$$A^{\gamma\alpha\beta}=\frac{1}{2}\,\mathrm{Im}\left[-\frac{P_0^{\gamma}}{P_0}c^{\alpha\beta*}+c^{\gamma\beta}\frac{P_0^{\alpha*}}{P_0}\right]. \qquad (10)$$

б) $P_0\equiv 0$ — запрещенный переход,

$$X^{\gamma\alpha\beta}=(\varepsilon_0-\hbar\omega)\,\mathrm{Im}\,B^{\gamma\alpha\beta}, \qquad (11)$$

$$B^{\gamma\alpha\beta}\sim\sum_{\delta=1}^{3}\left\{2c^{\gamma\delta}b^{\alpha\beta\delta*}+c^{\alpha\beta*}b^{\gamma\delta\delta}+c^{\alpha\delta*}b^{\gamma\beta\delta}\right\}. \qquad (12)$$

2) $\hbar\omega>\varepsilon_0$.

а) $P_0^{\gamma}\neq 0$,

$$A^{\gamma\alpha\beta}=\pm\frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left[-\frac{P_0^{\gamma}}{P_0}c^{\alpha\beta*}+c^{\gamma\beta}\frac{P_0^{\alpha*}}{P_0}\right];\quad\begin{pmatrix}+i\to c\\ -v\to i\end{pmatrix}. \qquad (13)$$

б) $P_0^{\gamma}=0$ при всех γ,

$$\mathrm{Im}\,B^{\gamma\alpha\beta}\to\pm\,\mathrm{Re}\,B^{\gamma\alpha\beta}\begin{pmatrix}+i\to c\\ -v\to i\end{pmatrix}. \qquad (14)$$

Автор глубоко признателен проф. В. Л. Бонч-Бруевичу за внимание и ценные замечания по содержанию данной работы, а также В. А. Морозовой за стимулирующие обсуждения полученных результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Виноградов В. С. ФТТ, 1971, 13, с. 3266. [2] Морозова В. А., Остробородова В. В., Такля. ФТП, 1980, 14, с. 1785. [3] Келдыш Л. В. ЖЭТФ, 1958, 34, с. 1138. [4] Келдыш Л. В. В кн.: Нелинейная оптика. Новосибирск: Наука, 1968, с. 6—21. [5] Келдыш Л. В. ЖЭТФ, 1964, 47, с. 1515.

Поступила в редакцию
30.07.82

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 3

УДК 531.5

ПРОСТРАНСТВО СОСТОЯНИЙ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ В ГАМИЛЬТОНОВОМ ПОДХОДЕ К ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

А. Е. Пухов

(НИИЯФ)

1. **Введение.** В теории поля со связями необходимо рассматривать поля, медленно убывающие на бесконечности. Например, в электродинамике связь $\mathrm{div}\,E=\rho$ приводит к необходимости работать с полями, убывающими как $|\mathbf{x}|^{-2}$. С другой стороны, если мы хотим рассматривать полевую систему как гамильтонову теорию, необходимо, чтобы симплектическая форма (в электродинамике это $\int d^3x[\delta_1\mathbf{E}(x)\delta_2\mathbf{A}(x)-\delta_2\mathbf{E}(x)\delta_1\mathbf{A}(x)]$) была конечна. Условие конечности симплектической формы налагает ограничения сверху на асимптотику полей. Кроме того, пространство состояний полевой системы должно быть инвариантно относительно пространственно-временных сдвигов и преобразований Лоренца, что также налагает ограничения на функциональное пространство, описывающее физические состояния полевой системы.

В данной работе для общей теории относительности (ОТО) с асимптотически плоской метрикой построено пространство состояний Г, удовлетворяющее трем перечисленным выше требованиям. С помощью симплектической формы будут построены генераторы группы Пуанкаре на Г. Наш подход к решению этой задачи является дальнейшим развитием подхода Редже и Тетельбойма [1]. В работе всюду считается, что поля материи отсутствуют. Соответствующее обобщение не вызывает затруднений.

