Проведенный расчет еще раз подтверждает актуальность вопроса о применимости LS-связи для классификации состояний сложной природы в многоэлектронных атомах инертных газов, поднятого в работах [6, 3].

Авторы благодарят сотрудников лаборатории теоретического практикума за интерес к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Balashov V. V. et al. J. Phys. B: Atom. Molec. Phys., 1979, 12, p. 2233. [2] Сенашенко В. С. В кн.: Мат. III ВШФЭАС. Л.: ЛГУ, 1976, с. 163. [3] Страхова С. И., Шакиров В. А. В кн.: Автоионизационные явления в атомах. II. М.: МГУ, 1981, с. 88; Strakhova S. I., Shakirov V. A. Phys. Lett., 1981, 85A, p. 269. [4] Lüke T. M. J. Phys. B: Atom. Molec. Phys., 1978, 11, p. 2457. [5] Балашов В. В. и др. Опт. и спектр., 1970, 28, с. 859. [6] Codling K., Madden R. P., Ederer D. L. Phys. Rev., 1967, 155, p. 26. [7] Fano U. Phys. Rev., 1961, 124, p. 1866. [8] Fano U., Cooper J. W. Phys. Rev., 1965, 137A, p. 1364. [9] Амусья М. Я., Хейфец А. С. В кн.: Автоионизационные явления в атомах. II. М.: Изд-во МГУ, 1981, с. 110.

Поступила в редакцию
06.09.82

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 3

УДК 538.574

К ОБЩЕЙ ТЕОРИИ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

А. Н. Стародумов

(кафедра общей физики и волновых процессов)

Существующие методы решения задач распространения волн в случайно-неоднородных средах (приближение марковского процесса, метод плавных возмущений и др.) дают удовлетворительное описание поля и его моментов при многократном рассеянии вперед, но ограничены различными условиями на линейные размеры флуктуирующей среды, длину волны λ, дисперсию флуктуаций σ^2 и радиус корреляции неоднородностей l. В общей теории многократного рассеяния, опирающейся на суммирование фейнмановских диаграмм, хотя и снимаются данные ограничения, но получение конкретных результатов сопряжено с большими трудностями. Это связано с тем, что входящие в интегральные уравнения Дайсона для среднего поля и Бете—Солпитера для ковариации массовый оператор и оператор интенсивности представляются в виде бесконечных рядов. Суммирование данных рядов реально неосуществимо и о сходимости при сильных флуктуациях ничего не известно. Попытки перейти от уравнений для поля к уравнениям для моментов приводят к зацепляющейся бесконечной системе уравнений [1].

В данной работе предлагается использовать для решения стохастических уравнений метод «интегрирования по траекториям». Этот метод позволяет в явном виде выделить зависимость решения от случайного коэффициента и произвести корректную процедуру статистического усреднения уже на начальном этапе задачи.

Рассмотрим скалярную задачу определения моментов поля точечного источника в безграничной случайно-неоднородной сферически-слоистой среде с $\varepsilon(r)=1+\varepsilon_1(r)$, где $\varepsilon_1(r)$ распределено по нормальному закону и $<\varepsilon_1>=0$. Случайное поле статистически однородно и изотропно в пространстве. Амплитуда поля точечного источника описывается уравнением Гельмгольца, и ее функциональное представление, удовлетворяющее условию излучения, имеет вид [2]:

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{i}{(2\pi)^3} \int_0^\infty d\xi \int D^3 v \int d^3 \varkappa \exp \left\{ i\varkappa(\mathbf{r}-\mathbf{r}') + \right.$$

$$\left. + i\varkappa \int_0^\xi \mathbf{v}_i(\eta)\, d\eta + i \int_0^\xi \frac{v^{2\prime}}{4}(\eta)\, d\eta + ik^2 \xi + ik^2 \int_0^\xi \varepsilon_1 \left(r + \int_{\xi'}^\xi v(\eta)\, d\eta \right) d\xi' \right\}, \tag{1}$$

где

$$D^3 v = \frac{\prod\limits_{\eta=0}^{\xi} d^3 v(\eta)}{\int \prod\limits_{\eta=0}^{\xi} d^3 v(\eta) \exp \left\{ i \int_0^\xi \frac{v^2}{4}(\eta)\, d\eta \right\}}.$$

Используя (1), можно в явном виде получить выражения для моментов любого порядка. В качестве первого шага определим среднее поле точечного источника. Меняя местами операции функционального интегрирования и усреднения и используя нормальный закон распределения $\varepsilon_1(r)$, получим для среднего поля:

$$\langle G(r, r') \rangle = \frac{i}{(2\pi)^3} \int_0^\infty d\xi \int d^3 \varkappa \int D^3 v \exp \left\{ i\varkappa(\mathbf{r}-\mathbf{r}') + ik^2 \xi + \right.$$

$$\left. + i \int_0^\xi \frac{v^2}{4}(\eta)\, d\eta + i\varkappa \int_0^\xi \mathbf{v}(\eta)\, d\eta - \frac{k^4}{2} \int_0^\xi \int_0^\xi B \left(\int_{\xi'}^{\xi''} v(\eta)\, d\eta \right) d\xi'\, d\xi'' \right\}. \tag{2}$$

