ РЕЖИМЕ РАЗВИТИЯ КОЛЕБАНИЙ В СПИНОВОМ ГЕНЕРАТОРЕ

Л. С. Корниенко, А. Л. Коткин, Д. М. Литвак, Ю. В. Павлов, Р. М. Умарходжаев

(НИИЯФ)

В сообщении приводятся результаты теоретического и экспериментального изучения процесса установления колебаний в спиновом генераторе (СГ) в зависимости от величины коэффициента усиления в цепи обратной связи. Рассмотрены различия в переходных процессах различных типов генераторов с инерционной нелинейностью: СГ, твердотельных лазеров (ТТЛ) [1], генераторов с детектором [2].

Рассмотрение переходных процессов в спиновом генераторе проводится на примере генератора Шмельцера [3] с широкополосной цепью обратной связи, характеризуемой коэффициентом передачи $Ke^{i\psi(\omega)}$, где $\psi(\omega)$ — фазовый сдвиг на частоте генерации. Рабочее вещество описывается уравнениями Блоха [4]. При регистрации поперечной компоненты M_y сигнала магнитного резонанса уравнения СГ для медленно меняющихся амплитуд в безразмерной форме имеют вид:

$$\begin{gathered}\dot{x}+x(1-kz\cos\psi)=0,\\ \dot{z}+nz-n=-kx^2\cos\psi,\\ \dot{\varphi}+\omega_0/\delta_2+kz\sin\psi=0,\end{gathered}\tag{1}$$

где x и z — поперечная и продольная компоненты вектора намагниченности; $n=T_2/T_1=\delta_1/\delta_2\ll 1$ — отношение поперечного и продольного времен релаксации; $k=K\gamma M_0T_2$ — приведенный коэффициент усиления цепи обратной связи; M_0 — стационарная намагниченность; φ — мгновенная частота генерации; ω_0/δ_2 — безразмерная ларморова частота. Производные берутся по безразмерному времени $\tau=t/T_2=\delta_2 t$.

Система уравнений (1) описывает также и спиновый генератор боковой полосы, работающий в режиме малых индексов модуляции [5], когда дополнительной нелинейностью в нем можно пренебречь.

Ограничение колебаний в этом случае в спиновом генераторе боковой полосы, как и в СГ, осуществляется за счет эффекта насыщения или, пользуясь радиотехнической терминологией [6], инерционной нелинейности, роль которой в СГ выполняет z-компонента вектора намагниченности [7]. Степень инерционности определяется временем релаксации T_1. При $\psi=0$ система уравнений совпадает с известной из литературы [8].

Уравнения для ТТЛ — уравнения баланса [9] — для удобства сопоставления с (1) запишем в безразмерном виде:

$$\dot{y}+y(1-\alpha z)=0,$$
$$\dot{z}+z\beta-\beta=-\alpha zy, \tag{2}$$

где y, z — интенсивность поля в резонаторе и разность населенностей соответственно; α — равновесное значение разности населенностей; $\beta=T_c/T_1\ll 1$ — отношение времени затухания свободных колебаний в резонаторе ко времени релаксации разности населенностей.

Уравнения, описывающие генератор с квадратичным детектором [2], перепишем в безразмерной форме:

$$\dot{W}+(1/2)W(1-k_1 z)=0, \tag{3}$$
$$\dot{z}+n_1 z-n_1=-(1/2)n_1 k_2 W^2,$$

где $n_1=1/(R/L)R_D C_D=T_c/T_D$ — отношение времени затухания свободных колебаний в контуре к постоянной детектора $T_D=R_D C_D$. Постоянные коэффициенты $k_1=S_0\omega_0^2 M/(R/L)$ и $k_2=\alpha S_0\omega_0^2 M/b$ определяются через параметры, введенные в [2]. W — амплитуда напряжения на контуре, z — напряжение, снимаемое с детектора.