2. **Определение пространства состояний.** При анализе гамильтоновой структуры ОТО удобно работать с формализмом (3+1)-разложения [2], параметризуя метрический тензор $C_{\mu\nu}$ с сигнатурой $(-+++)$ следующим образом:

$$G_{00}=N_iN^i-N^2, \quad G_{0i}=G_{i0}=N_i, \quad G_{ij}=g_{ij}. \tag{1}$$

Здесь и ниже латинские буквы используются для обозначения индексов трехмерных тензорных структур на гиперповерхности $\Sigma_t=\{x^0=t\}$, $g_{ij}(x)$ — индуцированная метрика на Σ_t. Пусть $R(x)$ и $(...)_{/k}$ — скалярная кривизна и ковариантное дифференцирование, связанные с метрикой g_{ij}, $g=\det\{g_{ij}\}$. Тогда действие ОТО запишется в виде [2]

$$S=\int dt\int d^3x\{\pi^{ij}\dot{g}_{ij}+g^{1/2}(NI+N^iJ_i)\}, \tag{2}$$

где

$$I=R+\frac{1}{g}\left[\frac{1}{2}(\pi^{ij}g_{ij})^2-\pi^{ij}\pi_{ij}\right],$$

$$J_i=2(g^{-1/2}\pi_i^k)/_k.$$

$\bar{S}$ с точностью до поверхностных членов совпадает с

$$S=\int d^4x\ {}^4R(\Gamma^{\mu}_{\nu\tau})\det{}^{1/2}G,$$

если положить

$$\Gamma^0_{ij}=N^{-1}g^{-1/2}(\pi_{ij}-(1/2)g_{ij}\pi_{kl}\pi^{kl}),$$

а Γ^0_{00}, Γ^0_{i0}, Γ^i_{j0}, Γ^i_{jk}

исключить с помощью условий связи

$$G_{\mu\alpha}\Gamma^{\alpha}_{\nu\tau}+G_{\nu\alpha}\Gamma^{\alpha}_{\mu\tau}=G_{\mu\nu,\tau}\quad(\tau\neq 0).$$

Варьируя S, получим уравнения движения [2]

$$\dot{g}_{il}=N_{i/j}+N_{j/i}+2Ng^{-1/2}(\pi_{ij}-(1/2)g_{ij}\pi^{kl}\pi_{kl}), \tag{3}$$

$$\dot{\pi}^{il}=g^{1/2}N\left[g^{il}R-R^{ij}+\frac{1}{g}\left(\pi^{ij}\pi^{kl}g_{kl}-2\pi^{ik}\pi^j_k\right)-\frac{1}{2}g^{ij}I\right]+$$

$$+g^{1/2}N_{/k/l}(g^{ki}g^{lj}-g^{ij}g^{kl})+g^{1/2}(N^l\pi^{ij}g^{-1/2})_{/l}-N^i_{/k}\pi^{kj}-N^j_{/k}\pi^{ki}. \tag{4}$$

Уравнения (3), (4) описывают изменение величин $g_{ij}(x)$, $\pi^{ij}(x)$ при переходе от гиперповерхности Σ_t к близкой гиперповерхности Σ_{t+dt}. При этом, как следует из (1), точка Σ_{t+dt} с координатами x^i получается из точки Σ_t с теми же координатами сдвигом на вектор $N^i(x)dt$ вдоль Σ_t, а затем смещением, ортогональным Σ_t, на величину $N(x)dt$; $N^i(x)$, $N(x)$ — множители Лагранжа, их зависимость от времени t произвольна. Варьирование S по N^i и N дает условия связи $I=0$, $J_i=0$. Известно, что других связей в ОТО не возникает.

