

силу малости эффектов, нарушающих зарядовую независимость ΛN -взаимодействия, все характеристики Λn -рассеяния оказались близкими к полученным для Λp -рассеяния (типичные различия не превышают 10%).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Dalitz R. H., Downs B. W. Phys. Rev., 1958, 110, p. 958; 1958, 111, p. 967. [2] Кольчужин А. М., Колесников Н. Н. Изв. вузов. Сер. Физика, 1963, № 4, с. 19. [3] Dalitz R. H., von Hippel F. Phys. Lett., 1964, 10, p. 153. [4] Bodmer A. R. Phys. Rev., 1966, 141, p. 1387. [5] Downs B. W. Nuovo Cim., 1966, 43 A, p. 454. [6] Gibson B. F., Goldbey A., Weiss M. S. Phys. Rev., 1969, 181, p. 1486. [7] Колесников Н. Н., Чернов С. М. Ядерная физика, 1976, 23, с. 960. [8] Friar J. L., Gibson B. F. Phys. Rev., 1978, C18, p. 908. [9] DeLooff A. Phys. Rev., 1979, C20, p. 1528. [10] Колесников Н. Н., Тарасов В. И. Изв. вузов. Сер. Физика, 1982, № 5, с. 62. [11] Herndon R. C., Tang Y. C. Phys. Rev., 1967, 153, p. 1091; 1967, 159, p. 853; 1968, 165, p. 1093. [12] Dalitz R. H., Herndon R. C., Tang Y. C. Nucl. Phys., 1972, B 47, p. 109. [13] Alexander G. et al. Phys. Rev., 1968, 173, p. 1452; Sechi-Zorn B. et al. Phys. Rev., 1968, 175, p. 1735. [14] Shinmura S., Akaishi Y., Tanaka H. Progr. Theor. Phys., 1981, 65, p. 1290. [15] Dabrowski J., Hassan M. Y. M. Rep. «P», 1153/VIII, P 1. Inst. Badan. Jadr., 1970. [16] Schrijs R., Darley H. M. Phys. Lett., 1969, 29 B, p. 291. [17] Bando H., Shimodaya I. Progr. Theor. Phys., 1980, 63, p. 1812. [18] Schimert T. et al. Nucl. Phys., 1980, A 343, p. 429. [19] Loseau B. A. Nucl. Phys., 1969, B 9, p. 169. [20] Далиц Р. Г. В кн.: Каон-ядерное взаимодействие и гиперядра. М.: Наука, 1979, с. 355. [21] Bodmer A. R., Rote D. M. Nucl. Phys., 1971, A 169, p. 1. [22] Dabrowski J. Phys. Lett., 1973, 47 B, p. 306. [23] Bedjidian M. et al. Phys. Lett., 1979, 83 B, p. 252. [24] Pniewski J., Zieminska D. Nukleonika, 1978, 23, p. 797. [25] Tang Y. C., Herndon R. C. Phys. Lett., 1965, 18, p. 42. [26] Колесников Н. Н., Тарасов В. И. Ядерная физика, 1982, 35, с. 619. [27] Колесников Н. Н., Крохин Н. В., Копылов В. А., Тарасов В. И. Док. ВИНТИ, № 310—79.

Поступила в редакцию
22.03.82

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 2

УДК 621.315.592

О ПРОВОДИМОСТИ ОГРАНИЧЕННЫХ ДВУМЕРНЫХ СИСТЕМ

И. П. Звягин

(кафедра физики полупроводников)

Вывод масштабной теории локализации [1] о том, что в двумерных системах все состояния локализованы, привел к необходимости пересмотра представлений о пороге подвижности в таких системах; эти представления были положены в основу интерпретации экспериментов по измерению температурной зависимости проводимости вдоль границ раздела окисел — полупроводник [2, 3]. Указания на существование порогов, отделяющих локализованные состояния от делокализованных, получались и в некоторых численных расчетах [4]. Для объяснения этих результатов в работе [5] было предположено, что порог подвижности отвечает энергии, при которой локализация становится не экспоненциальной, а степенной. Это предположение, однако, не является обязательным. Ниже, исходя из масштабной теории локализации, мы покажем, что даже при отсутствии пороговой энергии, при которой изменялся бы характер локализации в бесконечной системе, температурная зависимость проводимости двумерной системы конечной длины L может иметь такой же вид, как если бы существовал порог локализации.