Системы уравнений (1)—(3) отличаются видом записи правых частей вторых уравнений. Причина различия записи в системах (1) и (2) указана в [9]. Наличие сомножителя n_1 в правой части второго уравнения (3), отсутствующего в (1) и (2), связано со способом формирования напряжения z: оно снимается с интегрирующей цепочки детектора [2].

Изучению переходных процессов в СГ посвящены работы [10]. Из этих работ следует, что решение линеаризованной вблизи стационарного решения системы уравнений (1) описывается выражением вида $e^{\lambda t}$, где

$$\lambda=-\frac{1}{2}n\pm\sqrt{\frac{1}{4}n^2-2n(k\cos\psi-1)}.$$

При $1<k\cos\psi\leqslant k_0\cos\psi=(8+n)/8$ движение характеристик СГ к стационарным значениям:

$$x_c^2=n(k\cos\psi-1)/(k^2\cos^2\psi),\ \ z_c=1/(k\cos\psi)$$

носит апериодический характер, а при $k>k_0$ — колебательный характер. Если $k<k_0$, то величина $z_c=1/(k\cos\psi)>8/(8+n)$ мало отличается от начального значения $z\simeq 1$. При этом можно предположить, что скорость изменения величины z мала. Это позволяет в системе уравнений (1) пренебречь величиной $\dot{z}$ по сравнению с величиной nz и заменить систему уравнений (1) уравнением Ван-дер-Поля, имеющим решение [11]

$$x=\left[e^{-(k\cos\psi-1)(\tau-\tau_0)}+\frac{k^2\cos^2\psi}{n(k\cos\psi-1)}\right]^{-1/2}. \tag{4}$$

Численное решение (1) при $k\cos\psi=1{,}1$ и $n=1$ совпадает с решением (4) с точностью до 2%.

Таким образом, при $k<k_0$ (при малых уровнях колебаний) в СГ инерционными свойствами эффекта насыщения в веществе можно пренебречь [11], а величину z рассматривать как крутизну характеристики безынерционного нелинейного элемента, аппроксимируемого полиномом третьей степени.

При малых уровнях превышения накачки над порогом ($\alpha\sim1$) в ТТЛ [9], как и в СГ [11], процесс развития колебаний апериодический. Система уравнений (2) при $\dot z=0$ и в пренебрежении членами $(\alpha y/\beta)^2\ll1$ есть уравнение Ван-дер-Поля. Согласно [2] уравнением Ван-дер-Поля описываются и генератор с детектором, и генератор с термистором, когда последний по отношению к колебаниям ведет себя как безынерционный.

Если же $k\gg k_0$, значения λ — чисто мнимые величины:

$$|j\lambda|\approx|2nk\cos\psi|\approx2k^2x_c^2\gg n, \tag{5}$$

и переходный процесс в СГ идет со скоростью, значительно превышающей величину nz. Если допустить, что условие (5) выполняется и для $x\ll x_c$, тогда, пренебрегая членом nz, систему уравнений (1) можно свести к уравнениям вида

$$\begin{gathered}\dot x+x(1-k'z)=0^*,\\ \dot z+k'x^2=0.\end{gathered} \tag{6}$$

Система (6) справедлива в течение времени $\tau\ll n$. Уравнение изоклин имеет вид $z=1/k'-x/\theta$, где $\theta=dz/dx$.

Траектория на фазовой плоскости x, z — окружность с центром в точке $(0;\ 1/k')$ (рис. 1, *а*).

Система уравнений (6) имеет аналитическое решение

$$\begin{gathered}x=C_1-\mathrm{sch}(C_0-k'C_1\tau),\\ z=1/k'+C_1\cdot\mathrm{th}(C_0-k'C_1\tau),\end{gathered} \tag{7}$$

где $C_1^2=x_0^2+\left(z_0-\dfrac{1}{k'}\right)^2$, $C_0=\mathrm{arth}\,\dfrac{z_0-1/k'}{C_1}$.

