

УДК 535.4

### НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ МНОГОСЛОЙНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЙ

А. Г. Свешников, А. В. Тихонравов, С. А. Яшин

(кафедра математики)

Решение ряда физических проблем приводит к необходимости проектирования (синтеза) многослойных оптических покрытий, обладающих заданными спектральными характеристиками при наклонном падении света. Наиболее интересны случаи, когда требуется получить покрытие с близкими к заданным энергетическими коэффициентами пропускания поляризованного света (в плоскости падения или перпендикулярно к ней) или неполяризованного света, а также когда требуется одновременно приблизить к двум заданным (различным) функциям энергетические коэффициенты пропускания для волн двух поляризаций (в плоскости падения и в перпендикулярной ей плоскости).

Мы рассмотрим задачу проектирования применительно к этим трем случаям. Решать задачу будем в классе слоистых систем, состоящих из однородных диэлектрических слоев с чередующимися показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$ . Такие системы наиболее технологичны и, кроме того, как показывает теоретический анализ, в ряде случаев они являются оптимальными среди возможных типов слоистых покрытий [1]. Слои будем считать непоглощающими, а дисперсию показателей преломления в рассматриваемой частотной области — пренебрежимо малой.

Пусть  $\hat{T}^{TE}(k)$ ,  $\hat{T}^{TM}(k)$ ,  $\hat{T}(k)$  — требуемые энергетические коэффициенты пропускания для  $TE$ -поляризованной волны (электрический вектор перпендикулярен плоскости падения), для  $TM$ -поляризованной волны (магнитный вектор перпендикулярен плоскости падения) и для неполяризованного света,  $[k_1, k_2]$  — частотный интервал, в котором решается задача ( $k$  — волновое число в вакууме).

В соответствии с общим вариационным подходом к задачам проектирования [1] введем функционалы, оценивающие точность решения задачи:

$$F_1 = \int_{k_1}^{k_2} v(k) [T(k) - \hat{T}(k)]^2 dk, \quad (1)$$

$$F_2 = \beta \int_{k_1}^{k_2} v_1(k) [T^{TE}(k) - \hat{T}^{TE}(k)]^2 dk + \\ + (1 - \beta) \int_{k_1}^{k_2} v_2(k) [T^{TM}(k) - \hat{T}^{TM}(k)]^2 dk. \quad (2)$$

Здесь  $T^{TE}(k)$ ,  $T^{TM}(k)$ ,  $T(k)$  — энергетические коэффициенты пропускания слоистого покрытия,  $v(k)$ ,  $v_1(k)$ ,  $v_2(k)$  — весовые функции и  $\beta$  — весовой множитель. При решении задачи синтеза для неполяризованного света используется функционал (1), при синтезе в поляризованном свете — функционал (2) с  $\beta=0$  или  $\beta=1$ , при одновременном задании требуемых характеристик для волн двух поляризаций —

функционал (2) с  $0 < \beta < 1$ . В последнем случае весовой множитель  $\beta$  характеризует взаимное соотношение требований на спектральные характеристики  $TE$ - и  $TM$ -поляризованных волн.

Энергетические коэффициенты пропускания слоистого покрытия определяются по формулам

$$T^{TE(TM)}(k) = \frac{4\rho_0\rho_l}{(\rho_0 m_{11} + \rho_l m_{22})^2 + (\rho_0 \rho_l m_{12} + m_{21})^2}, \quad (3)$$

$$T(k) = \frac{1}{2} [T^{TE}(k) + T^{TM}(k)],$$

где  $m_{ik}$  — элементы характеристической матрицы покрытия, равной произведению характеристических матриц слоев:

$$M^{TE(TM)} = \prod_{j=1}^N \left\| \begin{array}{cc} \cos \alpha_j & -\frac{i}{p_j} \sin \alpha_j \\ -ip_j \sin \alpha_j & \cos \alpha_j \end{array} \right\|. \quad (4)$$