Будем исходить из основного уравнения масштабной теории локализации

$$\frac{d \ln g(L)}{d \ln L} = \beta[g(L)], \quad (1)$$

где $g(L)$ — безразмерная (в единицах e^2/\hbar) полная проводимость системы размера L , а $\beta(g)$ — монотонная непрерывная функция, для которой известны асимптотические выражения в областях малых и больших g :

$$\beta(g) \xrightarrow{g \rightarrow 0} \ln g, \quad \beta(g) \xrightarrow{g \rightarrow \infty} -\frac{A}{g}. \quad (2)$$

Асимптотика больших g получается из рассмотрения проводимости двумерного металла, для которого справедлив результат [1]:

$$g = g_0 - A \ln(L/l). \quad (3)$$

Здесь $A = \pi^{-2}$, $g_0 = \sigma_0 (e^2/\hbar)^{-1}$, а σ_0 и l — проводимость и длина свободного пробега, вычисленные в приближении кинетического уравнения без учета логарифмических поправок. Для вырожденного электронного газа $\sigma_0 = e^2 n \tau / m$, где n — концентрация, пропорциональная энергии Ферми F , m — эффективная масса, а τ — время релаксации. Для короткодействующего потенциала рассеяния τ не зависит от энергии, а l меняется по закону $l = l_1 (E/\bar{E})^{1/2}$, где $l_1 \cong \sqrt{0,6 \hbar \tau / m}$, а $\bar{E} \cong 0,3 \hbar / \tau$. Соответственно $g_0/A = F/\bar{E} = \sigma_0/\sigma_{\min}$, где величина $\sigma_{\min} = Ae^2/\hbar$ близка к минимальной металлической проводимости, введенной Моттом и определявшейся в численных расчетах [4], а $g/A = \sigma/\sigma_{\min}$. Отметим, что при $l_{\text{eff}} < L$ в (3) вместо L фигурирует l_{eff} — наименьшая из характеристических длин: диффузионной длины, содержащей время пробега относительно неупругих столкновений, и длин, определяемых частотой поля или внешними полями.

Существование поправочных логарифмических слагаемых для двумерных систем было подтверждено экспериментально путем исследования зависимостей низкотемпературной проводимости от температуры и напряженностей электрического и магнитного полей при $l_{\text{eff}} < L$ [6—9]. Отметим также, что логарифмическую температурную зависимость проводимости, связанную с электрон-электронным взаимодействием [10], по-видимому, удастся отделить от локализационных поправок путем изучения полевых зависимостей проводимости [9]. Ниже мы не будем рассматривать эффекты, связанные с межэлектронным взаимодействием.

Интегрируя уравнение (1), получаем

$$\int_{g_0}^g \frac{dg}{g\beta(g)} = \ln(L/L_0), \quad (4)$$

где L_0 — постоянная интегрирования. Будем рассматривать те значения энергии Ферми, для которых при некоторых $L \gg l$ справедливо неравенство $g_0 \gg A \ln(L/l)$. Для таких энергий постоянную L_0 можно найти, накладывая требование, чтобы выражение (4) переходило в (3) в этой области. Поскольку названная область отвечает большим g , нетрудно убедиться, что (4) совпадает с (3) при $L_0 = l$. Таким образом, для рассматриваемых состояний решение уравнения (1) имеет

вид

$$\int_{g_0}^g \frac{dg}{g\beta(g)} = \ln(L/l(g_0)). \quad (5)$$

Выражение (5) определяет зависимость проводимости системы от энергии Ферми и от размера системы, $g = g(F, L)$.

Выделяя в левой части (5) наиболее расходящиеся при $g \rightarrow 0$, $g_0 \rightarrow \infty$ слагаемые, получаем

$$\ln \ln \frac{g_1 + g}{g} + \frac{g_0}{A} + \varphi(g, g_0) = \ln(L/l), \quad (6)$$

