

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Тихонравов А. В. ЖВМ и МФ, 1982, 22, № 6, с. 1421. [2] Рейзенкинд Я. А. Автореф. канд. дис. Саратов, 1980. [3] Худак Ю. И. В кн.: Тр. XXV научно-техн. конф., секц. матем. М.: МИРЭА, 1976, с. 28. [4] Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения. М.: ИЛ, 1962. [5] Гласко В. Б., Тихонов А. Н. ЖВМ и МФ, 1974, 14, № 1, с. 137.

Поступила в редакцию  
16.04.82

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 3,

УДК 551.465.11

### ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВОВЛЕЧЕНИЯ В ШЕЛЬФОВОЙ ЗОНЕ МОРЯ

Н. К. Шелковников, В. В. Тимофеев

(кафедра физики моря и вод суши)

В настоящей работе исследуется изменчивость верхнего квазигоризонтального слоя (ВКС) в прибрежной зоне бесприливного моря в результате воздействия различных факторов, в частности анализируется увеличение толщины ВКС вследствие процесса вовлечения.

Изучение процесса вовлечения, т. е. проникновения турбулентности в нетурбулизованную область, ранее проводилось в основном в лабораторных условиях. В результате были выявлены два основных механизма генерации турбулентности, снабжающие энергией этот процесс:

а) вертикальный диффузионный поток турбулентной энергии, генерируемой вследствие опрокидывания ветровых волн;

б) генерация турбулентности во всей толще ВКС и в сезонном термоклине (или в слое турбулентного вовлечения — СТВ) [1], вызванная сдвигом средней скорости.

В условиях моря оба этих механизма могут действовать одновременно, в лабораторных же моделях есть возможность выделить один из них. Так, вертикальный диффузионный поток энергии формировался с помощью колеблющихся решеток [2, 3, 4]. В результате этих экспериментов была выявлена связь между безразмерной скоростью вовлечения  $E$  и числом Ричардсона:

$$E = k Ri^{-3/2}, \quad (1)$$

где  $E = U_e/U_m$ ,  $U_e = dh/dt$  — скорость вовлечения,  $h$  — толщина перемешанного слоя,  $U_m$  — некоторый масштаб скорости,  $Ri = g\Delta\rho l / (\rho U_m^2)$ ,  $\Delta\rho$  — перепад плотности в СТВ,  $l$  — масштаб длины,  $k$  — эмпирический коэффициент,  $g$  — ускорение свободного падения.

Сдвиг скорости среднего течения, формирующий второй механизм энергоснабжения, создавался путем протяжки специального экрана по поверхности жидкости в кольцевом канале [5, 6] или за счет тангенциального трения воздушного потока [7, 8]. Зависимость (1) в этом случае имела вид

$$E = k Ri^{-1}, \quad (2)$$

причем согласно [8]  $k = 0,234$ , а по данным [7]  $k = 0,11 - 0,45$ .

В настоящее время практически нет данных прямых измерений скорости вовлечения в морских условиях, что затрудняет получение каких-либо универсальных зависимостей.

Наши измерения проводились в прибрежной зоне моря с заякоренного судна, через каждые 0,5 ч снимались профили температуры  $T(z)$  и электропроводности  $\sigma(z)$  методом вертикального зондирования, на дискретных горизонтах через 1 м глубины измерялась скорость среднего течения  $V(z)$  [9].

Исследование прибрежной зоны осложнено существованием сгонно-нагонных явлений, которые оказывают воздействие на положение

