

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Пытьев Ю. П. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1983, 24, № 4, с. 24. [2] Пытьев Ю. П. Матем. сб., 1983, 120, № 2, с. 240. [3] Николаев В. И. и др. ДАН СССР, 1981, 260, № 4, с. 848. [4] Бормот О. В. и др. В кн.: Тез. докл. 11 Всесоюз. совещ. по физ. взаимодействию заряж. частиц с монокристаллами. М.: Изд-во МГУ, 1981.

Поступила в редакцию
17.08.82

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 5

УДК 521.13

К ВОПРОСУ О ВЫБОРЕ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ОРБИТ ДЛЯ ВНЕШНИХ СПУТНИКОВ ЮПИТЕРА

А. А. Орлов, Н. А. Соловая

(ГАИШ)

Введение. Настоящая статья посвящена приложению результатов работы [1] к определению параметров промежуточных орбит внешних спутников Юпитера.

Напомним, что в работе [1] было рассмотрено три варианта промежуточных орбит спутника планеты, движение которого подвержено сильным солнечным возмущениям. В каждом из этих вариантов учитывались наиболее существенные члены гамильтониана задачи, определяющие вековые и долгопериодические возмущения в движении спутников. Различие между вариантами состоит в порядке малости учитываемых членов гамильтониана относительно величины $m = n_2/n_1$, где n_1 — среднее движение спутника, n_2 — среднее движение Солнца вокруг планеты. В первом варианте были учтены члены второго порядка относительно m , во втором варианте — члены второго и третьего порядков и, наконец, в третьем варианте — члены второго, третьего и четвертого порядков.

Таким образом, следует ожидать, что при переходе от первого варианта промежуточной орбиты ко второму и от второго к третьему точность представления движения спутника будет возрастать. С другой стороны, при таких переходах будет все более и более увеличиваться сложность формул, представляющих промежуточное движение. В связи с этим возникает вопрос о выборе оптимального варианта промежуточной орбиты, при котором достигалась бы достаточная точность и наибольшая простота аналитической структуры формул.

Целью настоящей работы является выяснение вопроса о том, насколько велико различие однотипных параметров различных вариантов промежуточных орбит, построенных для какого-либо конкретного спутника, и как изменяются эти различия при переходе от спутников, более близких к планете, к спутникам более далеким. Такое исследование может оказать помощь в выборе оптимального варианта промежуточной орбиты при построении теории движения спутников.

Вычисления, проведенные в настоящей работе, относятся к спутникам Юпитера, имеющим номера с VI по XII. Исходными данными для вычислений послужили элементы орбит этих спутников, приведенные в табл. 1 работы [2]. Для каждого из указанных спутников были вычислены в трех вариантах и сопоставлены друг с другом наибольшие и наименьшие значения эксцентриситетов их оскулирующих орбит в промежуточном движении.

§ 1. Расчетные формулы. Вывод формул был дан в работе [1]. Здесь мы приведем эти формулы в окончательном виде, удобном для расчетов, и сделаем краткие замечания, касающиеся процесса вычислений.

Пусть m_0 , m_1 и m_2 будут соответственно массы Юпитера, спутника и Солнца. Предполагается, что Солнце описывает вокруг Юпитера неизменный кеплеров эллипс, большая полуось которого равна a_2 и эксцентриситет e_2 . Через n_2 обозначим среднее движение Солнца. Наконец, обозначим через a' , e , i , ω элементы оскулирующей орбиты спутника в промежуточном движении: большую полуось, эксцентриситет, наклонность к плоскости движения Солнца и аргумент перигентра. Большая полуось a' в каждом из рассматриваемых вариантов промежуточного движения является константой, а элементы e , i и ω суть функции времени. Их значения в начальный момент обозначим через e_0 , i_0 и ω_0 .

Для сокращения письма положим

$$\begin{aligned} n' &= \sqrt{f(m_0 + m_1)/a'^3}, \quad m' = n_2/n', \\ \gamma &= m_2/(m_0 + m_1 + m_2), \quad \bar{\gamma} = \gamma(1 - e_2^2)^{-3/2}, \\ c &= \cos i, \quad \xi = 1 - e^2, \quad c_2 = c\sqrt{\xi}. \end{aligned}$$

Последнее из этих равенств является интегралом дифференциальных уравнений промежуточного движения, величина c_2 — константа, f — постоянная всемирного тяготения.

