СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Caves C. M. et al. Rev. Mod. Phys., 1980, 152, p. 341. [2] Braginsky V. B., Vorontsov Yu. I., Thorne K. S. Science, 1980, 209, p. 547. [3] Воронцов Ю. И., Халили Ф. Я. Препринт физ. фак. МГУ № 11/1981. [4] Брагинский В. Б., Вятчанин С. П. ДАН СССР, 1981, 259, № 3, с. 570. [5] Хелстром К. Квантовая теория проверки гипотез и оценивания. М.: Мир, 1979, с. 130—133. [6] Брагинский В. Б., Воронцов Ю. И., Халили Ф. Я. Письма в ЖЭТФ, 1978, 27, № 5, с. 296.

Поступила в редакцию
28.04.82

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 3

УДК 539.17.01

ПРЕДРАВНОВЕСНАЯ ЭМИССИЯ ФОТОНУКЛОНОВ И МЕТОД КВАНТОВЫХ ФУНКЦИЙ ГРИНА

Ф. А. Живописцев, А. К. Деб (Бангладеш), А. М. Сливной

(кафедра ядерных взаимодействий и ускорителей)

1. За последние годы были получены значительные успехи при описании высоковозбужденных состояний атомных ядер в рамках модели оболочек с учетом связи входных частично-дырочных состояний с более сложными: типа две частицы — две дырки [1, 2]. Однако рассчитанные в таком приближении спектры фотонуклонов значительно беднее, чем дает эксперимент. В связи с этим для объяснения экспериментальных спектров фотонуклонов необходимо учесть процесс предравновесного распада [3—6]. Микроскопическое обоснование предравновесного распада в фотоядерных реакциях ($E_\gamma \leqslant 50$ МэВ) и есть предмет исследования данной работы.

2. Полный гамильтониан системы H представляется в виде суммы гамильтониана нуклонного поля H_N, гамильтониана электромагнитного поля H^0_γ и оператора электромагнитного взаимодействия V_γ:

$$H = H_N + H^0_\gamma + V_\gamma.$$

Возбужденные состояния конечного ядра B будем классифицировать по числу экситонов N, под которым понимается сумма числа нуклонов (n) и нуклонных дырок (m): $N = n + m$,

$$|B\rangle = \lim_{\gamma\to 0} \gamma \sum_{\{\nu\}} \int_{t_1}^{\infty} dt_2 \exp[-i(E_B - E_A)t_2 - \gamma t_2] \times$$

$$\times C^{nm}_{\{\nu\}} a^+_{\nu_1}(t_2) \ldots a^+_{\nu_n}(t_2) a_{\nu_{n+1}}(t_2) \ldots a_{\nu_N}(t_2) |A\rangle, \qquad (1)$$

где $a^+_\nu(t_2) = \int d\mathbf{p} \varphi^+(\mathbf{p}_1, t_2) \varphi_\nu(\mathbf{p})$, $\varphi_\nu(\mathbf{p})$ — одночастичная волновая функция модели оболочек в импульсном представлении, ν — набор квантовых чисел, характеризующих одноквазичастичное состояние, $C^{nm}_{\{\nu\}}$ — обобщенный спектроскопический фактор, характеризующий состояние конечного ядра B, $|A\rangle$ — вектор основного состояния ядра-мишени A. Используя (1), окончательно для матрицы реакции $S_{B\gamma}$ получим [7]:

$$S_{B\gamma}(E_\gamma) = \lim_{\substack{\varepsilon\to 0\\ \eta\to 0}} \varepsilon\eta \int_{-\infty}^{0} dt_1 \int_{0}^{\infty} dt \exp[iE_B t - \varepsilon t - iE_\gamma t' + \eta t'] \times$$

$$\times \lim_{\gamma\to 0} \gamma \int_{t_1}^{\infty} dt_2 \exp[i(E_B - E_A) t_2 - \gamma t_2] \times$$

$$\times \sum_{\{\nu\}} \int d\mathbf{p}_1 \ldots d\mathbf{p}_N \, \varphi_\beta^{*(-)}(\mathbf{p}) \, C_{\{\nu\}}^{nm} \prod_{i=1}^{N} \varphi_{\nu_i}^{*}(\mathbf{p}_i) \, G[N+1, \gamma], \qquad (2)$$

