son S. M., Turner T. S. J. Fluid Mech., 1975, 67, N 2, p. 349. [5] Kantha L. H., Phillips O. M., Azad R. S. J. Fluid Mech., 1977, 79, N 4, p. 753. [6] Kato H., Phillips O. M. J. Fluid Mech., 1969, 37, N 4, p. 643. [7] Шелковников Н. К., Алявдин Г. И., Зайцев С. И. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1980, 21, № 1, с. 69. [8] Wu J. J. Fluid Mech., 1973, 61, N 2, p. 275. [9] Шелковников Н. К., Тимофеев В. В. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1982, 23, № 2, с. 52. [10] Гарнич Н. Г., Китайгородский С. А. Изв. АН СССР. Сер. ФАО, 1977, 13, № 12, с. 1287. [11] Richman J., Garrett S. J. Phys. Oceanogr., 1977, 7, N 6, p. 876. [12] Моделирование и прогноз верхних слоев океана. Л.: Гидрометиздат, 1979, с. 368. [13] Пивоваров А. А. Термика океана. М.: Изд-во МГУ, 1979, с. 208. [14] Гарнич Н. Г., Китайгородский С. А. Изв. АН СССР. Сер. ФАО, 1978, 14, № 10, с. 1062.

Поступила в редакцию
04.12.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 3

УДК 530.145

О ПРЕДЕЛЬНОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ КВАНТОВЫХ ПРОБНЫХ СИСТЕМ

Ф. Я. Халили

(кафедра физики колебаний)

Известные методы квантовых невозмущающих измерений (см. обзоры [1, 2], а также [3]) позволяют в принципе регистрировать воздействие на осциллятор сколь угодно малой внешней классической силы $F(t)$. Однако, как было отмечено в работе [4], чем выше требуемый уровень чувствительности, тем большей энергией $\hbar\omega(n+1/2)$ должен обладать пробный осциллятор во время воздействия:

$$F\tau \geqslant \sqrt{\frac{m\hbar\omega}{n+1/2}} \qquad (1)$$

(ω и m — собственная частота и эквивалентная масса осциллятора, F и τ — амплитуда и длительность силы).

Наличие предела (1) вытекает из соотношения неопределенностей. Чем меньшую силу требуется обнаружить, тем лучше должна быть определена во время воздействия одна из квадратурных компонент пробного осциллятора, и поэтому тем больше должны быть дисперсия канонически сопряженной компоненты, а следовательно, и энергия осциллятора.

Как было указано в [4], энергия пробной системы реально всегда ограничена ее динамическими свойствами, такими, как возможность электрического пробоя или механического разрушения. Неравенство (1) позволяет определить предельно достижимый с этой точки зрения уровень чувствительности. Кроме того, (1) представляет собой удобную формулу для предварительной оценки чувствительности при анализе новых методов обнаружения, поскольку вычислить энергию пробного осциллятора обычно бывает несложно.

Целью настоящей работы является обобщение (1) на случай пробной системы произвольной структуры. Известно (см., например, [5]), что при отсутствии априорной информации об амплитуде обнаруживаемого воздействия оптимальной стратегией является точное измерение некоторого оператора пробной системы $\hat{Y}$, минимизирующего эквивалентное квантовое отношение сигнал/шум:

$$d^2 = \lim_{F\to 0} \frac{[\mathrm{Sp}\,\hat{Y}(\hat{\rho}_F - \hat{\rho}_0)]^2}{\mathrm{Sp}\,\hat{\rho}_F \hat{Y}^2 - (\mathrm{Sp}\,\hat{\rho}_F \hat{Y})^2}, \qquad (2)$$

где $\widehat{\rho}_F$ — оператор плотности пробной системы после воздействия на нее внешней силы амплитудой F,

$$\widehat{\rho}_0 = \widehat{\rho}_F |_{F=0} = \widehat{U}_0 \widehat{\rho} \widehat{U}_0^+, \tag{3}$$

$\hat{U}_0$ — оператор свободной эволюции пробной системы, $\widehat{\rho}$ — начальный оператор плотности.