Введем еще следующие вспомогательные величины:

$$c_1 = \frac{3}{8} \bar{\gamma} m' (3 + 2e_2^2) c_2, \quad (1)$$

$$c_1' = \frac{3}{128} \bar{\gamma}^2 m'^2 (9 + 22e_2^2), \quad (2)$$

$$c_1'' = \frac{1}{512} \frac{\bar{\gamma}^2}{\gamma} m'^2 (8 + 24e_2^2 + 3e_2^4),$$

$$\begin{aligned} A_2 = & -[(6 + 24c_1 - 32c_1' + 2292c_1'') + (146c_1' + 2436c_1'') \times \\ & \times c_2^2 + (16c_1' - 1848c_1'') \xi_0] (1 - \xi_0) + [(15 + 15c_1 - \\ & - 150c_1' + 2946c_1'') + (200c_1' + 3510c_1'') c_2^2 + (130c_1' - \\ & - 1452c_1'') \xi_0] \xi_0^{-1} (\xi_0 - c_2^2) (1 - \xi_0) \sin^2 \omega^0 + \\ & + (125c_1' - 1845c_1'') \xi_0^{-2} (\xi_0 - c_2^2)^2 \sin^4 \omega_0. \end{aligned} \quad (3)$$

Все эти постоянные величины должны быть вычислены по значениям a' , e_0 , i и ω_0 , заданным для начального момента времени $t = t_0$.

Перейдем теперь к формулам, с помощью которых вычисляются наибольшее и наименьшее значения эксцентриситета оскулирующей орбиты спутника в промежуточном движении. Мы выпишем здесь соотношения, соответствующие третьему, наиболее сложному варианту промежуточной орбиты. Формулы первого и второго вариантов получаются из них как частные случаи.

Воспользуемся уравнениями (4.3) и (4.4) работы [1]. Преобразуя их с помощью соотношений (3.4) той же работы, приходим к двум алгебраическим уравнениям относительно ξ (одно из них второй, а дру-

гое — четвертой степени):

$$8(-2c_1' + 231c_1'')\xi^2 - 2[3(1 + 4c_1) - 6(4c_1' - 345c_1'') + \\ + (73c_1' + 1218c_1'')c_2']\xi + [A_2 + 6(1 + 4c_1) - 4 \times \\ \times (8c_1' - 573c_1'') + 2(73c_1' + 1218c_1'')c_2^2] = 0, \quad (4)$$

$$(-11c_1' + 2241c_1'')\xi^4 + [9(1 - c_1) + 6(3c_1' - 572c_1'') + \\ + 6(29c_1' - 194c_1'')c_2^2]\xi^3 + \{A_2 - 3[3(1 - c_1) + \\ + 5(1 + c_1)c_2^2] + (-7c_1' + 1191c_1'') + 2(-137c_1' + 954c_1'') \times \\ \times c_2^2 - 5(65c_1' + 333c_1'')c_2^4\}\xi^2 + [15(1 + c_1)c_2^2 + \\ + 4(25c_1' - 186c_1'')c_2^3 + 90(5c_1' - 2c_1'')c_2^4]\xi + \\ + 5(-25c_1' + 369c_1'')c_2^4 = 0. \quad (5)$$

Для получения формул первого варианта нужно в соотношениях (3), (4) и (5) положить $c_1 = c_1' = c_1'' = 0$. К формулам второго варианта придем, полагая $c_1' = c_1'' = 0$ и вычисляя c_1 с помощью равенства (1). В этих двух случаях (4) сводится к уравнению первой степени относительно ξ , а (5), после сокращения на ξ , — к квадратному уравнению.