Легко показать, что спиновый генератор при $n=0$ имеет единственное устойчивое состояние равновесия $x=0$;

$$z=\frac{1}{k'}-\sqrt{x_0^2+\left(z_0-\frac{1}{k'}\right)^2}.$$

При переходе из начального неустойчивого состояния x_0, z_0 к устойчивому генерируется пичок колебаний. Амплитуда пичка определяется начальными условиями (x_0, z_0) и величиной k'. К концу пичка генерации компонента z уменьшается и становится равной нулю при $k'=2$ (см. рис. 1, *а*). При $k'>2$ в системе наблюдается частичная инверсия вектора намагниченности. Полная инверсия (изменение величины z от $+1$ до -1) имеет место при $k'\to\infty$. В приближении $n=0$ вычислим величину $\sigma=\int x\,dt$. Эта величина оказывается равной π при любой величине k'.

Анализ показывает, что численное решение системы (1) совпадает с решением (7) с точностью до 5% (в пределах полуширины первого

---

* Здесь и ниже введено обозначение $k'=k\cos\psi$.

пичка генерации), если соотношение k'/n составляет 20—50. Такое совпадение решений позволяет утверждать, что реальный СГ при $k'/n \sim 20$—50 во время длительности первого пичка генерирует π-импульс. Движение реальной системы, например при $k'=20$ и $n=1$, происходит согласно расчету по годографу, приведенному на рис. 1, *б*. Компонента z во время первого пичка генерации ведет себя как инерционная нелинейность с бесконечным T_1. Отметим, что при $T_1 \to \infty$ ($n=0$) инерционная нелинейность продолжает ограничивать рост

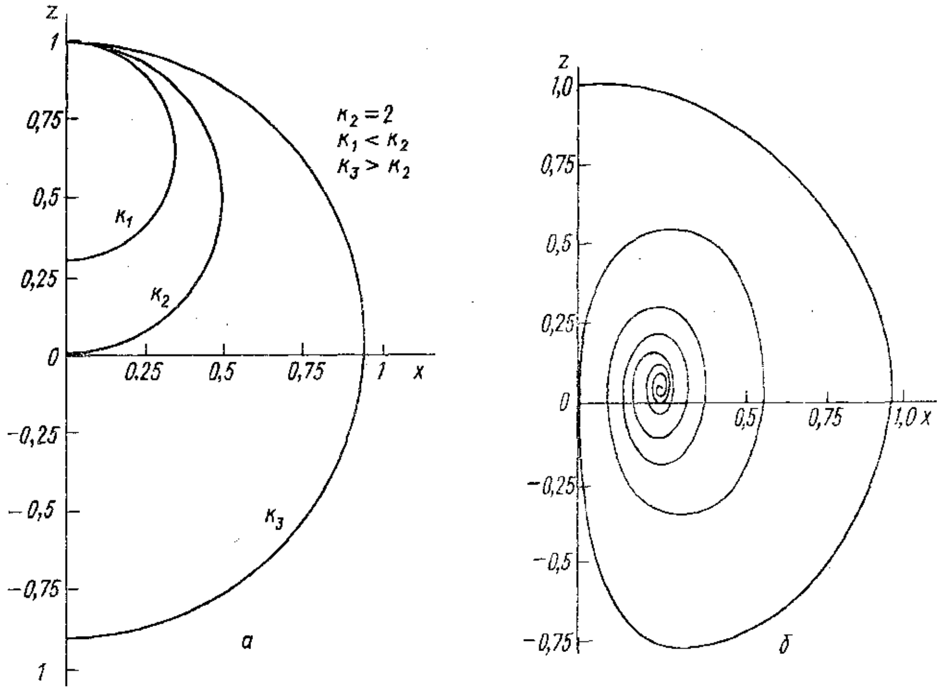

Рис. 1. Годограф движения вектора намагниченности при $n=0$ и различных значениях коэффициента усиления k: $k_2=2$, $k_3<k_2<k_1$ (*а*) и при $n=1$; $k=20$ (*б*)

колебаний в спиновом генераторе, тогда как в генераторе с детектором, рассмотренном в работе [2], при постоянной времени детектора $\tau=RC \to \infty$ действие инерционной нелинейности прекращается и амплитуда колебаний неограниченно растет согласно уравнениям (3), если не учитывать реально существующей безынерционной нелинейности [12].