где

$$G[N+1, \gamma] = i^{N+1/2} \langle A | T\{\varphi(\mathbf{p}_1, t_2) \ldots \varphi(\mathbf{p}_n, t_2) \varphi^{+}(\mathbf{p}_{n+1}, t_2) \ldots$$
$$\ldots \varphi^{+}(\mathbf{p}_N, t_2) \varphi(\mathbf{p}_1, t) \cdot c^{+}_{\lambda}(\mathbf{k}, t)\} | A \rangle$$

— смешанная многочастичная функция Грина, $\varphi^{(-)}{}_\beta(\mathbf{p})$ — волновая функция эмиттируемого нуклона:

$$[\mathscr{E}_\beta - M(\mathscr{E}_\beta)] \varphi^{(-)}{}_\beta(\mathbf{p}) = 0,$$

M — массовый оператор нуклона (оптический потенциал), $c^{+}_{\lambda}(\mathbf{k})$ — оператор рождения γ-кванта с энергией E_γ и поляризацией λ.

Задача нахождения $S_{\beta\gamma}$-матрицы сводится к нахождению $G[N+1, \gamma]$. Функция Грина $G[N+1, \gamma]$ удовлетворяет следующему уравнению:

$$G[N+1, \gamma] = D\tau_\gamma[N+1] G^0[N+1, N+1], \qquad (3)$$

где D — функция Грина γ-кванта, $G^0[N, N] = \underbrace{G_1 \cdot G_1 \ldots G_1}_{N}\}_{\text{symm}}$, G_1 — одночастичная функция Грина. Вершина $\tau_\gamma[N+1]$ определяется уравнением

$$\tau_\gamma[N+1] = V_\gamma^{\text{эфф}} G^0[2, 2] \, \Gamma_{2,N+1} G^0[N+1, N+1], \qquad (4)$$

где $V_\gamma^{\text{эфф}}$ — эффективная вершина невзаимодействующих нуклонов по отношению к полю γ-квантов, $\Gamma_{2,N+1}$ — полная амплитуда взаимодействия:

$$G_{2,N+1} = G^0[2, 2] \, \Gamma_{2,N+1} G^0[N+1, N+1],$$

$G_{2,N+1}$ — соответствующая многочастичная функция Грина.

Из приведенных уравнений видно, что для решения задачи необходимо знание вершинных частей Γ_{22}, Γ_{24}, Γ_{2N+1}. Для $T_{\beta\gamma}$-матрицы получим из (2), (3), (4):

$$T_{\beta,\gamma}(E_\gamma) = \sum_{\{\nu\}} \langle \varphi_\beta^{*(-)} C_{\{\nu\}}^{mn} \varphi_{\nu_1}^{*} \ldots \varphi_{\nu_N}^{*} | \tau_\gamma[N+1] | \varphi_\gamma \rangle, \qquad (5)$$

где φ_γ — волновая функция γ-кванта в импульсном представлении. Выражение $G^0[2, 2] \, \Gamma_{2,N+1} G^0[N+1, N+1]$ преобразуем к виду

$$\tilde{G}[2, 2] \, \tilde{\Gamma}_{2,N+1} \tilde{G}[N+1, N+1],$$

где $\tilde{G}[K, K]$ — функция Грина, определяемая уравнением

$$\tilde{G}[K, K] = G^0[K, K] + G^0[K, K] \tilde{I}_{K,K} \tilde{G}[K, K],$$
$$\tilde{I}_{K,K} = I_{K,K} + I_{K,K+2} \, \tilde{G}[K+2, K+2] \, I_{K+2,K},$$

$I_{K,K}$ — неприводимая симметризованная амплитуда взаимодействия (по каналу $1p\,1h$, $2p\,2h$, ..., $\frac{N+1}{2}p$, $\frac{N+1}{2}h$).

В методе квантовых функций Грина легко написать систему уравнений для полных амплитуд взаимодействия $\tilde{\Gamma}_{22n}$:

$$\tilde{\Gamma}_{2,2n} = I_{2,2n} \delta_{2n,4} + I_{24} \tilde{G}[4, 4] \, \tilde{\Gamma}_{4,2n} =$$

$$=I_{2,2n}\delta_{2n,4}+I_{24}\tilde{G}[4,4]I_{46}\tilde{G}[6,6]I_{68}\ldots$$
$$\ldots\tilde{G}[2n-2,2n-2]I_{2n-2,2n}. \tag{6}$$