где g_1 определяется поправками к асимптотике (2) для малых g , а функция $\varphi(g, g_0)$ при $g \rightarrow 0$, $g_0 \rightarrow \infty$ мала по сравнению с первыми двумя слагаемыми в левой части. Из (6) находим

$$g = g_1 \{ \exp[\alpha(g, g_0)L] - 1 \}^{-1}, \quad (7)$$

где

$$\alpha^{-1}(g, g_0) = \exp[g_0/A + \varphi(g, g_0)] \cdot l. \quad (8)$$

Величина α^{-1} характеризует скорость убывания функции g с ростом L ; при $g \rightarrow 0$ она не зависит от g и совпадает с радиусом локализации состояний. Видно, что α^{-1} зависит от энергии $g_0/A = F/\bar{E}$ экспоненциально. При больших F функция α мала, и выход на асимптотику больших L в системе ограниченного размера не успевает произойти. В силу резкой зависимости α от энергии переход от «асимптотической области» к той области, где асимптотика больших L не достигается, осуществляется в узком интервале энергий F около некоторой энергии \bar{E}_c . Этот интервал и играет роль размытого порога подвижности \bar{E}_c , положение которого можно определить равенством

$$E_c \bar{E} = \ln[L/l(E_c)] - \varphi(g_1/e, A E_c / \bar{E}). \quad (9)$$

Величина E_c логарифмически зависит от размера системы или от соответствующей эффективной длины. Окрестность порога E_c попадает в область больших g_0/A , где использование соотношения (2) в качестве «граничного условия» к уравнению (1) вполне оправдано.

Изложенные соображения можно проиллюстрировать на модельном примере, задавая явный вид функции $\beta(g)$. Выберем $\beta(g)$ в виде

$$\beta(g) = \ln \frac{g}{g+A}. \quad (10)$$

При $g \ll A$ и $g \gg A$ функция (10) переходит в асимптотические выражения (2); в области промежуточных g (10) есть результат простейшей гладкой однопараметрической интерполяции. Согласно сказанному выше, точный вид $\beta(g)$ при промежуточных g сказывается лишь на деталях критического поведения, но не на общем характере решения.

В случае (10) решение (5) принимает вид

$$\psi\left(\frac{g}{g+A}\right) - \psi\left(\frac{g_0}{g_0+A}\right) = \ln[L/l(g_0)], \quad (11)$$

где

$$\psi(z) = \ln \ln \frac{1}{z} - \int_0^z \frac{du}{(1-u) \ln(1/u)}. \quad (12)$$

При $g \gg A$ имеем

$$\psi\left(\frac{g}{g+A}\right) \approx -\frac{g}{A} - 0,5 \ln \frac{g}{A} - 0,13, \quad (13)$$

а при $g \ll A$ главную роль играет первое слагаемое в правой части (12). Соответственно при малых g получаем выражение вида (7), в котором

$$\alpha^{-1} = \alpha^{-1}(g_0) = C(g_0/A)^{1/2} \exp(g_0/A) \cdot l(g_0), \quad (14)$$

а $C \approx 1,13$. Энергия E_c приближенно определяется соотношением

$$E_c/E = \ln(L/Cl_1) - \ln(E_c/E). \quad (15)$$

Зависимость безразмерной проводимости $g/A = \sigma/\sigma_{\min}$ при $T=0$ от безразмерной энергии Ферми $g_0/A = F/E$ при $\ln(L/l_1) = 10$ показана на рисунке. Видно, что в области $\sigma < \sigma_{\min}$ проводимость резко падает до очень малых значений в интервале шириной порядка \bar{E} около энергии E_c . Функция g/A , приведенная на рисунке, представляет собой не что иное, как отнесенную к σ_{\min} проводимость $\sigma(E)$, через которую выражается «зонная» составляющая проводимости при конечных температурах:

$$\sigma = \int dE \sigma(E) (-dn_F(E)/dE). \quad (16)$$

Здесь $n_F(E)$ — функция Ферми. Если уровень Ферми F попадает в область $F < E_c$, то из (16) следует, что температурная зависимость проводимости имеет активационный характер. Оценка интеграла, фигурирующего в (16), дает

$$\sigma = \sigma_b \exp\{- (E_c - F)/kT\}, \quad (17)$$

где σ_b — предэкспоненциальный множитель. Таким образом, температурная зависимость проводимости такая же, как если бы существовал порог локализации. Величина энергии активации здесь логарифмически зависит от размера системы или от соответствующей эффективной длины, т. е. от температуры, частоты или напряженностей внешних полей.