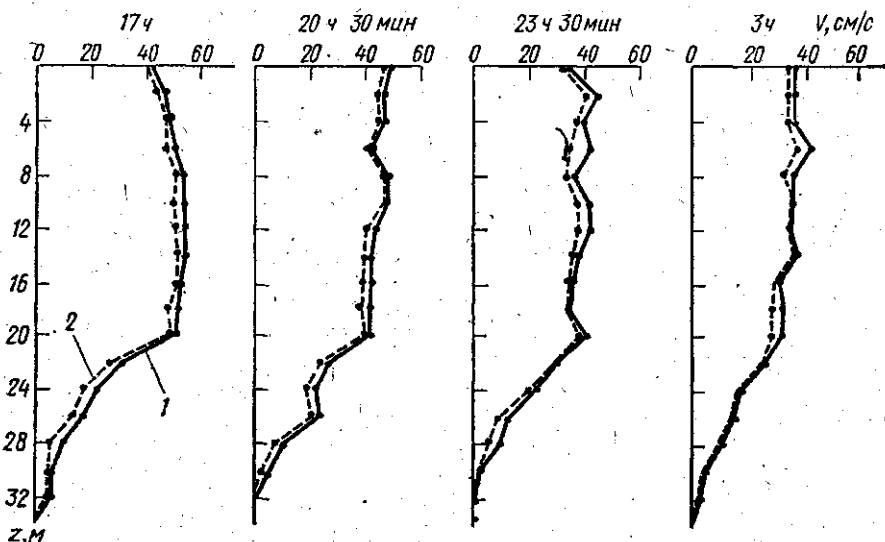


Рис. 1. Вертикальные профили модуля скорости течения (1) и параллельной берегу составляющей (2) на участке 1

СТВ. С учетом этого наиболее благоприятными для исследования процесса вовлечения в «чистом» виде являются, по-видимому, стационарность ветрового поля и отсутствие сгонов и нагонов, т. е. вдольбереговая направленность течения. После предварительного анализа данных измерений было выделено три участка реализаций, отвечающих этим условиям и имеющих длительность 10,5—11,5 ч.

Спектральный анализ флуктуаций положения верхней границы сезонного термоклина показал, что максимальный период колебаний слоя скачка составил  $\sim 6$  ч, что приблизительно в два раза меньше длительности выбранных реализаций. Вектор скорости течения во всех случаях был ориентирован вдоль берега, нормальная к берегу составляющая скорости течения практически отсутствовала (рис. 1). Скорость ветра  $W$  была незначительна по величине (таблица) и направлена вдоль берега.

Характерным для всех рассматриваемых участков было опускание нижней границы ВКС, которое происходило с небольшими колебаниями, но общей тенденцией оставалось практически линейное по времени заглубление, отмеченное пунктиром на рис. 2. Во время измерений происходила некоторая деформация профилей плотности (рис. 3) в результате вовлечения более плотной морской воды из нижнего в верхний слой, поэтому за границу перемешанного слоя мы принимали положение максимума градиента плотности. Скорость увеличения толщины ВКС, или скорость вовлечения (см. таблицу), находилась по формуле

$$U_e = \Delta h / \Delta t.$$

Вертикальная структура плотности характеризовалась устойчивой стратификацией (см. рис. 3), модуль скорости течения незначительно изменялся в ВКС и испытывал сильный сдвиг в СТВ (см. рис. 1), число

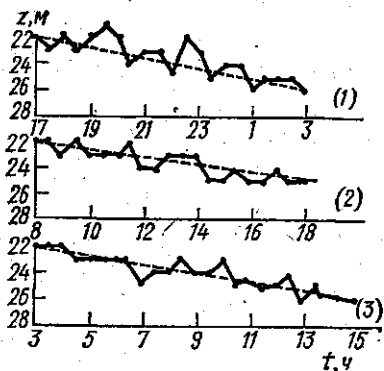


Рис. 2. Изменение во времени положения ядра термоклина для участков 1, 2, 3

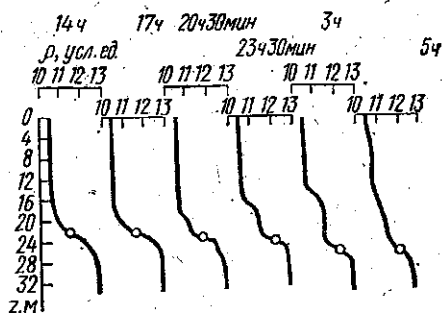


Рис. 3. Вертикальные профили условной плотности на участке 1

$Ri > 340$ . По проведенным оценкам погрешность определения  $h$  составляла  $\pm 0,4$  м.

Для исследования вовлечения и оценки вклада различных источников генерации турбулентности в этот процесс воспользуемся уравнением [10]:

$$\frac{\partial h}{\partial t} \left[ \frac{1}{2} g \Delta \rho h + |b| \right] = W_{\text{diff}} + W_s + W_h - \varepsilon h - \frac{1}{2} g \beta q_0 h, \quad (3)$$

где  $b$  и  $\varepsilon$  — осредненные по ВКС энергия турбулентных пульсаций скорости и средняя скорость диссипации турбулентной энергии,  $\beta$  — коэффициент температурного расширения,  $q_0$  — поток тепла на поверхности,  $W_s$ ,  $W_h$  — скорость продукции турбулентной энергии за счет сдвига средней скорости в ВКС и СТВ,  $W_{\text{diff}}$  — диффузионный поток турбулентной энергии,  $\varepsilon h$  — осредненная по ВКС диссипация турбулентной энергии.