В процессе эволюции эллиптической промежуточной орбиты спутника величина ξ принимает значения, заключенные между двумя корнями уравнений (4) и (5), лежащими внутри интервала

$$0 < \xi < 1. \quad (6)$$

Если величина m' достаточно мала, то в зависимости от знака A_2 может представиться два случая расположения корней уравнений (4) и (5) на этом интервале: а) при $A_2 < 0$ имеются один корень уравнения (4) и один корень уравнения (5), удовлетворяющие условию (6); б) при $A_2 > 0$ уравнение (4) на отрезке (6) корней не имеет, а уравнение (5) имеет внутри него два корня. В первом из этих случаев промежуточная орбита будет «циркулярной» (ее перицентр будет совершать вековое движение), а во втором случае орбита будет «либрационной» (ее перицентр будет совершать колебательные движения около одного из значений $\omega = 90^\circ$ или $\omega = 270^\circ$). В случае циркулярных орбит корень уравнения (5), удовлетворяющий условию (6), равен наименьшему возможному значению $\xi = \xi_{\min}$. Наибольшее возможное значение $\xi = \xi_{\max}$ будет равно корню уравнения (4), удовлетворяющему условию (6). При либрационных орбитах $\xi_{\min}$ и $\xi_{\max}$ определяются корнями уравнения (5), удовлетворяющими условию (6). Определив эти корни, получим наименьшее $e_{\min}$ и наибольшее $e_{\max}$ значения эксцентриситета оскулирующей орбиты спутника в промежуточном движении:

$$e_{\min} = \sqrt{1 - \xi_{\max}}; e_{\max} = \sqrt{1 - \xi_{\min}}. \quad (7)$$

§ 2. Порядок вычислений. Для выполнения вычислений по формулам предыдущего параграфа необходимо располагать следующими исходными данными: массой Юпитера m_0 , спутника m_1 и Солнца m_2 ; элементами орбиты Солнца a_2 и e_2 ; начальными значениями элементов оскулирующей орбиты спутника a' , e_0 , i_0 и ω_0 в промежуточном движении. Массы будем полагать равными: $m_0 = 1/1047,355$, $m_1 = 0$, $m_2 = 1$. Помимо $n_2 = 0,014502196$, $e_2 = 0,04840110$. Значения элементов орбит спутников Юпитера возьмем из табл. 1 работы [2]. Строго говоря, данные этой таблицы перед началом вычислений следовало бы освободить от влияния короткопериодических возмущений. Однако мы не

Таблица 1

N	a	i, °	e	n ₂ /n ₁
VI	0,0767	28	0,158	0,05784
X	0,0783	29	0,107	0,05867
VII	0,0785	28	0,207	0,06002
XII	0,1420	33	0,169	0,14564
XI	0,1510	17	0,207	0,15982
VIII	0,1570	32	0,410	0,17055
IX	0,1580	23	0,275	0,17196

будем этого делать, так как для наших целей большая точность результатов не требуется.

В работе [2] не приводятся необходимые для наших расчетов значения элемента ω_0 . Этот недостаток будет компенсирован естественным предположением о том, что в табл. 1 даны средние значения переменной величины e . Для простоты будем считать, что для орбиты каждого спутника значение e_0 , взятое из табл. 1, определяется равенством

$$e_0 = (e_{\max} + |e_{\min}|)/2. \quad (8)$$

Правая часть равенства зависит от ω_0 через посредство величины A_2 , входящей в коэффициенты уравнений (4) и (5). Решая совместно уравнения (4), (5) и (8), мы найдем величины $\xi_{\max}$, $\xi_{\min}$ и ω_0 , а затем по формулам (7) определим $e_{\max}$ и $e_{\min}$.