Итак, точка ξ фазового пространства ОТО задается набором функций $g_{ij}(x)$, $\pi^{ij}(x)$, а симплектическая форма, как следует из (2), имеет вид:

$$\langle\delta_1\xi,\delta_2\xi\rangle=\int d^3x\{\delta_1\pi^{ij}\delta_2g_{ij}-\delta_2\pi^{ij}\delta_1g_{ij}\}. \tag{5}$$

Цель нашей работы — подобрать подходящее пространство функций для описания полевых переменных π^{ij} и g_{ij}. Для этого построим пространство Φ^α $(\alpha \geqslant 0)$:

$$\Phi^\alpha = \{f(x) \mid \forall_n \geqslant 0 \ \sup_x \{|D^n f| (1 + |x|^{\alpha+n})\} < \infty\}.$$

При $\alpha > 0$ это счетно-нормированное пространство с набором согласованных норм $\|f\|_n = \sup_x \{|D^n f| (1 + |x|^{\alpha+n})\}$. Введем также пространства $\Phi_+^\alpha, \Phi_-^\alpha$:

$$\Phi_\pm^\alpha = \{f \in \Phi^\alpha, \ [f(x) \mp f(-x)] \in \Phi^{\alpha'}, \ \alpha' > \alpha\}, \tag{6}$$

на которых может быть введена топология индуктивного предела счетно-нормированных пространств.

В качестве фазового пространства ОТО в данной работе предлагается рассматривать

$$\Gamma = \{g_{ij}(x), \ \pi^{ij}(x) \mid (g_{ij} - \delta_{ij}) \in \Phi_+^1, \ \pi^{ij} \in \Phi_-^2\}.$$

Отметим, что (6) налагает ограничение не только на четырехмерную геометрию, но и на систему координат, в которой эта геометрия рассматривается.

Легко проверяется, что уравнения движения (3), (4) не выведут нас за рамки пространства Γ, если

$$N = a_i x^i + a + \tilde{N}, \tag{7}$$

$$N_i = b_i + \beta_{ij} x^j + \tilde{N}_i, \tag{8}$$

где $\tilde{N} \in \Phi_-^0$, $\tilde{N}_i \in \Phi_-^0$, $\beta_{ij} = -\beta_{ji}$. Отсюда следует, что пространство инвариантно относительно действия группы Пуанкаре по крайней мере в инфинитезимальной форме. Кроме того, легко убедиться, что симплектическая форма корректно определена на пространстве Γ: интеграл в (5) сходится в несобственном смысле. Переход от пространства Φ^α к Φ_+^α и Φ_-^α был сделан именно с целью обеспечить сходимость симплектической формы.

3. **О разрешимости связей в пространстве Γ.** Нам осталось показать, что в пространстве Γ существуют решения уравнений связи ОТО. Именно с целью добиться этого мы включили в Γ медленно убывающие функции. К сожалению, мы будем вынуждены ограничиться анализом в рамках теории возмущений по отклонению метрики от плоской, т. е. докажем существование решений уравнений связи в виде формального степенного ряда:

$$g_{ij}(x) = \delta_{ij} + \lambda g_{ij}^{(1)} + \lambda^2 g_{ij}^{(2)} + \ldots, \tag{9}$$

$$\pi_{ij}(x) = \lambda \pi_{ij}^{(1)} + \lambda^2 \pi_{ij}^{(2)} + \ldots, \tag{10}$$

где

$$g_{ij}^{(n)} \in \Phi_+^1, \qquad \pi_{ij}^{(n)} \in \Phi_-^2.$$

Подставляя в уравнение связи $I=0$, $J_i=0$ разложения (9), (10), получим набор уравнений

$$g_{ij,\,ij}^{(n)} - g_{ii,\,jj}^{(n)} = A^{(n)}, \tag{11}$$

$$\pi_{ik,\,i}^{(n)} = B_k^{(n)}, \tag{12}$$

в которых $A^{(n)}, B_k^{(n)}$ зависят лишь от $g_{ij}^{(m)}$ и $\pi_{ij}^{(m)}$ с $m<n$. При этом $A^{(n)}\in\Phi^4$, $B_k^{(n)}\in\Phi^4$, если входящие в них $g_{ij}^{(m)}$, $\pi_{ij}^{(m)}$ принадлежат Г. Запятая означает производную, а по повторяющимся индексам подразумевается суммирование.