Для выявления основных источников генерации турбулентной энергии целесообразно провести сравнительную оценку величин членов в правой части уравнения (3). Продукция турбулентной энергии в СТВ  $W_h$  связана с существованием в нем сдвига средней скорости течения и может быть вычислена по формуле [1]:

$$W_h = \int_0^d \tau \frac{\partial u}{\partial z} dz, \quad (4)$$

где  $\tau$  — турбулентный поток импульса,  $d$  — толщина СТВ,  $u$  — средняя скорость течения в СТВ.

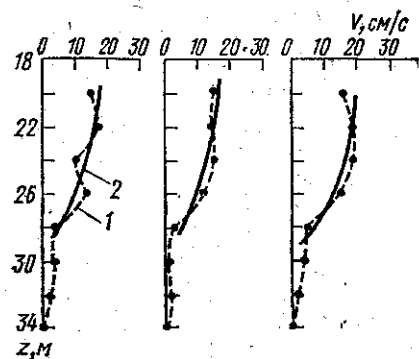


Рис. 4. Осредненный профиль средней скорости в СТВ: 1 — экспериментальные точки, 2 — аппроксимация по формуле (6)

Для определения  $du/dz$  средняя скорость течения была осреднена на нескольких горизонтах в СТВ (рис. 4), при этом оказалось, что распределение скорости по глубине удовлетворительно описывается логарифмической зависимостью:

$$u(z) = (u_*/\kappa) \ln(z/z_0), \quad (5)$$

где  $u_*$  — динамическая скорость,  $z_0$  — параметр шероховатости,  $\kappa$  — постоянная Кармана. Величины  $u_*$  и  $z_0$  (см. таблицу) вычислялись из осредненных профилей скорости течения. Если  $\tau$  выразить через динамическую скорость

$$\tau = \rho u_*^2 \quad (6)$$

и подставить (5) и (6) в (4), то получим

$$W_h = \frac{u_*^3 \rho}{\kappa} \ln \frac{z}{z_0} \Big|_{z_0}^d = \ln \frac{d}{z_0} \frac{\rho u_*^3}{\kappa} = m u_*^3,$$

где  $m = (\rho/\kappa) \ln(d/z_0)$ . По нашим экспериментальным данным толщина СТВ, т. е. основного перепада плотности  $\Delta\rho$  и сдвига средней скорости, составляла  $d \approx 6-8$  м, тогда  $m \approx 4$ . Полученные значения  $W_h$  приведены в таблице.

Номер участка	$W$ , м/с	$U_e$ , см/с	$u_*$ , см/с	$z_0$ , см	$W_h$ , г/см <sup>3</sup>	$W_s$ , г/см <sup>3</sup>	$W_s/W_h$ , %	$(1/2)g\beta q_0 h/W_h$ , %	Ri
1	2	$11,0 \cdot 10^{-3}$	3,5	1,50	1900	2	0,11	0,003	400
2	2	$7,6 \cdot 10^{-3}$	3,3	1,47	240	1	0,42	0,003	420
3	4	$9,7 \cdot 10^{-3}$	4,2	1,50	1050	1	0,67	0,006	340

Производство турбулентной энергии за счет сдвига скорости в поверхностном слое оценивалось из выражения [11]:  $W_s = \tau_a u_s$ , где  $\tau_a = \rho_a u_*'$ ;  $u_*'$  — динамическая скорость в поверхностном слое,  $\rho_a$  — плотность воздуха,  $u_s$  — скорость воды в поверхностном слое. Вычисления  $\tau_a$  проводилось по эмпирической формуле:

$$\tau_a = \rho_a c_{10} \bar{u}_{10}^2,$$

где  $\bar{u}_{10}$  — средняя скорость ветра на высоте 10 м,  $c_{10}$  — эмпирический коэффициент. В нашем случае скорость ветра не превышала 4 м/с, поэтому воспользуемся выражением [1]:  $c_{10} = (0,87 + 0,067 \bar{u}_{10}) \cdot 10^{-3}$ , справедливым при  $\bar{u}_{10} < 8$  м/с. Таким образом, величина турбулентной энергии, генерируемой в поверхностном слое за счет сдвига средней скорости, может быть определена из выражения

$$W_s = \rho_a c_{10} \bar{u}_{10}^2 u_s.$$

Во время проведения измерений обрушение волн отсутствовало, поэтому и вклад члена  $W_{dir}$ , по-видимому, незначителен, но в общем случае по данным [12] в верхнем слое океана  $W_{dir} \approx W_s$ .

