УДК 539.12:530.145

РАДИАЦИОННОЕ ТРЕНИЕ В ЗАДАЧЕ ОБ ИЗЛУЧЕНИИ ОСЦИЛЛЯТОРА В КОГЕРЕНТНОМ СОСТОЯНИИ

Г. А. Чижов, О. Ф. Дорофеев

(кафедра квантовой теории)

Излучение осциллятора в когерентном состоянии удобно описывать, используя систему ортонормированных функций $\{\psi_{n,x_0(t)}\}$, где

$$\Psi_{n,x_0(t)} = \left(\frac{m\Omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} (2^n n!)^{-1/2} \exp\{im\dot{x}_0(t)\,x/\hbar - m\Omega(x - x_0(t))^2/(2\hbar)\} \times$$
$$\times \exp\{-i\Omega t/2 - im\dot{x}_0(t)\,x_0(t)/(2\hbar) - in\Omega t\}\, H_n[(x - x_0(t))/l]$$

и $H_n(x)$ — полином Эрмита. При этом центр волнового пакета движется по закону $x_0(t) = A_0 \sin \Omega t$, а квантовое число n описывает возбуждение в системе отсчета, связанной с центром осциллирующего пакета; при $n=0$ волновая функция описывает пакет, реализующий минимум соотношения неопределенности, и соответствует когерентному состоянию.

Возмущение электромагнитным полем $\hat{H}_1 = ie\hbar/(mc)\hat{A}_x\,\partial/\partial x$, где

$$\hat{A}_x = \{e^{i\mathbf{kr}-i\omega t}\,\hat{a}_x(x) - e^{-i\mathbf{kr}+i\omega t}\,\hat{a}_x^+(x)\} —$$

фотонные операторы, приводит к квантовым переходам с излучением или поглощением фотонов.

Рассмотрим более подробно спонтанное излучение осциллятора, находящегося в когерентном состоянии Ψ_{0,x_0}. Поскольку система волновых функций является ортонормированной, то можно ввести вероятность переходов под действием возмущения

$$w_{0\to n} \sim \left|\int d^3x\, \Psi^*_{n,x_0}\, \hat{H}_1\, \Psi_{0,x_0}\right|^2.$$

Волновые функции, однако, не являются стационарными, поэтому матричный элемент перехода $0\to 0$ отличен от нуля и, как показывают вычисления [1], соответствует классическому излучению заряда, плотность которого распределена по закону

$$\rho = e^2\left(\frac{m\Omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} \exp\left[-\left(\frac{x - x_0(t)^2}{e_0}\right)^2\right] \delta(y)\,\delta(z).$$

Процесс излучения в этом случае рассматривается как переход s квантов из классического поля в квант излучения частоты $\omega = s\Omega$. При этом классическое поле остается неизменным и соответственно закон движения не меняется. Такая ситуация отвечает описанию излучения в классической электродинамике без учета радиационного трения.

В действительности процесс излучения приводит к уменьшению амплитуды колебаний осциллятора и, как будет показано ниже, описание с помощью когерентных состояний позволяет учесть этот эффект. Для этого в качестве начального состояния возьмем $\Psi_{0,x_0(t)}$, а систему базисных функций выберем в виде $\{\Psi_{n,x_0'(t)}\}$, где $x_0(t) = A_0 \sin \Omega t$ — начальный закон движения, а $x_0'(t) = A \sin(\Omega t + \varphi)$ — закон движения центра пакета после излучения фотона $\varkappa$.

Матричный элемент перехода в этом случае имеет вид

$$\langle \Psi_{n,x_0'(t)} | \hat{H}_1 | \Psi_{0,x_0(t)} \rangle = (2^n n!)^{-1/2} e\hbar/(mc) [\sqrt{m\Omega/\hbar}\,(x_0 - x_0') +$$

$$+ i\sqrt{m/(\hbar\Omega)}\,(\dot{x}_0 - \dot{x}_0') - i\varkappa\sqrt{\hbar/(m\Omega)}\,]^n \{m(\dot{x}_0 + \dot{x}_0')/2 +$$

$$+ \hbar\varkappa/2 - im\Omega(x_0 - x_0')/2 + inm\Omega/[m\Omega(x_0 - x_0')/\hbar +$$

$$+ im(\dot{x}_0 - \dot{x}_0')/(\hbar\Omega) - i\varkappa]\} \cdot \exp\{-m\Omega(x_0 - x_0')^2/(4\hbar) -$$

$$- m(\dot{x}^0 - \dot{x}_0' - \hbar\varkappa/m)^2/(4\hbar\Omega) - im(x_0\dot{x}_0' - x_0'\dot{x}_0)/(2\hbar) -$$