Множитель σ_b зависит от хода функции $\sigma(E)$ в окрестности порога подвижности E_c . При значениях $F - E_c$, превышающих \bar{E} , зависимость $\sigma(E)$ близка к линейной:

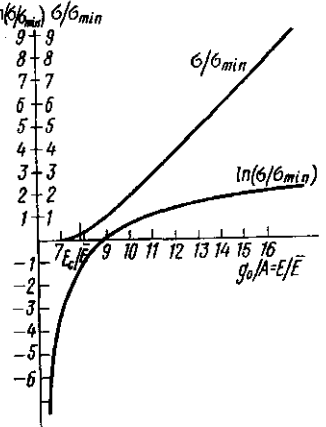
$$\sigma(E) \approx \sigma_{\min}(E - E_c)/\bar{E}, \quad (18)$$

а при $E < E_c$

$$\sigma(E) \approx \sigma_{\min} \exp[-\alpha(E)L]. \quad (19)$$

При $b = kT/\bar{E} \gg 1$ основной вклад в интеграл (16) дает область, где справедлива аппроксимация (13), и $\sigma_b = b\sigma_{\min}$. При малых b имеем $\sigma_b \approx \sigma_{\min} b^{-1} \Gamma(b^{-1})$, где $\Gamma(b^{-1})$ — гамма-функция. Отличие σ_b от σ_{\min} в этом случае отражает сдвиг области, дающей основной вклад в проводимость, в сторону меньших энергий при понижении температуры.

Описанный выше подход был основан на использовании соотношения (3), вытекающего из микроскопической теории, в качестве «граничного условия», позволяющего найти решение уравнения (1) масштабной теории и установить связь величины g_0 с энергией состояния.



Этот подход справедлив, однако, лишь при условии, что наблюдаемый порог E_c расположен достаточно далеко за пределами слоя энергий шириной порядка \bar{E} около дна затравочной зоны. При $E_c \leq \bar{E}$ соотношением (3) пользоваться нельзя, и нужна дополнительная информация, которая позволила бы найти постоянную интегрирования L_0 и связать g_0 с энергией. Можно ожидать, что именно в таких условиях, когда E_c лежит в области, к которой и относились известные соображения Мотта относительно минимальной металлической проводимости, мы сможем получить значения предэкспоненциального множителя проводимости, близкие к σ_{\min} .

Если исходная зона — узкая, то, вообще говоря, имеется два порога подвижности. В условиях, близких к критическим, оба они попадают в окрестность середины зоны, и во всей области энергий, дающей вклад в интеграл (16), рассеяние является сильным, как и в модели Андерсона в окрестности порога. При этом может быть получена активационная зависимость проводимости (17) с предэкспоненциальным множителем, близким к σ_{\min} . Этот случай может соответствовать экспериментам [2, 3], в которых активация связывалась с забросом носителей в область края подвижности вблизи середины примесной зоны.

Таким образом, вывод масштабной теории локализации о том, что в бесконечной двумерной системе все состояния локализованы, не противоречит результатам экспериментов по исследованию порога подвижности в двумерных системах. Размытый порог подвижности в двумерных системах может отвечать энергии, разделяющей «асимптотическую область» и ту область энергий, в которой выход на асимптотику больших L не успевает произойти.

В заключение выражаю благодарность В. Л. Бонч-Бруевичу и А. Г. Миронову за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Abrahams E. et al. Phys. Rev. Lett., 1979, 42, p. 673. [2] Mott N. F. et al. Proc. Roy. Soc. A, 1975, 345, p. 189. [3] Pepper M. Proc. Roy. Soc. A, 1977, 353, p. 225. [4] Licciardello D. C., Thouless D. J. J. Phys. C, 1975, 8, p. 4157. [5] Kaveh M., Mott N. F. J. Phys. C, 1981, 14, p. L183. [6] Dolan C. J., Oshegroff D. D. Phys. Rev. Lett., 1979, 43, p. 721. [7] Bishop D. J., Tsui D. C., Dynes R. C. Phys. Rev. Lett., 1980, 44, p. 1153. [8] Pepper M. J. de Physique, 1981, 42, suppl. au N 10, p. C4—17. [9] Davies R. A., Uren M. J., Pepper M. J. Phys. C, 1981, 14, p. L531. [10] Altshuler B. L., Aronov A. G., Lee P. A. Phys. Rev. Lett., 1980, 44, p. 1288.

Поступила в редакцию
24.03.82

УДК 517.91.94

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЙ НЕКОТОРЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

А. А. Шишкин, Г. Б. Гуров

(кафедра математики)

В теории полупроводниковых приборов встречается система уравнений:

$$\mu^2 \dot{y} = x_1 - x_2 + N(t); \quad \dot{x}_1 = x_1 y - R_1; \quad \dot{x}_2 = -x_2 y + R_2, \quad (1)$$