Отношение сигнал/шум максимально, если $\hat{Y}$ удовлетворяет следующему операторному уравнению [6]:

$$\widehat{\rho}_0 \widehat{Y} + \widehat{Y} \widehat{\rho}_0 = 2 \left. \frac{\partial \widehat{\rho}_F}{\partial F} \right|_{F \to 0}. \tag{4}$$

Решение (4) с учетом (3) равно

$$\widehat{Y} = \frac{2}{i} \widehat{U}_0 \sum_{\rho\rho'} |\rho\rangle \frac{\rho - \rho'}{\rho + \rho'} \langle \rho | \widehat{V} | \rho' \rangle \langle \rho' | U_0^+, \tag{5}$$

где ρ, $|\rho>$ — собственные значения и собственные функции оператора $\widehat{\rho}$,

$$\widehat{V} = \frac{1}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{x}(t) F(t) \, dt, \tag{6}$$

$\hat{x}(t)$ — оператор координаты той степени свободы пробной системы, на которую непосредственно действует внешняя сила. В (5) он фигурирует в представлении взаимодействия, т. е. с учетом лишь собственной эволюции пробной системы. При выводе (5) использовался также тот факт, что автокоммутатор оператора $\hat{x}$ является C-числом:

$$[\hat{x}(t), \hat{x}(t')] = C(t, t').$$

Подставив (5), (6) в (2), получим

$$d^2 = 4 \sum_{\rho\rho'} \rho \frac{\rho - \rho'}{\rho + \rho'} |\langle \rho | \widehat{V} | \rho' \rangle|^2. \tag{7}$$

Для нахождения предельной чувствительности рассмотрим случай, когда все флуктуации, кроме чисто квантовых, исключены, и, следовательно, пробная система находится в чистом состоянии:

$$\widehat{\rho} = |\psi><\psi|.$$

В этом случае из (7) следует, что

$$d^2 = \langle V^2 \rangle - \langle V \rangle^2 = \frac{1}{\hbar^2} \int_{-\infty}^{\infty} F(t) F(t') B(t, t') \, dt \, dt', \tag{8}$$

где $B(t, t')$ — автокорреляционная функция флуктуаций $\hat{x}$:

$$B(t, t') = (1/2) <\psi | \hat{x}(t) \hat{x}(t') + \hat{x}(t') \hat{x}(t) | \psi> - \\ - <\psi | \hat{x}(t) | \psi><\psi | \hat{x}(t') | \psi>. \tag{9}$$

Формула (8) является искомым обобщением (1), справедливым для пробной системы любой структуры. Чувствительность тем выше, чем больше флуктуации x. Это связано с тем, что в силу соотношения неопределенностей, для того чтобы неопределенность непосредственно изменяемого оператора $\hat{Y}$ была мала, необходимо, чтобы дисперсия x была достаточно велика.

В качестве простейшего примера рассмотрим случай, когда пробное тело представляет собой свободную массу m. В этом случае

$$\hat{V}=F\tau\hat{x}(t_0)/\hbar,$$

где $\hat{x}(t_0)$ — оператор координаты пробного тела в момент времени

$$t_0=\frac{1}{F\tau}\int_{-\infty}^{\infty} tF(t)\,dt,$$

$$F\tau=\int_{-\infty}^{\infty} F(t)\,dt.$$

Следовательно, воздействие будет обнаружено (на уровне $d^2=1$), если

$$(F\tau)^2 \geqslant \hbar^2/\langle(\Delta\hat{x}(t_0))^2\rangle. \tag{10}$$

Если первым каскадом пробной системы является высокодобротный осциллятор (время релаксации $\tau^* \gg \tau$), то соотношение (8) сводится к (1). Действительно, в данном случае

$$\hat{x}(t)=\hat{x}_1\cos\omega t+\hat{x}_2\sin\omega t,$$

причем изменением квадратурных компонент x_1 и x_2 за время τ можно пренебречь, и

$$\hat{V}=\hat{x}_1\,\mathrm{Re}\,\Phi-\hat{x}_2\,\mathrm{Im}\,\Phi, \tag{11}$$

где

$$\Phi=\int_{-\infty}^{\infty} F(t)\,e^{i\omega t}\,dt$$

— спектральная компонента силы на частоте ω; при этом

$$d^2=\frac{1}{\hbar^2}\langle(\Delta x_1\,\mathrm{Re}\,\Phi-\Delta x_2\,\mathrm{Im}\,\Phi)^2\rangle \leqslant \frac{2n'+1}{m\omega\hbar}\,|\Phi|^2. \tag{12}$$

Здесь

$$\hbar\omega(n'+1/2)=(m\omega^2/2)\langle(\Delta x_1)^2\rangle+\langle(\Delta x_2)^2\rangle \tag{13}$$

— величина, которую можно назвать флуктуационной энергией.