$$- i\varkappa(x_0 + x_0')/2\}.$$

Поскольку влияние излучения на движение заряда в обычных условиях мало, основной вклад будут давать переходы без изменения n. Выбор макроскопической переменной $x_0'(t)$ после излучения фотона в общем случае довольно сложен, но, ограничиваясь лишь случаем испускания высокочастотных фотонов $\omega \gg \Omega$, формирующихся на малом участке траектории, можно существенно упростить анализ матричного элемента. Предположим, что формирование излучения происходит за время t, удовлетворяющее соотношению $\Omega t \ll 1 \ll \omega t$. Если излучение начинается в момент времени τ, то с учетом сделанных предположений матричный элемент перехода можно записать в виде

$$\langle \Psi_{0,x_0'(t)} | \hat{H}_1 | \Psi_{0,x_0(t)} \rangle = \{m(\dot{x}_0 + \dot{x}_0')/2 +$$

$$+ \hbar\varkappa/2 - im\Omega(x_0 - x_0')/2\} \cdot \exp\{-m\Omega(x_0 - x_0')^2/(4\hbar) -$$

$$- m(\dot{x}_0 - \dot{x}_0' - \hbar\varkappa/m)^2/(4\hbar\Omega)\} \cdot \exp\{-i\Omega t + i\omega t - i\beta(\cos\Omega\tau)\,t\}$$

и после интегрирования по времени получить закон сохранения, который определяет частоту излученного фотона

$$\omega = \Omega[1 - \beta(\tau)\cos\vartheta]^{-1},$$

где $\beta = A\Omega\cos\Omega\tau/c$ — безразмерная скорость движения частицы во время излучения. Заметное излучение высоких гармоник происходит при движении со скоростями, сравнимыми со скоростью света ($\beta \sim 1$), причем излучение формируется на небольшом участке траектории, имеет указанную частоту и происходит в основном вперед в угол $\vartheta \sim \sim (1-\beta^2)^{-1/2}$. В этом случае излученные фотоны уносят импульс, что должно приводить к торможению излучающего заряда.

С учетом того, что вероятность перехода содержит множитель

$$\exp\{-m\Omega(x_0 - x_0')^2/(4\hbar) - m(\dot{x}_0 - \dot{x}_0' - \hbar\varkappa/m)^2/(4\hbar\Omega)\},$$

можно говорить о сохранении импульса в акте излучения, причем координаты частицы до и после излучения совпадают [2].

Для сравнения квантовомеханических расчетов и классических результатов выберем классический закон движения $x_0'(t)$, т. е. подберем амплитуду A и фазу φ колебаний осциллятора после излучения фотона так, чтобы расплывание пакета было минимальным (вклад матричных элементов перехода $x_0 \to x_0'$ минимален). При этом вероятность перехода из состояния $\Psi_{0,x_0(t)}$ в состояние $\Psi_{0,x_0'(t)}$ максимальна, т. е.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial w_{0\to 0}}{\partial A} = 0, \\ \dfrac{\partial w_{0\to 0}}{\partial \varphi} = 0. \end{cases}$$

Решение этой системы уравнений дает чрезвычайно простой результат: амплитуда и фаза колебаний после излучения определяются условиями

$$x_0(t) = x_0'(t),$$
$$m\dot{x}_0(t) = m\dot{x}_0'(t) + \hbar\varkappa_x.$$

Таким образом, использование когерентных состояний позволяет рассчитать влияние квантовой отдачи на макроскопические параметры и приводит к результатам, согласующимся с классическими представлениями.

К сожалению, вычисление отдачи, вызванной низкочастотными фотонами с частотой $\omega \sim \Omega$, значительно сложнее. Дело в том, что формирование излучения происходит в этом случае за время, много большее, чем период колебаний, а это приводит к компенсации отдачи в целом за период. В этом случае, по-видимому, необходимо рассматривать эволюцию волнового пакета во время квантового перехода, проводя предварительно суммирование по всем фотонам.

Авторы благодарят проф. И. М. Тернова за постановку задачи и плодотворные обсуждения работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Чижов Г. А., Дорофеев О. Ф. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1982, 23, № 2, с. 12. [2] Шуняков В. Т. Укр. физ. журн., 1978, 23, № 3, с. 444.

Поступила в редакцию
04.06.82

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 2

УДК 536.75

К ТЕОРИИ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА*

И. П. Базаров, П. Н. Николаев

(кафедра квантовой статистики и теории поля)

Известно, что одним из наиболее точных интегральных уравнений для радиальной функции распределения $g(r)$ является уравнение Перкуса—Йевика. Полученное с его помощью уравнение состояния системы твердых сфер хорошо соответствует машинному эксперименту [1, с. 71]. Однако уравнение Перкуса—Йевика не приводит к фазовому переходу плотный газ — кристалл, который обнаруживается в машинном эксперименте.

В настоящей работе предлагается новое разложение для свободной энергии, которое дает не только хорошо согласующееся с машинным экспериментом уравнение состояния системы твердых сфер, но при использовании для кристалла уравнения самосогласованного поля с

* Доложено на «Ломоносовских чтениях» в апреле 1982 г.