После пичка генерации, когда амплитуда генерации мала, в (1) можно пренебречь величиной x^2. Тогда из (1) имеем

$$x = x_1 \exp\left[(k'-1)\tau + (k'/n)(z_0-1)(1-e^{-n\tau})\right],$$
$$z = 1 + (z_1 - 1)e^{-n\tau}, \tag{8}$$

где x_1, z_1 — значения x и z к концу первого пичка генерации.

Как видно из (8), при сделанных предположениях происходит свободная релаксация z-компоненты вектора намагниченности. Граница, разделяющая инкрементную и декрементную области, определяется уравнением

$$z = 1/k'. \tag{9}$$

При переходе вектора намагниченности через границу (9) x достигает своего минимального значения x_{min}, с которого начинается развитие генерации в последующем пичке. Сравнение переходных процессов, полученных экспериментально при $k'=20$ и $n=1$ (рис. 2, *а*, *б*) и численным расчетом (рис. 2, *в*) показало, что в эксперименте интервал между первым и вторым пичками генерации короче, а общее время выхода на стационарный режим меньше расчетного. Эти различия могут быть объяснены наличием шума в цепи обратной связи. Между пичками генерации, когда амплитуда колебаний падает до минимального значения, амплитуда шумового воздействия может быть порядка и больше x_{min}*. Это существенно меняет начальные условия для развития генерации в последующем пичке, так как в этом случае они определяются величиной $x_н=x_{min}+x_ш$. Численный расчет и годограф движения системы показывают, что чем меньше $x_н$, тем больше время, необходимое для развития пичка генерации, и тем больше его амплитуда.

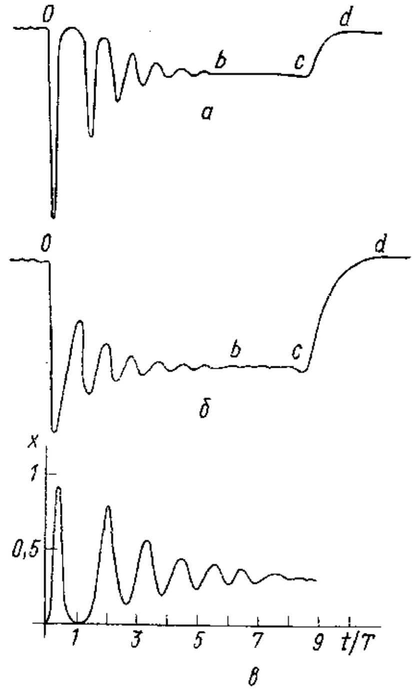

Рис. 2. Изменение во времени поперечной x-компоненты намагниченности (*а*). Изменение во времени продольной z-компоненты. На участке $0b$ — пичковый режим установления генерации; на участке bc — стационарная генерация; c — момент выключения обратной связи; на участке cd — экспоненциальное затухание колебаний в СГ с разомкнутой цепью обратной связи (*б*). Расчетная кривая изменения во времени поперечной x-компоненты намагниченности (*в*)

Для выяснения влияния шума на процесс установления генерации в СГ были проведены численные решения следующих уравнений:

$$\dot{x} + x(1 - k'z) = Fz\cos(\varphi - \varphi_ш),$$
$$\dot{z} + nz + k'x^2 = n - Fx\cos(\varphi - \varphi_ш), \qquad (10)$$
$$x\dot{\varphi} = Fz\sin(\varphi - \varphi_ш),$$

где F и $\varphi_ш$ — амплитуда и фаза узкополосного шума. Эксперименты с введением дополнительного шумового сигнала в цепь обратной связи СГ показали в соответствии с решением уравнений (10) тенденцию к уменьшению времени переходного процесса и к сокращению интервала между пичками генерации.