Решение уравнений (11), (12) можно записать в виде

$$g_{ij}^{(n)} = -(\delta_{ij}/2)\,\Delta^{-1} A^{(n)} + \mathcal{O}_{ij}^{(n)}, \tag{13}$$

$$\pi_{ij}^{(n)} = (\Delta^{-1}B_i^{(n)})_{,j} + (\Delta^{-1}B_j^{(n)})_{,i} - \Delta^{-1}((\Delta^{-1}B_k)_{,kij}) + \mathcal{E}_{ij}^{(n)}. \tag{14}$$

Здесь $\mathcal{O}_{ij}^{(n)}$ и $\mathcal{E}_{ij}^{(n)}$ — произвольные симметричные тензоры, удовлетворяющие условиям $\mathcal{O}_{ij}^{(n)}\in\Phi_+^1$, $\mathcal{E}_{ij}^{(n)}\in\Phi_-^2$, $\mathcal{O}_{ii}^{(n)}=0$, $\mathcal{E}_{ij,j}^{(n)}=0$. То, что (13) и (14) определяют $g_{ij}^{(n)}\in\Phi_+^1$ и $\pi_{ij}^{(n)}\in\Phi_-^2$, есть очевидное следствие следующих утверждений.

Лемма 1. Пусть $f\in\Phi^4$. Тогда $\Delta^{-1}f\in\Phi_+^1$.

Лемма 2. Пусть $f\in\Phi^\alpha(\Phi_+^\alpha\,\Phi_-^\alpha)$, где $0<\alpha<3$. Тогда $\Delta^{-1}(f_{,ij})\in$ $\in\Phi^\alpha$ (Φ_+^α или Φ_-^α соответственно).

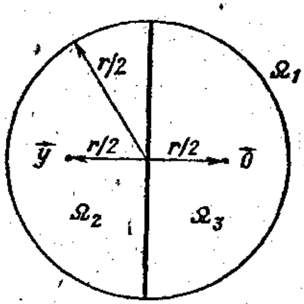
Доказательство леммы 1. Для $f\in\Phi^4$ нужно получить оценки

$$\frac{1}{4\pi}\left|\int\frac{d^3x}{|x-y|}D^l f(x)\right| \leqslant \frac{\text{const}}{(1+|y|)^{l+1}}, \tag{15}$$

$$\frac{1}{4\pi}\left|\int\left(\frac{1}{|x-y|}-\frac{1}{|x+y|}\right)D^l f(y)\,d^3y\right| \leqslant \frac{\text{const}}{(1+|y|)^{l+1+\varepsilon}}, \tag{16}$$

где $\varepsilon>0$. Для этого разобьем область интегрирования на три части, как показано на рисунке. Используя неравенство $|D^l f(y)|\leqslant\dfrac{c_l}{(1+|y|)^{l+4}}$, для интеграла (15) по областям Ω_1 и Ω_2 получим

$$\frac{1}{4\pi}\left|\int\limits_{\Omega_1}\frac{d^3x}{|x-y|}D^l f(x)\right| \leqslant \int\limits_{(1/2)|y|}^{\infty} r^2 dr\,\frac{1}{r/3}\,\frac{c_l}{(1+|r|)^{l+4}} \leqslant \frac{\text{const}}{(1+|y|)^{l+2}},$$



$$\frac{1}{4\pi}\left|\int\limits_{\Omega_2}\frac{d^3x}{|x-y|}D^l f(x)\right| \leqslant$$

$$\leqslant \max_{y\in\Omega_2}|D^l f(y)|\,\frac{1}{4\pi}\int\limits_{\Omega_2}\frac{d^3x}{|x-y|} < \frac{\text{const}}{(1+|y|)^{l+2}}.$$

Для оценки оставшегося интеграла по Ω_3 воспользуемся интегрированием по частям:

$$\frac{1}{4\pi}\int\limits_{\Omega_3}\frac{d^3x}{|x-y|}D^l f(x) = \int\limits_{\partial\Omega_3}(\ldots)\,d^2S +$$

$$+\frac{(-1)^l}{4\pi}\int\limits_{\Omega_3}D^l\frac{1}{|x-y|}f(x)\,d^3x.$$

Для поверхностного интеграла очевидна оценка

$$\left|\int\limits_{\partial\Omega_3}(\ldots)\,d^2S\right| \leqslant |y|^{-(l+2)}.$$