В (4)  $N$  — число слоев покрытия,  $j$  — номер слоя (считая от внешней среды),  $\alpha_j = kn_j d_j \cos \theta_j$  ( $n_j$ ,  $d_j$ ,  $\theta_j$  — показатель преломления, толщина и угол преломления  $j$ -го слоя),  $p_j = n_j \cos \theta_j$  для  $TE$ -поляризованной волны и  $p_j = \cos \theta_j / n_j$  для  $TM$ -поляризованной волны. Индексы 0 и  $l$  относятся соответственно к внешней среде и подложке, для  $TE$ - и  $TM$ -волн  $\rho_0$  и  $\rho_l$  определяются аналогично  $p_j$  ( $\theta_0$  — угол падения света на слоистое покрытие,  $\theta_l$  — угол между направлением прошедшей волны в подложке и нормалью к покрытию). Углы  $\theta_j$  и  $\theta_l$  определяются через  $\theta_0$  из закона Снеллиуса.

Задача проектирования (синтеза) оптических покрытий формулируется как задача отыскания такой слоистой системы, для которой

$$F \leq \delta,$$

где  $F$  — функционал (1) или (2), а  $\delta$  — заданная точность решения задачи. Дополнительным регуляризирующим требованием является требование минимальности числа слоев покрытия. Решение задачи осуществляется методом последовательной регуляризации: последовательно увеличивается число слоев покрытия и при каждом фиксированном  $N_j$  минимизируется функционал  $F_j$ , и так до тех пор, пока не будет достигнута требуемая точность решения  $\delta$ . Поскольку показатели преломления слоев заданы заранее:  $n_1$  у нечетных и  $n_2$  у четных, то при каждом фиксированном  $N$  функционалы (1) или (2) являются функциями  $N$  переменных — толщин слоев покрытия.

Получим аналитические выражения для градиентов функционалов (1), (2), необходимые для построения эффективного алгоритма их минимизации. Обозначим  $M_{ik}^{(j)}$  элементы матрицы  $L_j$  — производной матрицы  $M$  по  $d_j$ :

$$L_j^{TE(TM)} = \frac{\partial M^{TE(TM)}}{\partial d_j} = -kp_j \prod_{i=1}^{j-1} M_i^{TE(TM)} \left\| \begin{array}{cc} \sin \alpha_j & \frac{i}{p_j} \cos \alpha_j \\ ip_j \cos \alpha_j & \sin \alpha_j \end{array} \right\| \prod_{i=j+1}^N M_i^{TE(TM)}. \quad (5)$$

Здесь  $M_i^{TE(TM)}$  — характеристические матрицы отдельных слоев (см. (4)).

Дифференцируя (1) и (2) по  $d_j$ , после несложных преобразований, учитывающих унимодулярность матрицы  $M$ , находим, что

$$\frac{\partial F_1}{\partial d_j} = \int_{k_1}^{k_2} v(k) [T(k) - \hat{T}(k)] [f_j^{TE}(k) + f_j^{TM}(k)] dk, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_2}{\partial d_j} = & 2\beta \int_{k_1}^{k_2} v_1(k) [T^{TE}(k) - \hat{T}^{TE}(k)] f_j^{TE}(k) dk + \\ & + 2(1 - \beta) \int_{k_1}^{k_2} v_2(k) [T^{TM}(k) - \hat{T}^{TM}(k)] f_j^{TM}(k) dk, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$f_j^{TE(TM)}(k) = - \frac{(T^{TE(TM)})^2}{2\rho_0 \rho_l} \{ \rho_0^2 m_{11} l_{11} + \rho_l^2 m_{22} l_{22} + \rho_0^2 \rho_l^2 m_{12} l_{12} + m_{21} l_{21} \}. \quad (8)$$

Формулы (6) — (8) совместно с (5) дают точные аналитические (рекуррентного типа) выражения для составляющих градиентов функционалов (1) и (2). Отметим, что, кроме того, эти формулы позволяют сократить время расчета градиентов по сравнению с временем, затрачиваемым при использовании разностного выражения для градиента, требующего многократного вычисления функционала. Это связано с тем, что элементы входящих в (5) матриц и их произведения фактически уже вычисляются при однократном вычислении самого функционала. Экономия времени счета становится особенно заметной при большом числе слоев системы, т. е. как раз тогда, когда это особенно существенно.