Функцию Грина $\tilde{G}[K,K]$ разобьем на две части: полюсную часть $\tilde{A}_K$ (соответствующую суммированию по состояниям дискретного спектра системы взаимодействующих K экситонов) и регулярную часть $\tilde{B}_K$ (соответствующую суммированию по состояниям непрерывного спектра):

$$\tilde{G}[K,K]=\tilde{A}_K+\tilde{B}_K.$$

Тогда систему уравнений для $\tilde{\Gamma}_{N_1N_2}$ (6) можно переписать в виде

$$\tilde{\Gamma}^c_{N_1N_2}=I_{N_1,N_2}\delta_{N_1+2,N_2}+I_{N_1,N_1+2}\tilde{B}_{N_1+2}\tilde{\Gamma}^c_{N_1+2,N_2}=$$
$$=I_{N_1N_1}\delta_{N_1+2,N_2}+I_{N_1,N_1+2}\tilde{B}_{N_1+2}I_{N_1+2,N_1+4}\tilde{B}_{N_1+4}\ldots\tilde{B}_{N_2-2}I_{N_2-2,N_2}, \tag{7}$$
$$\tilde{\Gamma}_{N_1N_2}=\tilde{\Gamma}^c_{N_1N_2}+\sum_{K'>N_1}\tilde{\Gamma}^c_{N_1K'}\tilde{A}_{K'}\Gamma_{K'N_2}=$$
$$=\tilde{\Gamma}_{N_1N_2}+\sum_{\{K\}}\tilde{\Gamma}^c_{N_1K_1}\tilde{A}_{K_1}\tilde{\Gamma}^c_{K_1K_2}\ldots\tilde{A}_{K_n}\tilde{\Gamma}^c_{K_nN_2},$$
$$(K_1>N_1,\ K_2>K_1,\ K_n<N_2).$$

В приближении хаотических фаз матричных элементов взаимодействия [8] в результате громоздких, но простых преобразований после усреднения по интервалу энергии ΔE из (5) и (7) получим выражения для усредненных сечений реакции.

А. Статистический многоступенчатый прямой фотоэффект (МПФ):

$$\frac{d^3\sigma_\gamma^{(\text{МПФ})}(\mathbf{k}_f)}{d\Omega_f\,d\mathscr{E}_f}=\sum_{\substack{n=2\\ \Delta n=+2}}\int d\mathscr{E}_2\,d\Omega_2\frac{mk_2}{\hbar^2(2\pi)^3}\ldots$$
$$\ldots d\mathscr{E}\,d\Omega\frac{mk}{\hbar^2(2\pi)^3}\frac{d^2\sigma_\gamma^{(\text{ПФ})}(\mathbf{k}_2)}{d\mathscr{E}_2\,d\Omega_2}\frac{d^2W(\mathbf{k}_2,U_2;\mathbf{k}_4,U_4)}{d\mathscr{E}_4\,d\Omega_4}\ldots$$
$$\ldots\frac{d^2W(\mathbf{k},U;\mathbf{k}_f,U_B)}{d\mathscr{E}_f\,d\Omega_f}, \tag{8}$$

где

$$\frac{d^2W(\mathbf{k}_i,U_i;\mathbf{k}_j,U_j)}{d\mathscr{E}_j\,d\Omega_j}=\frac{2\pi^2 mk_j}{(2\pi)^3\hbar^2}\times$$
$$\times\langle|\langle\varphi^{(-)}(\mathbf{k}_i)\tilde{\varphi}_{N_i}(U_i)|I_{N_i+1,N_j+1}|\varphi^{(+)}(\mathbf{k}_j)\times$$
$$\times\tilde{\varphi}_{N_j}(U_j)>|^2>\rho^{(b)}(N_j,U_j),$$
$$\frac{d^2\sigma_\gamma^{(\text{ПФ})}(k_2)}{d\mathscr{E}_2\,d\Omega_2}=\frac{2\pi}{\hbar}\frac{mk_2}{\hbar^2(2\pi)^3}\frac{1}{I_\gamma}\times$$
$$\times\langle|\langle\varphi_\gamma|V_\gamma^{\text{эфф}}|\varphi^{(+)}(k_2)\tilde{\varphi}_1(U_1)\rangle|^2\rangle\rho^{(b)}(1,U_1);$$

$\rho^{(b)}(N,U)$ — плотности связанных конфигураций с числом экситонов N и энергией U, $\varphi^{(+)}(\mathbf{k}_i)$ — волновая функция рассеяния нуклона с волновым числом $\mathbf{k}_i$ в промежуточном (конечном) состоянии, $\tilde{\varphi}_{N_i}(U_i)$ — волновая функция ядра остатка в этом состоянии (N_i —

число возбужденных квазичастиц и квазидырок с суммарной энергией U_i), j_γ — поток падающих γ-квантов, $\mathbf{k}_f$ — волновое число фотонуклона эмиссии, U_B — энергия возбуждения конечного ядра B.