Таблица 2

Спутник	Вариант	A_2	$\omega, ^\circ$	$e_{\min}$	$e_{\max}$
VI	1	-0,09906	51,623	0,12849	0,18751
	2	-0,13205	50,492	0,13386	0,18214
	3	-0,13588	50,447	0,13405	0,18195
X	1	-0,04268	53,423	0,08432	0,12968
	2	-0,05844	51,797	0,08881	0,12519
	3	-0,06024	51,738	0,08897	0,12503
VII	1	-0,17305	50,377	0,16983	0,24417
	2	-0,23050	49,339	0,17643	0,23757
	3	-0,23755	49,498	0,17669	0,23731
XI	1	-0,02290	63,610	0,19535	0,21865
	2	-0,05956	45,685	0,17526	0,23874
	3	-0,12667	45,890	0,18708	0,22690
VIII	1	-0,66158	44,432	0,33205	0,48795
	2	-0,17990	38,176	0,27149	0,54851
	3	-0,34180	41,339	0,29941	0,52059
IX	1	-0,36381	46,106	0,24624	0,30376
	2	-0,07297	44,240	0,19656	0,35344
	3	-0,18593	45,600	0,22612	0,32388

Решение системы (4), (5) и (8) отыскивалось методом последовательных приближений. Способ определения ω_0 , использованный в настоящей работе, приводит к разным значениям этой величины для различных вариантов промежуточной орбиты. Это естественно, так как точность формул каждого варианта различна.

§ 3. Результаты вычислений. Результаты расчетов приведены в табл. 2 для VI, X и VII спутников, имеющих прямое движение, и для спутников XI, VIII и IX с обратным движением. В первой строке таблицы указан номер спутника, во второй — номер варианта промежуточной орбиты, в третьей — значение параметра A_2 (его знак характеризует тип орбиты: при $A_2 < 0$ она циркулярная, а при $A_2 > 0$ — либрационная), в четвертой — значение аргумента перицентра орбиты спутника ω , вычисленного при условии (8), в пятой и шестой строках —

минимальное и максимальное значения эксцентриситета оскулирующей орбиты в промежуточном движении.

Выводы. Данные табл. 2 позволяют сделать предварительное заключение о целесообразности или нецелесообразности использования той или иной промежуточной орбиты при построении теории движения внешних спутников Юпитера.

Для спутников, имеющих прямое движение, справедлива следующая закономерность: различия между численными значениями одноименных параметров во втором и третьем вариантах промежуточных орбит на порядок меньше, чем соответствующие различия между данными для первого и второго вариантов. Так, например, расхождения между значениями $e_{\min}$ и $e_{\max}$ для второго и третьего вариантов составляют величину порядка 10^{-4} , а для первого и второго — 10^{-3} . Сравнительно небольшое различие результатов, найденных для второго и третьего вариантов, дает основание надеяться, что уже промежуточная орбита второго варианта окажется пригодной при построении аналитической теории движения внешних спутников Юпитера, имеющих прямое движение, и обращение к более сложному третьему варианту не потребуется.

Иная картина имеет место для спутников с обратным движением. Здесь аналогичные расхождения между результатами, полученными для второго и третьего вариантов, оказываются лишь незначительно меньшими, чем между данными, соответствующими первому и второму вариантам. И в том и в другом случае эти расхождения порядка 10^{-2} , т. е. являются довольно существенными. Поэтому делая заключение о применимости того или иного типа промежуточной орбиты для построения теории движения XI, VIII, IX спутников Юпитера, следует провести дополнительные исследования.

Результаты вычислений для XII спутника мы не приводим, так как для него задача об определении ω при условии (8) имеет решение не для всех вариантов промежуточной орбиты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Орлов А. А., Соловая Н. А. Тр. ГАИШ, 1980, 49, с. 82. [2] Jupiter R. B. Monthly Notices, 1967, 136, N 4, p. 245.

Поступила в редакцию
16.09.82

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 5

УДК 519.673:621.371

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ И КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В АКТИВНОЙ РЕЗОНАНСНОЙ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ

Е. В. Галузо, В. И. Канавец

(кафедра радиофизики СВЧ)

Введение. Линии передачи с нелинейными элементами широко применяются для моделирования волновых процессов в распределенных нелинейных средах [1, 2]. Активные линии, содержащие отрицательные сопротивления, моделируют процессы в средах с усилением колебаний, выявляют специфику генерации в распределенных устройствах [2, 3]. Дискретное расположение элементов в линиях приводит к особенностям в протекании процессов, обусловленным пространственной дисперсией. Колебания в пределах ячеек особенно важны в устройствах с нелиней-