Как следует из предыдущего параграфа, любое движение трехмерной гиперповерхности Σ_t, сохраняющее асимптотические условия (6), сводится либо к физически несущественному калибровочному преобразованию, либо к пуанкаре-преобразованию.

6. **Заключение.** Изложенный в работе аппарат может быть применен к любой теории поля со связями. При этом для того чтобы симплектическая форма была конечной, необходимо налагать разные асимптотические условия на четную и нечетную части полевых переменных. Например, в электродинамике $E(x) \sim |x|^{-2}$, $A(x) \sim |x|^{-1}$ и для построения гамильтонова формализма нужно наложить дополнительные ограничения на асимптотику:

$$|E(x) - E(-x)| \sim |x|^{-2-\mathscr{E}}, \quad |A(x) + A(-x)| \sim |x|^{-1-\mathscr{E}}.$$

Эти ограничения совместимы с требованием пуанкаре-инвариантности электродинамики и необходимы также для конечности полного момента количества движения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Regge T., Teitelboim C. Ann. of Physics (N. Y.), 1974, 88, p. 286. [2] Брилл Д., Гоуди Р. Квантовая гравитация и топология. М.: Мир, 1973, с. 27—179. [3] Дирак П. Лекции по квантовой механике. М.: Мир, 1968.

Поступила в редакцию
26.07.82

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 3

УДК 539.12.01:539.184.26

ВКЛАД СЛАБОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В СВЕРХТОНКОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ УРОВНЕЙ ВОДОРОДОПОДОБНЫХ АТОМОВ

В. В. Старшенко, Р. Н. Фаустов

(кафедра квантовой статистики и теории поля)

Стандартная модель электрослабых взаимодействий Вайнберга—Салама предсказывает существование нейтральных слабых токов и нейтрального векторного бозона.

Ввиду этого при рассмотрении связанного состояния двух заряженных частиц необходимо, вообще говоря, учитывать не только электромагнитное, но и слабое взаимодействие. Вклад слабого взаимодействия при этом будет весьма мал, однако в ряде случаев учет его необходим. В первую очередь это касается эффектов несохранения четности в атомных системах. Подобные эффекты наблюдались экспериментально — речь идет об экспериментах по измерению вращения плоскости поляризации света в парах тяжелых металлов [1]. Так как электромагнитное взаимодействие сохраняет четность, в этом случае можно непосредственно наблюдать вклад P-нечетного слабого взаимодействия электронов с нуклонами.

Что же касается P-четного слабого взаимодействия, то оно вызывает лишь небольшой сдвиг уровней энергии атома. Учет его может оказаться необходимым лишь в тех задачах, где можно добиться высокой точности расчетов на основе квантовой электродинамики (КЭД). Естественно, экспериментальные данные также должны иметь малую погрешность. Именно в этих случаях для согласования теоретических расчетов и экспериментальных данных может оказаться необходимым учет вклада P-четного слабого взаимодействия.

В данной работе рассматривается водородоподобный атом мюония — связанное состояние положительного мюона и электрона. При помощи квазипотенциального метода получен потенциал слабого взаимодействия и рассчитан вклад P-четной части этого потенциала в сверхтонкое расщепление основного уровня энергии мюония.

Для описания слабого взаимодействия воспользуемся стандартной $SU(2)\times U(1)$ — моделью электрослабых взаимодействий [2]. Перечислим основные следствия этой модели, которые понадобятся нам в дальнейшем.

Лагранжиан взаимодействия нейтрального векторного бозона Z с заряженными лептонами записывается в виде

$$\mathscr{L}(x) = -J_\nu^Z(x) Z_\nu(x),$$

где нейтральный слабый ток

$$J_\nu^Z = \sum_{l=e,\mu} \bar{l}\gamma_\nu (G_V + G_A\gamma^5) l, \tag{1}$$

l — операторы полей лептонов (электрона либо мюона). Константы G_V и G_A выражаются через угол Вайнберга θ_W:

$$G_V = \frac{e(1-4\sin^2\theta_W)}{2\sin(2\theta_W)};\quad G_A = -\frac{e}{2\sin(2\theta_W)},$$

где e — заряд электрона.