Величина потока тепла через поверхность моря  $q_0$  вычислялась по формуле [13]

$$q_0 = - \frac{c_p \rho_a}{c_p} \bar{u}_{10} c_T (T_s - T_a),$$

где  $c_p$ ,  $c$  — теплоемкости воздуха и воды;  $\rho$  — плотность воды;  $c_T$  — эмпирический коэффициент;  $T_s - T_a$  — разность температур воды в поверхностном слое и воздуха. В таблице приведены отношения

$(1/2)g\beta q_0 h/W_h$  и  $W_s/W_h$ , показывающие вклад в процесс вовлечения каждого из источников генерации турбулентной энергии. Из таблицы видно, что, на всех трех участках доминирующая роль принадлежит  $W_h$ , откуда следует, что основная часть энергии производилась в СТВ за счет сдвига средней скорости.

Далее, пренебрегая в (4) членами  $W_{diff}$ ,  $W_s$ ,  $(1/2)gq_0 h$ , получим

$$\frac{\partial h}{\partial t} \left( \frac{1}{2} g \Delta \rho h + b \right) = W_h - \varepsilon h. \quad (7)$$

В лабораторных экспериментах было показано [6, 8], что в случае преобладания сдвигового механизма генерации турбулентной энергии, идущей на процесс вовлечения,  $E = k Ri^{-1}$ . Принимая эту зависимость за основу, оценим величину коэффициента в (2). Учитывая характер механизма генерации турбулентной энергии, примем за масштаб скорости величину динамической скорости  $u_*$  в СТВ (см. таблицу), т. е.  $E = \dot{u}_e/u_*$ .

При вычислении  $Ri$  за масштаб длины  $l$ , по-видимому, целесообразно принять толщину квазигоризонтального слоя  $h$ , так как весь этот слой участвует в перераспределении генерируемой энергии; тогда  $Ri = g\Delta\rho h/(\rho u_*^2)$ . Осредненные значения числа Ричардсона составляют 400, 420 и 340 для участков 1, 2, 3 соответственно. Полученные значения  $k$  лежат в интервале 0,82—1,22, что близко к результатам [7, 8].

Исходя из уравнения (7), проведем анализ дальнейшего перераспределения турбулентной энергии. Для оценки диссипации турбулентной энергии в [14] предложено соотношение:  $\varepsilon h = (1 - \Phi_1) W_s + (1 - \Phi_2) W_h$ , где  $0 \leq \Phi_1$ ,  $\Phi_2 \leq 1$ . В нашем случае  $W_s$  мало по сравнению с  $W_h$ , поэтому  $\varepsilon h \approx (1 - \Phi_2) W_h$ . Величина  $\Phi_2$ , в свою очередь, зависит от условий стратификации:

$$\Phi_2(Ri) = k_3/(1 + k_4 Ri),$$

где  $k_3 = 0,07$ ;  $k_4 = 0,01$ . Определим долю энергии  $E_p = U_e \cdot (1/2)g\Delta\rho h$ , затраченную на увеличение потенциальной энергии в ВКС, т. е. непосредственно на вовлечение (первый член в левой части (3)):

$$\frac{E_p}{W_h} = \frac{U_e \cdot (1/2) g \Delta \rho h}{m \rho u_*^3} = E \overline{Ri} \frac{1}{2m} \approx 0,125 k. \quad (8)$$

Значения  $E_p/W_h$ , полученные по формуле (8), составляют 0,10; 0,12 и 0,15 для участков 1, 2, 3 соответственно. Таким образом, 10—15% генерируемой энергии в СТВ идет на вовлечение. Это близко к результатам [11] (6—8%). По данным лабораторных экспериментов [7] доля энергии, идущей на вовлечение, составляла 0,2—0,3%. Такое расхождение, по-видимому, можно объяснить некоторым различием механизмов генерации турбулентной энергии, так как в [7] основной сдвиг формировался на поверхности жидкости за счет тангенциального напряжения ветра, а в нашем случае источник генерации энергии находился непосредственно в СТВ.