Б. Статистический многоступенчатый прямой фотоэффект с конечным временем жизни промежуточных состояний:

$$\frac{d^2\sigma_\gamma^{(\text{МПФ})}(\mathbf{k}_f)}{d\Omega_f\, d\mathscr{E}_f} \sum_{\substack{n=2\\ \Delta n=+2}} \int d\mathscr{E}_2\, d\Omega_2 \ldots d\mathscr{E}_n\, d\Omega_n \times$$

$$\times \frac{\Gamma_n^{\uparrow}(\mathbf{k}_n,\ \mathbf{k}_f)}{\Gamma_n(N_n,\ U_n)} \prod_{K=2}^{n-2} \frac{\Gamma_K^{\downarrow}(\mathbf{k}_K,\ \mathbf{k}_{K+2})}{\Gamma_K(N_K,\ U_K)}\ \frac{d^2\sigma_\gamma^{(\text{ПФ})}(\mathbf{k}_2)}{d\mathscr{E}_2\, d\Omega_2}, \tag{9}$$

где

$$\Gamma_n^{\uparrow}(\mathbf{k}_n,\ \mathbf{k}_f) = \frac{mk_f}{(2\pi)^2\hbar^2}\, \rho^{(b)}(N_B,\ U_B) \times$$

$$\times \left\langle \left| \left\langle \varphi^{(-)}(\mathbf{k}_n)\, \widetilde{\varphi}_{N_n}(U_n) \right| I_{N_n+1,\ N_B+1} \left| \widetilde{\varphi}_{N_B}(U_B)\, \varphi^{(+)}(\mathbf{k}_f) \right\rangle \right|^2 \right\rangle,$$

$$\Gamma_K^{\downarrow}(\mathbf{k}_K,\ \mathbf{k}_{K+2}) = 2\pi \left\langle \left| \left\langle \widetilde{\varphi}_{N_K}(U_K)\, \varphi^{(-)}(\mathbf{k}_K) \right| \times \right.\right.$$

$$\left.\left. \times I_{N_K+1,\ N_{K+2}+1} \left| \widetilde{\varphi}_{N_{K+2}}(U_{K+2})\, \varphi^{(+)}(\mathbf{k}_{K+2}) \right\rangle \right|^2 \right\rangle \times$$

$$\times \rho^{(b)}(N_{K+2},\ U_{K+2})\, \rho(\mathbf{k}_{K+2}),$$

$\Gamma_n(U_n, N_n)$ — полная ширина уровня ядра-остатка в промежуточном состоянии с числом экситонов N_n и энергией возбуждения U_n, $\rho(\mathbf{k}) = mk/[(2\pi)^3\hbar^2]$.

В. Статистический многоступенчатый фотоэффект через связанные промежуточные состояния составного ядра (МСФ).

$$\frac{d^2\sigma_\gamma^{(\text{МСФ})}(k_f)}{d\mathscr{E}_f\, d\Omega_f} = \frac{1}{2\,(2I_A+1)} \sum_L B_{L_i}^{(\text{МСФ})}\, P_L(\cos\theta_f), \tag{10}$$

$$B_L^{(\text{МСФ})} = \sum_{Jl's'} \frac{(-1)^{s'-I_A-1}}{4}\, (i)^L Z(l'Jl'J;\ s'L) \times$$

$$\times Z_\gamma(1J1J;\ I_A L)\, \frac{d\sigma^{(\text{МСФ})}}{d\mathscr{E}_f}(E_\gamma,\ l's',\ J\pi),$$