Обычно используются константы g_V и g_A, определяемые соотношениями

$$\frac{G_V^2}{m_Z^2} = \sqrt{2}\, G_F g_V^2;\quad \frac{G_A^2}{m_Z^2} = \sqrt{2}\, G_F g_A^2,$$

где m_Z — масса Z-бозона, $G_F = 1{,}027\times 10^{-5} m_p^{-2}$ — фермиевская константа слабого взаимодействия. В стандартной модели

$$m_Z^2 = \frac{e^2}{\sqrt{2}\, G_F \sin^2(2\theta_W)}.$$

Это дает для g_V и g_A:

$$g_V = 1/2 - 2\sin^2\theta_W;\quad g_A = -1/2.$$

Чтобы получить потенциал взаимодействия лептонов, обусловленного нейтральными токами, воспользуемся квазипотенциальным методом Логунова—Тавхелидзе [3]. Рассмотрим связанное состояние двух спинорных частиц с массами m_a и m_b. В системе центра инерции импульсы частиц обозначим: $\mathbf{p}_a = \mathbf{p}$ и $\mathbf{p}_b = -\mathbf{p}$. Массу связанного состояния обозначим через M. Тогда квазипотенциальное уравнение будет иметь вид [4, 5]:

$$\left(M - \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_a^2} - \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_b^2}\right)\Psi_M(\mathbf{p}) = \int \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3} V(\mathbf{p}, \mathbf{q}, M)\,\Psi_M(\mathbf{q}), \tag{2}$$

где $\Psi_M(\mathbf{p})$ — волновая функция связанного состояния, спроектированная на положительно-частотные состояния и имеющая двухкомпонентные спинорные индексы.

Оператор квазипотенциала $V(\mathbf{p}, \mathbf{q}, M)$ выражается через амплитуду рассеяния при нулевой относительной энергии частиц. В первом приближении имеем

$$V^{(1)}=T^{(1)}. \tag{3}$$

Ограничимся приближением одночастичного обмена. В нашем случае необходимо учитывать взаимодействие путем обмена и фотоном, и нейтральным бозоном Z. Соответствующие слагаемые в квазипотенциале обозначим через V_γ и V_Z. Таким образом, имеем:

$$V^{(1)}=V_\gamma+V_Z.$$

Потенциал однофотонного обмена V_γ содержит кулоновское взаимодействие: $V_c(\mathbf{k})=-e^2/\mathbf{k}^2$. Для V_Z получаем из (3):

$$V_Z(\mathbf{p},\mathbf{q})=\frac{\langle \mathbf{p}\,|\,J^Z_{a\mu}(0)\,|\,\mathbf{q}\rangle}{2\sqrt{\varepsilon_a(\mathbf{p})\,\varepsilon_a(\mathbf{q})}}D^{\mu\nu}(k)\frac{\langle -\mathbf{p}\,|\,J^Z_{b\nu}(0)\,|\,-\mathbf{q}\rangle}{2\sqrt{\varepsilon_b(\mathbf{p})\,\varepsilon_b(\mathbf{q})}}, \tag{4}$$

где $J_a{}^Z(x)$ и $J_b{}^Z(x)$ — нейтральные слабые токи взаимодействующих частиц, $D^{\mu\nu}(\mathbf{k})$ — пропагатор Z-бозона,

$$\varepsilon(\mathbf{p})=\sqrt{\mathbf{p}^2+m^2};\ \mathbf{k}=\mathbf{p}-\mathbf{q},\ \mathbf{k}^0=0.$$

Из выражения (1) получаем:

$$<\mathbf{p}\,|\,J_\mu{}^Z(0)\,|\,\mathbf{q}>=\bar{u}(\mathbf{p})\gamma_\mu(G_V+G_A\gamma^5)\,u(\mathbf{q}),$$

где $u(\mathbf{q})$ — дираковские спиноры, нормированные условием $\bar{u}u=2m$. Пропагатор $D^{\mu\nu}(k)$ возьмем в унитарной калибровке:

$$D^{\mu\nu}(k)=(g^{\mu\nu}-k^\mu k^\nu/m_Z{}^2)\,(m_Z{}^2-k^2)^{-1}.$$

Ограничиваясь нерелятивистским приближением для потенциала, окончательно получаем из (4)

$$V_Z(\mathbf{p},\mathbf{q})=\frac{1}{m_Z^2}\Big\{-G_V^2+G_A^2(\sigma_a\cdot\sigma_b)+\frac{G_VG_A}{2\mu}\times$$
$$\times\,[i\mathbf{k}\,[\sigma_a\times\sigma_b]+(\mathbf{p}+\mathbf{q})(\sigma_a-\sigma_b)]\Big\}, \tag{5}$$

где σ — матрицы Паули, $\mu=m_am_b/(m_a+m_b)$ — приведенная масса.

Уравнение (2) в нерелятивистском пределе переходит в обычное уравнение Шредингера:

$$\left(W-\frac{\mathbf{p}^2}{2\mu}\right)\Psi_M(\mathbf{p})=\int\frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3}V(\mathbf{p},\mathbf{q})\,\Psi_M(\mathbf{q}), \tag{6}$$

где $W=M-m_a-m_b$.