Отметим, что при наличии шумового воздействия с амплитудой $x_ш \gg x_{min}$ фазы колебаний в первом и последующих пичках генерации не связаны между собой.

Для сравнения начального этапа переходных процессов в СГ (при $k' \gg 1$) и в ТТЛ обратимся к работе, посвященной лазерам с мгновенным включением добротности [13]. Случай развития генерации с мгно-

* Величина x_{min} получена численно и имеет следующие значения при $n=1$: $k'=20$; $x_{min}=10^{-3}$; $k'=100$; $x_{min}=10^{-18}$.

венным включением добротности в ТТЛ соответствует рассмотренному выше случаю переходных процессов, развивающихся с СГ после замыкания цепи обратной связи. Так как время развития гигантского импульса в ТТЛ мало по сравнению с T_1, то система уравнений (2) переходит в систему [13]:

$$\dot{y}+y(1-\alpha z)=0,$$
$$\dot{z}+z\alpha y=0.$$

Уравнение изоклин имеет теперь вид $z=\theta/[\alpha(1+\theta)]$, а фазовая траектория дается выражением $e^{z+y}=zC_2$, где C_2 — постоянная интегрирования. Для сравнения с фазовыми траекториями СГ на рис. 3 приведены две фазовые траектории ТТЛ для значений $\alpha=2$ и 30.

Форма импульса излучения $x(\tau)$ получена численным расчетом [14]. В отличие от СГ форма импульса в ТТЛ зависит от величины α. С ростом α кривая $x(\tau)$ становится несимметричной относительно вертикали, проходящей через вершину импульса. Более существенно различие в поведении z-компонент в ТТЛ и в СГ. В отличие от СГ в ТТЛ величина z никогда не меняет знака. Иначе говоря, в процессе генерации гигантского импульса в ТТЛ происходит лишь сброс разности населенностей, тогда как в СГ возможна даже полная инверсия разности населенностей.

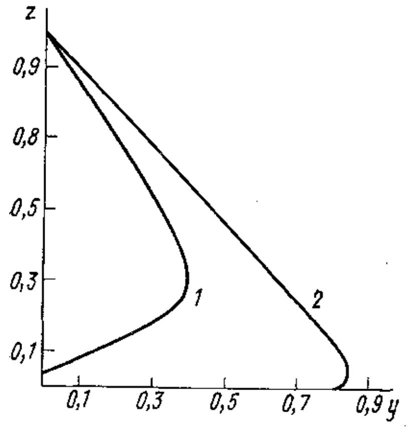

Рис. 3. Годограф движения вектора поляризации при значениях $\alpha=2$ (*1*) и 30 (*2*)

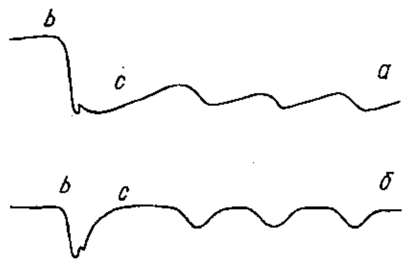

Рис. 4. Изменение во времени продольной (*а*) и поперечной (*б*) компонент вектора намагниченности в режиме нестационарной генерации; *b* — момент замыкания цепи обратной связи. Отличие формы первого пичка нестационарной генерации от последующих — проявление переходных процессов

Приложение. Если в цепь обратной связи СГ ввести колебательный контур, то легко показать, что уравнения движения СГ — это уравнения для квадратичных величин. Возможность изменения параметров СГ в широком диапазоне и, в частности, реализации больших величин коэффициента усиления k' делают СГ удобной моделью для изучения генераторов, описываемых уравнениями для квадратичных величин.

Так, например, если в молекулярном генераторе из-за малой плотности потока активных частиц не удается осуществить экспериментально нестационарную генерацию [9], то в СГ, в силу выполнения условия $k'>(1/2)(T_1/T_c)$ [9], она легко наблюдается. Здесь T_c — время затухания свободных колебаний в контуре, находящемся в цепи обратной связи СГ. В нашем случае $1/T_c=\delta_c=10^3\delta_1=10^3/T_1$ (т. е. $T_c=10^{-3}\cdot T_1$) и $T_1=T_2$.