Второй член также легко оценивается:

$$\frac{1}{4\pi}\left|\int\left(D^l\frac{1}{|x-y|}\right)f(x)\,d^3x\right| \leqslant \max_{\Omega_3}\left|D^l\frac{1}{|x-y|}\right|\,\left|\int\limits_{\Omega_3}|f(x)|\,dx\right| \leqslant \frac{\text{const}}{|y|^{+}}$$

Следовательно, $\Delta^{-1}f\in\Phi^1$.

Доказательство (16) проводится точно так же. Только при оценке интеграла по области Ω_3 следует воспользоваться неравенством

$$\left|D^l\left(\frac{1}{|x-y|}-\frac{1}{|x+y|}\right)\right|<\frac{b_l|y|}{\min\{|x-y|,|x+y|\}^{l+2}}$$

и получить

$$\frac{1}{4\pi}\left|\int D^l\left(\frac{1}{|x-y|}-\frac{1}{|x+y|}\right)f(x)d^3x\right|\leqslant$$

$$\leqslant\frac{b_l}{\left|\frac{1}{2}y\right|^{l+2}}\int|x|f(x)\,d^3x\leqslant\mathrm{const}\,\frac{\ln|y|}{|y|^{l+2}}.$$

Следовательно, $\Delta^{-1}f(x)-\Delta^{-1}f(-x)\in\Phi^{1+\varepsilon}$ при $\varepsilon<1$. Поэтому $f\in\Phi^1_+$. Лемма доказана.

Доказательство леммы 2 проводится точно так же.

Итак, мы доказали, что в рамках теории возмущений по отклонению метрики g_{ij} от плоской уравнения связи ОТО имеют решения в пространстве Γ.

4. **Общий вид допустимых преобразований гиперповерхности.** В этом параграфе мы покажем, что если уравнения движения (3), (4) не выводят точки из пространства Γ, то функции сдвига N^i и N имеют вид (7), (8). Доказательство будет проведено в рамках формального разложения (9), (10). Подставляя в уравнения (3), (4) разложения (9), (10) и $N=N^{(0)}+\lambda N^{(1)}+\lambda^2N^{(2)}+\ldots$, $N_i=N_i^{(0)}+\lambda N_i^{(1)}+\ldots$, а затем приравнивая члены при одинаковых степенях χ, получим

$$N^{(n)}_{i,j}+N^{(n)}_{j,i}=f^{(n)}_{ij},\tag{17}$$

$$N^{(n)}_{,ij}-\delta_{ij}N^{(n)}_{,kk}=\varphi^{(n)}_{ij}.\tag{18}$$

Здесь $f^{(n)}_{ij}$ и $\varphi^{(n)}_{ij}$ зависят лишь от $g^{(m)}_{ij}$, $\pi^{(m)}_{ij}$, $N^{(m-1)}_i$, $N^{(m-1)}$ с номерами $m\leqslant n$. При этом $f^{(n)}_{ij}\in\Phi^1_+$, $\varphi^{(n)}_{ij}\in\Phi^2_-$, если $(g^{(m)}_{ij},\pi^{(m)}_{ij})\in\Gamma$, а $N^{(m-1)}$, $N^{(m-1)}_i$ имеют вид (7), (8). Из уравнений (17), (18) получаем

$$\Delta N^{(n)}_i=\left(f^{(n)}_{ij,j}-\frac{1}{2}f^{(n)}_{kk,i}\right)\in\Phi^2_-,\tag{19}$$

$$\Delta N^{(n)}=-\frac{1}{2}\varphi^{(n)}_{ii}\in\Phi^2_-.\tag{20}$$

Лемма 3. Уравнение $\Delta N=\chi\in\Phi^2_-$ имеет решение $N\in\Phi^0_-$.