Таким образом, морские исследования показали, что на вовлечение может расходоваться значительная часть турбулентной энергии, следовательно, процесс вовлечения может оказывать существенное влияние на динамику ВКС.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1] Китайгородский С. А. В кн.: Итоги науки и техники, сер. Океанология, 1977, т. 4, с. 7—34. [2] Тернер Д. Эффекты плавучести в жидкостях. М.: Мир, 1977, с. 431. [3] Linden P. F. J. Fluid Mech., 1975, 71, N 2, p. 385. [4] Thomp-

son S. M., Turner T. S. J. Fluid Mech., 1975, 67, N 2, p. 349. [5] Kantha L. H., Phillips O. M., Azad R. S. J. Fluid Mech., 1977, 79, N 4, p. 753. [6] Kato H., Phillips O. M. J. Fluid Mech., 1969, 37, N 4, p. 643. [7] Шелковников Н. К., Алявдин Г. И., Зайцев С. И. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1980, 21, № 1, с. 69. [8] Wu J. J. Fluid Mech., 1973, 61, N 2, p. 275. [9] Шелковников Н. К., Тимофеев В. В. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1982, 23, № 2, с. 52. [10] Гарнич Н. Г., Китайгородский С. А. Изв. АН СССР. Сер. ФАО, 1977, 13, № 12, с. 1287. [11] Richman J., Garrett S. J. Phys. Oceanogr., 1977, 7, N 6, p. 876. [12] Моделирование и прогноз верхних слоев океана. Л.: Гидрометиздат, 1979, с. 368. [13] Пивоваров А. А. Термика океана. М.: Изд-во МГУ, 1979, с. 208. [14] Гарнич Н. Г., Китайгородский С. А. Изв. АН СССР. Сер. ФАО, 1978, 14, № 10, с. 1062.

Поступила в редакцию  
04.12.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3 ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 3

УДК 530.145

## О ПРЕДЕЛЬНОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ КВАНТОВЫХ ПРОБНЫХ СИСТЕМ

Ф. Я. Халиля

(кафедра физики колебаний)

Известные методы квантовых невозмущающих измерений (см. обзоры [1, 2], а также [3]) позволяют в принципе регистрировать воздействие на осциллятор сколь угодно малой внешней классической силы  $F(t)$ . Однако, как было отмечено в работе [4], чем выше требуемый уровень чувствительности, тем большей энергией  $\hbar\omega(n+1/2)$  должен обладать пробный осциллятор во время воздействия:

$$F\tau \geq \sqrt{\frac{m\hbar\omega}{n+1/2}} \quad (1)$$

( $\omega$  и  $m$  — собственная частота и эквивалентная масса осциллятора,  $F$  и  $\tau$  — амплитуда и длительность силы).

Наличие предела (1) вытекает из соотношения неопределенностей. Чем меньшую силу требуется обнаружить, тем лучше должна быть определена во время воздействия одна из квадратурных компонент пробного осциллятора, и поэтому тем больше должны быть дисперсия канонически сопряженной компоненты, а следовательно, и энергия осциллятора.

Как было указано в [4], энергия пробной системы реально всегда ограничена ее динамическими свойствами, такими, как возможность электрического пробоя или механического разрушения. Неравенство (1) позволяет определить предельно достижимый с этой точки зрения уровень чувствительности. Кроме того, (1) представляет собой удобную формулу для предварительной оценки чувствительности при анализе новых методов обнаружения, поскольку вычислить энергию пробного осциллятора обычно бывает несложно.

Целью настоящей работы является обобщение (1) на случай пробной системы произвольной структуры. Известно (см., например, [5]), что при отсутствии априорной информации об амплитуде обнаруживаемого воздействия оптимальной стратегией является точное измерение некоторого оператора пробной системы  $\hat{Y}$ , минимизирующего эквивалентное квантовое отношение сигнал/шум:

$$d^2 = \lim_{F \rightarrow 0} \frac{[\text{Sp } \hat{Y} (\hat{\rho}_F - \hat{\rho}_0)]^2}{\text{Sp } \hat{\rho}_F \hat{Y}^2 - (\text{Sp } \hat{\rho}_F \hat{Y})^2}, \quad (2)$$