В замкнутой форме интегралы по траекториям вычисляются только от гауссовских функционалов, поэтому для функций корреляции $B(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ общего вида необходимо использовать приближенное вычисление интегралов типа (2). В случае мелкомасштабных флуктуаций $kl \ll 1$ функцию корреляции можно аппроксимировать δ-функцией:

$$B(r) = \sigma^2 l \delta(r).$$

Перейдем от декартовых координат $v_i(\eta)$ в (2) к сферическим и выполним интегрирование по угловым переменным $\varphi(\eta)$ и $\vartheta(\eta)$, используя определение функционального интеграла [3]:

$$\langle G(r) \rangle = i \int_0^\infty d\xi \int \frac{d^3 \varkappa}{|\varkappa|} e^{i\varkappa r} \int v\, Dv \exp \{ iS[v] \},$$

$$S[v] = \int_0^\xi \frac{v^2}{4}(\eta)\, d\eta + \varkappa \int_0^\xi v(\eta)\, d\eta + \frac{ik^4 \sigma^2 l}{2} \int_0^\xi \frac{d\eta}{v(\eta)} + ik^2 \xi; r' = 0. \tag{3}$$

Интегрирование по переменной $v(\eta)$ в (3) выполним с помощью функционального аналога метода стационарной фазы. Экстремали $v^0(\eta)$ действия $S[v]$ определим из уравнения $\delta S / \delta v(\eta) = 0$. Воспользовавшись условием $\mu = kl\sigma^2 \ll 1$, вычислим v^0, удерживая члены второго порядка по μ:

$$v^0 = -2\varkappa - i\mu \frac{k^3}{4\varkappa\,|\varkappa|} - \mu^2 \frac{k^6}{(4\varkappa^2)^2\varkappa}.$$

Определив значения $S[v^0]$ и $\left.\frac{\delta^2 S}{\delta v(\eta')\ \delta v(\eta'')}\right|_{v(\eta)=v^0(\eta)}$ на экстремалях v^0 и сделав замену переменной $(v-v^0)\left(\frac{\delta^2 S\,[v^0]}{\delta v^0(\eta')\,\delta v^0(\eta'')}\right)^{1/2} = v'$, сведем интеграл по функциональной переменной к нормировочному. Проинтегрировав получившиеся выражения по ξ, перейдем от переменных $\varkappa_i$ к сферическим и выполним интегрирование по угловым переменным. Тогда для среднего поля получим:

$$\langle G(r)\rangle = \frac{i}{(2\pi)^2 r}\int\limits_0^\infty d\varkappa\cdot 2i\,\sin\varkappa r\left(-\varkappa - i\mu\frac{k^3}{8\varkappa\,|\varkappa|} - \mu^2\frac{k^6}{2\,(4\varkappa^2)^2\varkappa}\right)\times$$

$$\times\left[k^2-\varkappa^2+i\mu\frac{k^3}{4\,|\varkappa|}-\mu^2\frac{k^6}{4\,(4\varkappa^2)^2}+(k^2-\varkappa^2)\left(i\frac{\mu k^3}{8\,|\varkappa|^3}+\frac{\mu^2\cdot 3k^6}{(8\varkappa^3)^2}\right)\right]^{-1}. \tag{4}$$

Учитывая четность подынтегральной функции, можно распространить область интегрирования на отрицательную полуось и заменить $2i\sin\varkappa r$ на $e^{i\varkappa r}$. Полюсы функции, стоящей под интегралом в (4), определяются точками $\varkappa_{1,2}=k(1+i\mu/8+\mu^2/32+O(\mu^3))$. Применяя методы теории функций комплексного переменного, получим окончательно:

$$\langle G(r)\rangle = \frac{1}{4\pi r}\exp\{ikr(1+i\mu/8+\mu^2/32)\}. \tag{5}$$

Таким образом, использование функциональной записи решения уравнения Гельмгольца с последующим усреднением и вычислением функционального интеграла методом стационарной фазы позволило устранить трудности, связанные с расцеплением корреляций в уравнениях для моментов. При этом для мелкомасштабных неоднородностей задача свелась к распространению волны в однородной среде с эффективным волновым числом $k_э=k(1+i\mu/8+\mu^2/32)$, где мнимая часть описывает ослабление среднего поля, а действительная добавка — увеличение фазового пути вследствие многократного рассеяния. Так как условие малости накладывается на параметр $\mu=kl\sigma^2$, то для мелкомасштабных флуктуаций выражение (5) справедливо и при сильных флуктуациях среды $\sigma\sim 1$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Барабаненков Ю. Н. и др. УФН, 1970, **102**, с. 3. [2] Фрадкин Е. С. Тр. ФИАН, 1965, **29**, с. 3. [3] Блохинцев Д. И., Барбашов Б. М. УФН, 1972, **106**, с. 593.

Поступила в редакцию
13.09.82