Поскольку

$$|\Phi|=kF\tau,$$

где k — численный коэффициент, зависящий от формы силы (в частности, $k=1/2$ для резонансного цуга и $k=1$ для короткого удара, когда $\omega\tau \ll 1$), воздействие будет обнаружено на уровне $d^2=1$, если

$$F \geqslant \frac{1}{k\tau}\sqrt{\frac{m\omega\hbar}{2n'+1}}. \tag{14}$$

В системах с квантовым неразрушающим измерением, как правило, $n' \simeq n$ и (14) с точностью до численного коэффициента порядка единицы совпадает с (1). Разница между n' и n существенна для состояний, близких к классическим, когда средние значения координат значительно больше их стандартных отклонений. Из (14) следует, в частности, известный предел чувствительности для когерентного состояния, в котором $n'=0$ независимо от n [6]: $F\tau \geqslant \sqrt{m\omega\hbar}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Caves C. M. et al. Rev. Mod. Phys., 1980, 152, p. 341. [2] Braginsky V. B., Vorontsov Yu. I., Thorne K. S. Science, 1980, 209, p. 547. [3] Воронцов Ю. И., Халили Ф. Я. Препринт физ. фак. МГУ № 11/1981. [4] Брагинский В. Б., Вятчанин С. П. ДАН СССР, 1981, 259, № 3, с. 570. [5] Хелстром К. Квантовая теория проверки гипотез и оценивания. М.: Мир, 1979, с. 130—133. [6] Брагинский В. Б., Воронцов Ю. И., Халили Ф. Я. Письма в ЖЭТФ, 1978, 27, № 5, с. 296.

Поступила в редакцию
28.04.82

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 3

УДК 539.17.01

ПРЕДРАВНОВЕСНАЯ ЭМИССИЯ ФОТОНУКЛОНОВ И МЕТОД КВАНТОВЫХ ФУНКЦИЙ ГРИНА

Ф. А. Живописцев, А. К. Деб (Бангладеш), А. М. Сливной

(кафедра ядерных взаимодействий и ускорителей)

1. За последние годы были получены значительные успехи при описании высоковозбужденных состояний атомных ядер в рамках модели оболочек с учетом связи входных частично-дырочных состояний с более сложными: типа две частицы — две дырки [1, 2]. Однако рассчитанные в таком приближении спектры фотонуклонов значительно беднее, чем дает эксперимент. В связи с этим для объяснения экспериментальных спектров фотонуклонов необходимо учесть процесс предравновесного распада [3—6]. Микроскопическое обоснование предравновесного распада в фотоядерных реакциях ($E_\gamma \leqslant 50$ МэВ) и есть предмет исследования данной работы.

2. Полный гамильтониан системы H представляется в виде суммы гамильтониана нуклонного поля H_N, гамильтониана электромагнитного поля H^0_γ и оператора электромагнитного взаимодействия V_γ:

$$H = H_N + H^0_\gamma + V_\gamma.$$

Возбужденные состояния конечного ядра B будем классифицировать по числу экситонов N, под которым понимается сумма числа нуклонов (n) и нуклонных дырок (m): $N = n + m$,

$$|B\rangle = \lim_{\gamma\to 0} \gamma \sum_{\{\nu\}} \int_{t_1}^{\infty} dt_2 \exp[-i(E_B - E_A)t_2 - \gamma t_2] \times$$
$$\times C^{nm}_{\{\nu\}} a^+_{\nu_1}(t_2) \ldots a^+_{\nu_n}(t_2) a_{\nu_{n+1}}(t_2) \ldots a_{\nu_N}(t_2) |A\rangle, \quad (1)$$

где $a^+_\nu(t_2) = \int d\mathbf{p} \varphi^+(\mathbf{p}_1, t_2) \varphi_\nu(\mathbf{p})$, $\varphi_\nu(\mathbf{p})$ — одночастичная волновая функция модели оболочек в импульсном представлении, ν — набор квантовых чисел, характеризующих одноквазичастичное состояние, $C^{nm}_{\{\nu\}}$ — обобщенный спектроскопический фактор, характеризующий состояние конечного ядра B, $|A>$ — вектор основного состояния ядра-мишени A. Используя (1), окончательно для матрицы реакции $S_{B\gamma}$ получим [7]:

$$S_{B\gamma}(E_\gamma) = \lim_{\substack{\varepsilon\to 0 \\ \eta\to 0}} \varepsilon\eta \int_{-\infty}^{0} dt_1 \int_{0}^{\infty} dt \exp[iE_B t - \varepsilon t - iE_\gamma t' + \eta t'] \times$$