Доказательство. По лемме 2 $\Delta^{-1}\chi_{,ij}=M_{ij}\in\Phi^2_-$, так как $M_{ij,k}-M_{ik,j}=0$, $P_i(x)=\int\limits_{[\infty,x]}M_{ij}dx^j$ не зависит от выбора контура интегрирования.

Очевидно, $P_i\in\Phi^1_+$, $P_{i,j}=M_{ij}$. В свою очередь, $P_{i,j}-P_{j,i}=M_{ij}-M_{ji}=0$ и, следовательно, P_i может быть проинтегрировано. Построим функции

$$N_+(x)=\frac{1}{2}\int\limits_{[\infty,x]}(P_i(x)-P_i(-x))\,dx^i,$$

$$N_-(x)=\frac{1}{2}\int\limits_{[0,x]}(P_i(x)+P_i(-x))\,dx^i.$$

Так как $P_i(x)-P_i(-x)\in\Phi^{1+\varepsilon}$, где $\varepsilon>0$, то $N_+\in\Phi^\varepsilon$. Так как $P_i\in\Phi^1$, то

$$|N_-(x)|=\left|\frac{1}{2}\int\limits_{[-x,x]} P_i(x)\,dx^i\right|\leqslant \sup_{x^i}\frac{\pi}{2}|x|\cdot|P_i(x)|\leqslant \text{const}$$

и $N_-(x)\in\Phi^0$. Таким образом, $N=N_++N_-\in\Phi^0_-$. Очевидно, N — решение уравнения $\Delta N=N_{,ii}=P_{i,i}=M_{ii}=\Delta^{-1}\chi_{,ii}=\chi$. Лемма доказана.

Из леммы следует, что общее полиномиально ограниченное решение уравнений (19), (20) имеет вид (7), (8):

$$N=\alpha_i x^i+a+\tilde N,$$
$$N_i=\beta_{ij}x^j+b_i+\tilde N_i,$$

где $\tilde N$, $\tilde N_i\in\Phi^0_-$. Подставляя N_i в уравнение (17), получим $\beta_{ij}=-\beta_{ji}$.

Итак, мы показали, что общее движение гиперповерхности Σ_t, не нарушающее асимптотических условий (6), задается функциями сдвига N и N_i вида (7), (8).

5. **Генераторы сдвигов гиперповерхности.** Каждое преобразование пространства, сохраняющее симплектическую форму, порождается функцией на этом пространстве. Найдем генераторы $A_{N,\bar N}(\xi)$, порождающие $\dot\xi_{N,\bar N}(\xi)$ (3), (4). Гамильтоновы уравнения движения записываются через симплектическую форму следующим образом:

$$\langle\delta\xi,\ \dot\xi_{N,\bar N}(\xi)\rangle=\delta A_{N,\bar N}(\xi),\qquad(21)$$

где $\delta\xi$ — произвольная вариация на Γ, а $\delta A_{N,\bar N}$ — изменение $A_{N,\bar N}$ при этой вариации. В пространстве Γ левая часть (21) корректно определена, что позволяет определить $A_{N,\bar N}$ с точностью до аддитивной константы:

$$A_{N,\bar N}(g_{il},\pi^{kl})=\int d^3x\,\{-g^{1/2}[NI(g_{ij},\pi^{kl})+N^iJ_i(g_{il},\pi^{kl})]+$$
$$+[N(g_{ik,i}-g_{ii,k}-N_{,i}(g_{ik}-\delta_{ik})+N_{,k}(g_{ii}-3)+2N_i\pi^{ik}]_{,k}\}.\qquad(22)$$

Дивергенция в (22) обеспечивает сходимость интеграла для $(g_{ij},\pi^{kl})\in\Gamma$, а также равенство [1]

$$\delta A_{N,\bar N}=\int[a^{ij}(x)\,\delta g_{ij}(x)+b_{kl}(x)\,\delta\pi^{kl}(x)]\,d^3x,\qquad(23)$$

где $a^{ij}(x)$ и $b_{kl}(x)$ — функции g_{ij}, π^{kl}, N, $\bar N$, а $(\delta g_{ij},\delta\pi^{kl})$ — произвольная вариация на Γ.