Выражения (5) — (8) были использованы при составлении программ минимизации функционалов (1), (2) для ЭВМ БЭСМ-6. Были составлены три программы: 1) программа синтеза в неполяризованном свете (минимизируется функционал (1)), 2) программа синтеза в поляризованном свете (минимизируется функционал (2) с  $\beta=0$  или  $\beta=1$ ), 3) программа синтеза при одновременном задании характеристик для волн двух поляризацій (минимизируется функционал (2) с  $0 < \beta < 1$ ). Программа 2 выделена из программы 3 в самостоятельную лишь с целью дополнительной экономии времени счета — в ней все величины рассчитываются только для одной поляризации (счет идет по одной из двух ветвей программы) и лишь на последнем этапе, при получении минимизирующего функционала системы, рассчитываются спектральные характеристики для волн обеих поляризацій.

Все три программы могут работать в двух режимах: проводить минимизацию функционалов при заданном начальном приближении или же производить поиск серии локальных минимумов по случайно заданным начальным приближениям с последующим отбором среди них самого глубокого. Второй режим работы используется в том случае, когда среди известных систем нет достаточно «хорошего» начального приближения или же синтез при известных начальных приближениях не приводит к получению удовлетворительного решения задачи синтеза.

Рассмотрим теперь несколько примеров синтеза по разработанным программам.

Синтез по программе 1 (неполяризованный свет). Требовалось получить светоделитель с коэффициентом пропускания  $\hat{T}=0,6$  в

видимой области спектра (4000—7000 Å) и просветляющее покрытие ( $T=1$ ) для этой же области спектра. Угол падения света  $\theta_0=45^\circ$ . Показатели преломления внешней среды и подложки  $n_0=1$  (воздух) и  $n_l=1,52$  (стекло). Используются слои с показателями преломления 2,3 (ZnS) и 1,38 (MgF<sub>2</sub>).

В случае наклонного падения света достаточно хорошо изучены спектральные свойства лишь четвертьволновых зеркал. Поскольку в обоих рассматриваемых случаях эти системы не могут служить хорошим начальным приближением, и в том и в другом случае синтез проводился по программе во втором режиме работы. В первом случае требуемая точность решения была достигнута в классе 6-слойных систем, во втором — 4-слойных. На рис. 1 приведен спектральный коэффициент пропускания полученного светоделителя, на рис. 2 — полученного просветляющего покрытия.

Толщины слоев (считая от возду-

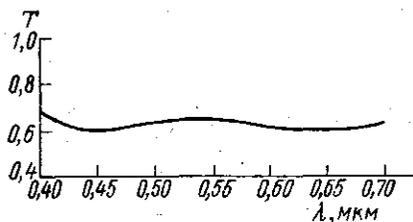


Рис. 1. Кривая пропускания светоделителя

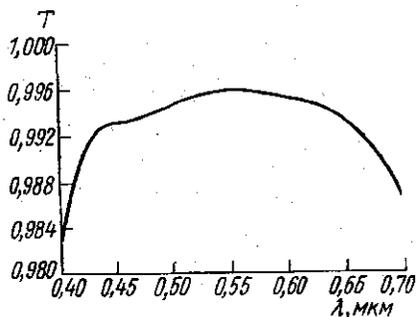


Рис. 2. Кривая пропускания просветляющего покрытия

ха) в Å: 831, 576, 692, 294, 272, 59, 1101, 1264, 366, 150. Показатели преломления слоев светоделителя: нечетных — 2,3, четных — 1,45, слоев просветляющего покрытия: нечетных — 1,38, четных — 2,3. Отметим, что без просветляющего покрытия коэффициент отражения для неполяризованного света от границы воздух — стекло при угле падения  $45^\circ$  составляет более 5%. Синтезированное просветляющее покрытие снижает его до 0,5—1% практически во всей видимой области спектра.

Синтез по программе 2. Синтезировался фильтр для TE-поляризованной волны. Угол падения —  $45^\circ$ . Требовалось получить  $T \sim 1$  в области от 4000 до 6000 Å и  $T \sim 0$  в области от 7000 до 10 000 Å. Показатель преломления подложки  $n_l=1,52$ , нечетных слоев — 2,3, четных — 1,38. Синтез проводился при заданном начальном приближении, в качестве которого использовалось 15-слойное четвертьволновое зеркало с центральной длиной волны (в нормально падающем свете)  $\lambda_0=10\,000$  Å. Спектральная кривая пропускания синтезированного покрытия приведена на рис. 3, толщины слоев в Å имеют следующие значения: 1020, 1553, 937, 1651, 987, 1855, 993, 1800, 914, 1746, 919, 1805, 974, 1888, 1078.