На рис. 4 показан пример записи нестационарной генерации в СГ, возникающей при замыкании цепи обратной связи. Экспериментальное изучение процессов установления стационарного режима генерации и динамической неустойчивости проводилось на СГ с оптической накачкой, работающем на изотопе ртути ^{199}Hg с регистрацией поперечного сигнала по эффекту Фарадея [15]. Поскольку спин ядра изотопа ^{199}Hg равен 1/2, то в соответствии с [16] движение оптически ориентированных ядер атомов ртути описывается уравнениями Блоха, используемыми выше для описания СГ. Наблюдение продольной компоненты намагниченности проводилось с помощью фотоприемника, регистрирующего луч накачки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Dunsmuir R. J. Electron. and Control, 1961, 10, N 6, p. 453. [2] Ланда П. С. Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. М.: Наука, 1980. [3] Леше А. Ядерная индукция. М.: ИЛ, 1963. [4] Абрагам А. Ядерный магнетизм. М.: ИЛ, 1963. [5] Умарходжаев Р. М. Изв. вузов. Сер. Радиофизика, 1971, **14**, № 8, с. 1189. [6] Теодорчик К. Ф. Автоколебательные системы. М.: Гостехиздат, 1952. [7] Умарходжаев Р. М. Изв. вузов. Сер. Радиофизика, 1964, 7, с. 1207. [8] Померанцев Н. М., Рыжков В. М., Скроцкий Г. В. Физические основы квантовой магнитометрии. М.: Наука, 1972. [9] Ханин Я. И. Квантовая радиофизика. М.: Сов. радио, 1975, т. 2. [10] Кузнецов П. И., Малыхин Л. И. Электричество, 1967, 7, с. 82; Kymmer F., Retzlaff G. Zs. Angew. Phys., 1969, 27, N 6, p. 371. [11] Морозов А. А., Москалев В. В. В кн.: Ядерный магнитный резонанс. Л.: Изд-во ЛГУ, 1968, ч. II, с. 48. [12] Капцов Л. Н. Радиотехн. и электроника, 1975, 20, № 12, с. 2496. [13] Прохоров А. М. Радиотехн. и электроника, 1963, 8, № 6, с. 1073. [14] Wagner W. G., Lenguel B. A. J. Appl. Phys., 1963, **34**, N 7, p. 2040. [15] Manuel J., Cohen-Tannoudji Cl. Compt. Rend., 1963, **B-257**, p. 413. [16] Cohen-Tannoudji Cl. Ann. de Phys., 1962, 7, p. 423—460; 471—503.

Поступила в редакцию
22.02.82

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 2

УДК 532.517.4.627.157

АНАЛИЗ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА НА ПРИМЕРЕ ПУЛЬСАЦИЙ СКОРОСТИ РУСЛОВОГО ПОТОКА

В. П. Петров, О. П. Петросян, И. П. Харченко

(кафедра физики моря и вод суши)

Для статистического анализа пульсаций скорости руслового потока обычно определяют следующие параметры: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратичное отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс, корреляционные и спектральные функции.

Выражения для корреляционных и спектральных функций для практических расчетов на ЭВМ приводились соответственно к виду

$$R(\tau_m) = \frac{1}{D_u}\,\frac{1}{N-m}\sum_{i=1}^{N-m}[[u(t_i)-m_u]\,[u(t_i+\tau_m)-m_u],$$

$$S(f_i) = 2\Delta t\left[R_0 + 2\sum_{k=1}^{M-1} w_t(\tau)\,R(\tau)\cos\frac{\pi ki}{F}\right],$$

где D_u — дисперсия, m_u — математическое ожидание, $\tau_m = m\Delta t$, $m = 0, 1, 2, \ldots, M-1$, M — точка отсечения корреляционной кривой, о ко-