Для быстроубывающих δg, $\delta\pi$ дивергенция в (22) несущественна и гамильтоново уравнение (21) будет справедливо, так как $\dot\xi_{N,\bar N}$ получено варьированием $S=\int dt\int d^3x\{\pi^{ij}\dot g_{ij}-g^{1/2}[NI+N^iJ]\}$ по быстроубывающим функциям. Справедливость (21) для любой вариации $\delta\xi\in\Gamma$ становится очевидной, если сравнить (23) с выражением для симплектической формы (5). Таким образом, $A_{N,\bar N}$ (22) в самом деле является генератором преобразования (3), (4).

Если $N,\bar N\in\Phi^0$, то $A_{N,\bar N}=0$ на связях $I=0$, $J_i=0$ и, следовательно, генерирует калибровочные преобразования, не изменяющие физических состояний [3]. Полагая $H=A_{N=1,\bar N=0}$; $P_i=A_{N=0,\bar N=\bar e_i}$; $M_k=A_{N=0,\bar N=\bar e_k\times\bar x}$; $L_k=A_{N=x_k,\bar N=0}$, получим генераторы группы Пуанкаре. На связях $I=0$, $J_i=0$ эти генераторы задаются конечными поверхностными интегралами.

Как следует из предыдущего параграфа, любое движение трехмерной гиперповерхности Σ_t, сохраняющее асимптотические условия (6), сводится либо к физически несущественному калибровочному преобразованию, либо к пуанкаре-преобразованию.

6. **Заключение.** Изложенный в работе аппарат может быть применен к любой теории поля со связями. При этом для того чтобы симплектическая форма была конечной, необходимо налагать разные асимптотические условия на четную и нечетную части полевых переменных. Например, в электродинамике $E(x) \sim |x|^{-2}$, $A(x) \sim |x|^{-1}$ и для построения гамильтонова формализма нужно наложить дополнительные ограничения на асимптотику:

$$|E(x) - E(-x)| \sim |x|^{-2-\varepsilon}, \quad |A(x) + A(-x)| \sim |x|^{-1-\varepsilon}.$$

Эти ограничения совместимы с требованием пуанкаре-инвариантности электродинамики и необходимы также для конечности полного момента количества движения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Regge T., Teitelboim C. Ann. of Physics (N. Y.), 1974, 88, p. 286. [2] Брилл Д., Гоуди Р. Квантовая гравитация и топология. М.: Мир, 1973, с. 27—179. [3] Дирак П. Лекции по квантовой механике. М.: Мир, 1968.

Поступила в редакцию
26.07.82

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 3

УДК 539.12.01:539.184.26

ВКЛАД СЛАБОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В СВЕРХТОНКОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ УРОВНЕЙ ВОДОРОДОПОДОБНЫХ АТОМОВ

В. В. Старшенко, Р. Н. Фаустов

(кафедра квантовой статистики и теории поля)

Стандартная модель электрослабых взаимодействий Вайнберга—Салама предсказывает существование нейтральных слабых токов и нейтрального векторного бозона.

Ввиду этого при рассмотрении связанного состояния двух заряженных частиц необходимо, вообще говоря, учитывать не только электромагнитное, но и слабое взаимодействие. Вклад слабого взаимодействия при этом будет весьма мал, однако в ряде случаев учет его необходим. В первую очередь это касается эффектов несохранения четности в атомных системах. Подобные эффекты наблюдались экспериментально — речь идет об экспериментах по измерению вращения плоскости поляризации света в парах тяжелых металлов [1]. Так как электромагнитное взаимодействие сохраняет четность, в этом случае можно непосредственно наблюдать вклад P-нечетного слабого взаимодействия электронов с нуклонами.

Что же касается P-четного слабого взаимодействия, то оно вызывает лишь небольшой сдвиг уровней энергии атома. Учет его может оказаться необходимым лишь в тех задачах, где можно добиться высокой точности расчетов на основе квантовой электродинамики (КЭД). Естественно, экспериментальные данные также должны иметь малую погрешность. Именно в этих случаях для согласования теоретических