Потенциал V действует в пространстве двухкомпонентных волновых функций. При этом V_Z дает малые поправки к кулоновской части потенциала V_γ. Нас интересует P-четная часть потенциала V_Z:

$$V_Z^E(\mathbf{p},\mathbf{q})=\frac{1}{m_Z^2}[-G_V^2+G_A^2(\sigma_a\sigma_b)].$$

Далее воспользуемся стационарной теорией возмущений. За исходное приближение возьмем точное решение уравнения Шредингера (6) с кулоновским потенциалом. Сдвиг уровней энергии определяется по обычной формуле:

$$\Delta W_n=<n\,|\,V_Z{}^E\,|\,n>.$$

Заметим сразу, что первое слагаемое потенциала $V_Z{}^E$ приводит к общему сдвигу S-уровней, который слишком мал, чтобы его необходимо было учитывать в реальных расчетах. Второе слагаемое дает поправку к сверхтонкой структуре. В частности, для S-состояния мюония получаем:

$$\Delta W = \frac{G_A^2}{m_Z^2} |\Psi_c(0)|^2 \langle \sigma_a \sigma_b \rangle, \tag{7}$$

где $\Psi_c(\mathbf{r})$ — кулоновские волновые функции. Таким образом, вклад слабого взаимодействия в сверхтонкое расщепление равен

$$\Delta\nu_{e\mu} = 4 \frac{G_A^2}{m_Z^2} \frac{(\mu\alpha)^3}{\pi n^3} = \frac{8\sqrt{2}}{\pi n^3} G_F \alpha m_e^2 \left(1 + \frac{m_e}{m_\mu}\right)^{-3} \mathrm{R}_\infty g_A^2,$$

где $\mathrm{R}_\infty = (1/2) m_e \alpha^2$ — постоянная Ридберга; m_e, m_μ — массы электрона и мюона. Подставляя значение $g_A = -1/2$, получаем для основного состояния:

$$\Delta\nu_{e\mu} = 0{,}065 \text{ кГц}.$$

Расчеты сверхтонкого расщепления, выполненные на основе КЭД, имеют погрешность около 2 кГц. Однако ожидается, что в ближайшее время эта величина будет существенно уменьшена (примерно до 0,2 кГц). Наиболее точные экспериментальные данные имеют погрешность 0,16 кГц [6]. Важно, однако, что не существует препятствий к дальнейшему уменьшению этих ошибок. Таким образом, не исключено, что в недалеком будущем для согласования расчетов с экспериментальными данными окажется необходимым учитывать вклад слабого взаимодействия.

Аналогичным образом может быть вычислен вклад слабого взаимодействия в сдвиг уровней энергии любой водородоподобной системы. В случае атома водорода этот вклад не представляет интереса из-за большой погрешности теоретических расчетов на основе КЭД. Более интересен случай мюонного водорода (связанное состояние протона и отрицательного мюона). В этом случае необходимо учитывать структуру протона путем введения соответствующих формфакторов [7]. В итоге, используя соотношение (7), получим для сверхтонкого расщепления основного состояния мюонного водорода:

$$\Delta\nu_{\mu p} = \frac{8\sqrt{2}}{\pi} G_F \alpha \frac{m_\mu^3}{m_e} \left(1 + \frac{m_\mu}{m_p}\right)^{-3} \mathrm{R}_\infty \lambda g_A^2,$$

где $\lambda = 1{,}25$ — значение слабого аксиального формфактора протона в нуле. Отсюда получаем $\Delta\nu_{\mu p} = 530$ МГц.

Экспериментальные данные в этом случае пока отсутствуют.

Заметим в заключение, что в работе [8] рассматривался вклад нейтральных токов в спектр водородоподобных атомов с использованием феноменологической модели слабого взаимодействия. Наши расчеты согласуются с результатами этой работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Хриплович И. Б. Несохранение четности в атомных явлениях. М.: Наука, 1981, с. 127—132. [2] Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Квантовые поля. М.: Наука, 1980, с. 247—254. [3] Logunov A. A., Tavkhelidze A. N. Nuovo Cim., 1963, 29, p. 380. [4] Фаустов Р. Н. ЭЧАЯ, 1977, 3, с. 238. [5] Фаустов Р. Н. Связанная система двух частиц в квантовой электродинамике. Препринт ОИЯИ № 8246. Дубна, 1974. [6] Lepage G. P., Yennie D. P. The implication of QED theory for the fundamental constants. CLNS report 81/499, 1981. [7] Тейлор Дж. Калибровочные теории слабых взаимодействий. М.: Мир, 1978, с. 92. [8] Beg M. A. B., Feinberg G. Phys. Rev., 1974, 33, p. 606; 1975, 35, p. 130.

Поступила в редакцию
26.07.82