где

$$\frac{d\sigma^{(\text{МСФ})}}{d\mathscr{E}_f}(E_\gamma,\ l's',\ J\pi) =$$

$$= \sum_{\substack{n=2\\ \Delta n=+2}} \frac{\Gamma_n^{\uparrow}(l',\ s',\ J\pi)}{\Gamma_n(J\pi)} \prod_{K=2}^{n-2} \frac{\Gamma_K^{\downarrow}(J\pi)}{\Gamma_K'(J\pi)}\, \sigma_\gamma^{\text{comp}}(E_\gamma,\ J\pi),$$

$$\Gamma_n^{\uparrow}(l',\ s',\ J\pi) = 2\pi \left\langle \left| \left\langle \widetilde{\varphi}_{N_n}(J\pi) \right| I_{N_n,\ N_B+1} \times \right.\right.$$

$$\left.\left. \times \left| [\varphi^{(+)}(l',\ \mathscr{E}_f)\, \widetilde{\varphi}_{N_B}(U_B,\ I_B)]_{s'J\pi} \right\rangle \right|^2 \right\rangle \rho(l',\ s',\ \mathscr{E}_f)\, \rho^{(b)}(N_B,\ U_B,\ I_B),$$

$$\Gamma_K^{\uparrow}(J\pi) = \sum_{f,\, l',\, s'} \int d\mathscr{E}_f \Gamma_K^{\uparrow}(l', s', J\pi);$$

$$\Gamma_K(J\pi) = \Gamma_K^{\uparrow}(J, \pi) + \Gamma_K^{\downarrow}(J, \pi);$$

$$\Gamma_K^{\downarrow}(J, \pi) = 2\pi < |<\widetilde{\varphi}_{N_K}(J\pi) |\, I_{N_K,\, N_K+2} \times$$

$$\times |\, \widetilde{\varphi}_{N_K+2}(J\pi) > |^2 > \rho^{(b)}(N_K + 2, J\pi, E_\gamma);$$

$$E_\gamma = \mathscr{E}_f + U_B + B_N,$$

s', l' — спин и орбитальный момент нуклона эмиссии, B_N — энергия связи нуклона в составном ядре, I_A — спин ядра-мишени, $\sigma_\gamma^{\mathrm{comp}}(E_\gamma, J\pi)$ — сечение поглощения γ-кванта с возбуждением входного частично-дырочного состояния ($J\pi$) либо дипольного коллективного $1p1h$-состояния (ГДР) в области гигантского резонанса. Итак, полученные формулы (8), (9), (10) описывают фотоядерные реакции с эмиссией нуклонов в схеме МПФ, МСФ. Возможны и смешанные механизмы: МПФ+МСФ, МСФ+МПФ, МСФ+МПФ+МСФ.

Если в (9) для первой (входной) стадии (ГДР) многоступенчатого процесса величины $\Gamma_2^{\uparrow}$ рассчитывать по формулам R-матричной теории (в рамках модели оболочек) и эмиссию нуклонов на последующих стадиях установления равновесия и из составного ядра описывать в рамках феноменологической модели предравновесного распада [9], то придем к комбинированному описанию фотонуклонных спектров [4, 5]. Однако для корректного описания экспериментальных данных необходимо учитывать вклады от $\frac{d^2\sigma^{(\text{МПФ})}(\kappa_f)}{d\mathscr{E}_f d\Omega_f}$. Эта часть сечения определяет МПФ через промежуточные состояния непрерывного спектра, что приводит к существенной анизотропии углового распределения фотонуклонов и специфическому распределению фотонуклонов по энергии в жесткой части спектра. Особенно эти вклады важны выше области гигантского дипольного резонанса ($E_\gamma \leqslant 50$ МэВ).

Оценки относительных вкладов МПФ и МСФ в области ГДР легко получить в модели разделяющего потенциала ($V = \lambda D_{ph} \cdot D_{p'h'}$):

$$\frac{d^2\sigma_\gamma^{(\text{МПФ})}}{d\mathscr{E}_f d\Omega_f} \Big/ \frac{d^2\sigma_\gamma^{(\text{МСФ})}}{d\mathscr{E}_f d\Omega_f} \simeq \Gamma_D^2 / 4\Delta_D^2 \quad \text{(одноступенчатая реакция)}, \tag{11}$$

$$\frac{d^2\sigma_\gamma^{(\text{МПФ})}}{d\mathscr{E}_f d\Omega_f} \Big/ \frac{d^2\sigma_\gamma^{(\text{МСФ})}}{d\mathscr{E}_f d\Omega_f} \simeq \frac{\Gamma_D^2}{4\Delta_D^2}\, \pi g \Gamma_D^{\uparrow} \quad \text{(двухступенчатая реакция)}, \tag{12}$$

где Γ_D — ширина ГДР, $\Delta_D = <\varphi_D | V | \varphi_D>$, $\Gamma_D = \Gamma_D^{\downarrow} + \Gamma_D^{\uparrow}$, g — одночастичная плотность, при этом формула (12) получена в пренебрежении эффектом искажения. Из (11) и (12) получим:

$$\sigma_\gamma^{(\text{МПФ})} \sim \sigma_\gamma^{(\text{МСФ})} \quad \text{для} \quad A \sim 10,$$

$$\sigma_\gamma^{(\text{МПФ})} \sim (1/10)\, \sigma_\gamma^{(\text{МСФ})} \quad \text{для} \quad A \sim 100.$$

Эти оценки указывают на важность учета МПФ для количественного описания фотоядерных реакций (особенно для легких ядер).