Синтез по программе 3. Ставилась задача получения поляризатора наклонно падающего света (угол падения  $60^\circ$ ) на одной фиксированной длине волны. Известно, что при отклонении угла падения от нормального области высокого отражения четвертьволновых зеркал для волн различных поляризаций сдвигаются в коротковолновую область спектра на различную величину. Поэтому можно найти такую точку спектра, в которой  $T_{TE} \sim 0$ , а  $T_{TM} \sim 1$ . Это обеспечивает

поляризационный эффект. Однако условие  $T^{TE} \sim 0$ ,  $T^{TM} \sim 1$  нарушается даже при небольшом изменении длины волны. Поскольку в реальной ситуации наблюдаются небольшие флуктуации длины волны падающего света и, кроме того, даже небольшие погрешности в толщинах напыляемых слоев приводят к смещению спектральных характеристик, четвертьволновые зеркала на практике не могут быть использованы для создания поляризаторов. Чтобы устранить влияние отмеченных выше факторов на поляризационные свойства покрытия, необходимо обеспечить выполнение условия  $T^{TE} \sim 0$ ,  $T^{TM} \sim 1$  в некоторой окрестности рабочей длины волны. По экспериментальным оцен-

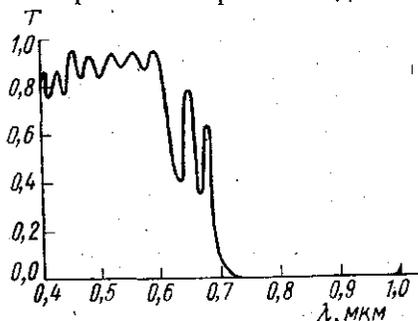


Рис. 3. Кривая пропускания светофильтра

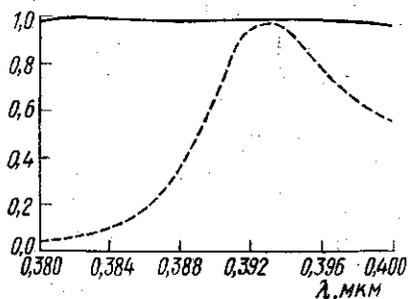


Рис. 4. Кривая пропускания поляризатора

кам относительная ширина этой окрестности должна составлять 4—5% от рабочей длины волны. В связи с этим был проведен синтез покрытия с  $\hat{T}^{TE} \equiv 0$ ,  $\hat{T}^{TM} \equiv 1$  в спектральной области от 0,38 до 0,40 мкм. В качестве начального приближения использовалось 25-слойное четвертьволновое зеркало, спектральный коэффициент пропускания которого для  $TM$ -волны изображен штриховой линией на рис. 4 (коэффициент пропускания для  $TE$ -волны меньше  $10^{-5}$  во всей этой области). Спектральный коэффициент пропускания синтезированного покрытия для  $TM$ -волны изображен на этом же рисунке сплошной линией, толщины слоев в  $\text{Å}$  имеют следующие значения: 394, 680, 336, 681, 380, 711, 427, 725, 432, 718, 413, 708, 401, 708, 411, 718, 431, 725, 430, 714, 386, 683, 336, 677, 383; показатели преломления нечетных слоев равны 2,3, четных — 1,38. Во всей области  $T^{TM} > 0,987$ ,  $T^{TE} < 3 \cdot 10^{-4}$ .

В заключение отметим, что во всех рассмотренных примерах время расчета покрытий не превосходило 5 мин. Эти примеры демонстрируют эффективность разработанных алгоритмов и программ и возможность их использования для проектирования оптических покрытий с разнообразными спектральными свойствами в наклонно падающем свете.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Свешников А. Г., Тихонравов А. В., Яншин С. А. ЖВМ и МФ, 1983, 23, № 4, с. 929. [2] Дмитриев В. И., Ильинский А. С., Свешников А. Г. УФН, 1976, 31, № 6, с. 123.

Поступила в редакцию  
16.11.82