В заключение отметим, что в настоящей работе сформулированы основные положения квантовополевой теории предравновесных фотоядерных реакций ($E_\gamma \leqslant 50$ МэВ), проведено микроскопическое обоснование феноменологической модели предравновесного распада в фотоядерных реакциях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Живописцев Ф. А., Шитикова К. В. Ядерная физика, 1972, 16, с. 42. [2] Соловьев В. Г. В кн.: Тр. Междунар. шк. по структуре ядра (Алушта, 14—25 апреля 1980 г.). Дубна, 1980, с. 57. [3] Лукьянов В. К., Селивестров В. А., Тонеев В. Д. Ядерная физика, 1975, 21, с. 992. [4] Живописцев Ф. А., Лукашев А. В., Шитикова К. В. Ядерная физика, 1976, 23, с. 557. [5] Живописцев Ф. А. и др. Ядерная физика, 1977, 26, с. 754. [6] Zhivopistsev F. A., Shitikova K. V. Czech. Journal of Phys., 1979, B29, p. 1200. [7] Живописцев Ф. А. Ядерная физика, 1965, 1, с. 600. [8] Feshbach H., Kerman A., Koonin S. Ann. Phys., 1980, 125, p. 429. [9] Зайдель К. и др. ЭЧАЯ, 1976, 7, № 2, с. 499.

Поступила в редакцию
17.05.82

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 3

УДК 539.143.43

ОБ АНАЛИЗЕ СПЕКТРОВ ЯМР ВЫСОКОГО РАЗРЕШЕНИЯ

В. С. Туманов

(кафедра радиофизики СВЧ)

Введение. В данной статье в отличие от работ [1—3], продолжением которых она является, проблема анализа спектров ЯМР рассматривается в общем виде — для произвольных спектров типа $A_iB_kC_lD_n...$. В частности, обсуждаются вопросы однозначности отнесения линий спектров и выбора оптимальной методики отнесения. Изложение основано на применении многомерных энергетических диаграмм [2]. Большая часть статьи отводится методике двойного резонанса, которая в статье [3] обсуждалась лишь для случая произвольных слабосвязанных систем. Как отмечалось в [4], результаты работы [3] обобщаются и на системы с полусредней связью. В данном же случае рассматриваются системы с произвольной связью. Обозначения и терминология те же, что и в перечисленных работах.

Универсальность правила повторяющихся частотных интервалов. Наряду с правилом повторяющихся частотных интервалов, которое следует из нулевого значения алгебраической суммы частот, образующих какой-либо четырехугольник энергетической диаграммы, существуют аналогичные правила для любых других замкнутых контуров диаграммы. Однако связи между частотами, определяемые последними правилами, сводятся к связям, определяемым правилом повторяющихся интервалов. Это свойство мы назовем универсальностью правила повторяющихся интервалов. Доказательство универсальности правила можно провести методом индукции. Изложим идею доказательства. На рис. 1,*а*,*б*,*в* показаны первые шаги индукции. На каждом шаге можно доказать сводимость правил частот для вновь образующихся контуров к правилам для контуров предыдущего фрагмента диаграммы и правилу интервалов (например, в случае 1,*а* из соотношений $\nu_{12}+\nu_{23}+\nu_{34}+\nu_{41}=0$, $\nu_{14}+\nu_{45}+\nu_{56}+\nu_{61}=0$ $(\nu_{ik}=E_i-E_k)$ следует $\nu_{12}+\nu_{23}+\nu_{34}+\nu_{45}+\nu_{56}+\nu_{61}=0$). Универсальность правила интервалов доказывается

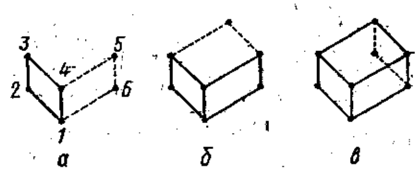

Рис. 1. К доказательству универсальности правила повторяющихся интервалов