

минимальное и максимальное значения эксцентриситета оскулирующей орбиты в промежуточном движении.

Выводы. Данные табл. 2 позволяют сделать предварительное заключение о целесообразности или нецелесообразности использования той или иной промежуточной орбиты при построении теории движения внешних спутников Юпитера.

Для спутников, имеющих прямое движение, справедлива следующая закономерность: различия между численными значениями одноименных параметров во втором и третьем вариантах промежуточных орбит на порядок меньше, чем соответствующие различия между данными для первого и второго вариантов. Так, например, расхождения между значениями $e_{\min}$ и $e_{\max}$ для второго и третьего вариантов составляют величину порядка 10^{-4} , а для первого и второго — 10^{-3} . Сравнительно небольшое различие результатов, найденных для второго и третьего вариантов, дает основание надеяться, что уже промежуточная орбита второго варианта окажется пригодной при построении аналитической теории движения внешних спутников Юпитера, имеющих прямое движение, и обращение к более сложному третьему варианту не потребуется.

Иная картина имеет место для спутников с обратным движением. Здесь аналогичные расхождения между результатами, полученными для второго и третьего вариантов, оказываются лишь незначительно меньшими, чем между данными, соответствующими первому и второму вариантам. И в том и в другом случае эти расхождения порядка 10^{-2} , т. е. являются довольно существенными. Поэтому делая заключение о применимости того или иного типа промежуточной орбиты для построения теории движения XI, VIII, IX спутников Юпитера, следует провести дополнительные исследования.

Результаты вычислений для XII спутника мы не приводим, так как для него задача об определении ω при условии (8) имеет решение не для всех вариантов промежуточной орбиты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Орлов А. А., Соловая Н. А. Тр. ГАИШ, 1980, 49, с. 82. [2] Jupiter R. B. Monthly Notices, 1967, 136, N 4, p. 245.

Поступила в редакцию
16.09.82

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 5

УДК 519.673:621.371

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ И КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В АКТИВНОЙ РЕЗОНАНСНОЙ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ

Е. В. Галузо, В. И. Канавец

(кафедра радиофизики СВЧ)

Введение. Линии передачи с нелинейными элементами широко применяются для моделирования волновых процессов в распределенных нелинейных средах [1, 2]. Активные линии, содержащие отрицательные сопротивления, моделируют процессы в средах с усилением колебаний, выявляют специфику генерации в распределенных устройствах [2, 3]. Дискретное расположение элементов в линиях приводит к особенностям в протекании процессов, обусловленным пространственной дисперсией. Колебания в пределах ячеек особенно важны в устройствах с нелиней-

ными резонансными элементами. Резонансные линии моделируют процессы в активных средах, состоящих из большого числа осцилляторов [3], служат активными радиотехническими фильтрами [4] и прямыми аналогами протяженных СВЧ-устройств [5].

При рассмотрении генерации интерес представляют режимы взаимной синхронизации автоколебаний, приводящие к подстройке частот и

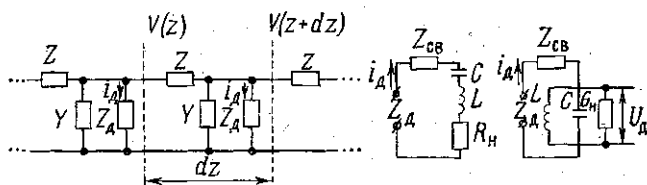


Рис. 1. Одномерная модель активной резонансной среды

сужению спектра выходного сигнала [6—8]. Активная линия моделирует эти процессы, если в элементах выполняются условия самовозбуждения, а каждый автогенератор имеет конечную ширину спектра.

Процессы в дискретных линиях передачи с активными резонансными-

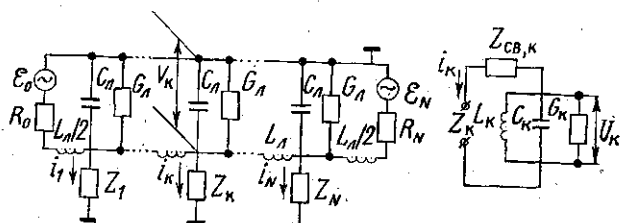


Рис. 2. Схема линии передачи с дополнительными резонансными элементами

ми элементами в общем случае отличаются тесной связью волновых и колебательных явлений, нефиксированной структурой полей и переменным спектром, зависящим от конкретных условий работы устройства. Теоретический анализ процессов требует привлечения методов численного эксперимента, применявшихся ранее при исследовании взаимной синхронизации нескольких связанных через сопротивления автогенераторов [7]. Однако методику [7] следует дополнить учетом запаздывания.

Содержание данной работы относится к разработке методики численного моделирования процессов в активных линиях с резонансными элементами, имеющими малые положительные или отрицательные потери. Сравнение данных теории и эксперимента будет проведено в следующей статье.

1. Проблемы моделирования активной резонансной линии. В достаточно узком частотном интервале волновые и колебательные процессы в системе осцилляторов, находящихся в однородной среде, в одномерном приближении описываются с помощью линий передачи с дополнительными резонансными цепями (рис. 1, 2). Если длина волны гораздо больше размеров ячеек, записывается волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - ZY \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = Z \frac{\partial i_A}{\partial t} \quad (1)$$

где V — падение напряжения на элементе длиной dz , Z и Y — сопротивление и проводимость на единицу длины, i_d — ток через дополнительную резонансную цепь, в общем случае активную. Резонансные цепи содержат нелинейные сопротивления R_H или проводимости G_H :

$$R_H = R_0 + R_1 i_d + R_2 i_d^2 + \dots; G_H = G_0 + G_1 \mathcal{U}_d + G_2 \mathcal{U}_d^2 + \dots \quad (2)$$

Линии без потерь ($R_H=0$, $G_H=0$) проявляют свойства пропускающих или заграждающих фильтров. Введение отрицательных потерь ($R_0<0$, $G_0<0$) приводит к усилению поступающих на вход колебаний и к самовозбуждению системы. В бесконечно длинных линиях часто рассматриваются квазигармонические колебания и волны, существующие при малых потерях и слабом влиянии дисперсии. От них отличаются сложные пространственные образования, обусловленные компенсацией нелинейных эффектов из-за влияния конечных значений дисперсии и потерь (солитоны). В средах конечной длины дополнительно учитывается взаимодействие встречных волн; распределение поля в пространственных образованиях зависит от граничных условий.

Колебательные степени свободы резонансного слоя, его ограниченная протяженность и неоднородность определяются выбором числа звеньев и параметров активной линии. Для дальнейшего анализа ограничимся рассмотрением схемы рис. 2, где резонансный элемент (сопротивление Z_d) представляется в виде дополнительной цепи, соединенной с основной линией посредством активного или реактивного элемента связи $Z_{св}$. Если $Z_{св}$ заменяется малой емкостью $C_{св}$, приходим к эквивалентной схеме лазера с пренебрежимой инерционностью [3]; при $Z_{св}=0$ получаем эквивалентную схему для плазменных колебаний [3]; при $Z_{св}=R_{св}$ — распределенную систему для взаимной синхронизации автогенераторов с шумами, являющуюся развитием схемы с общими потерями работы [7]; при $Z_{св}=L_{св}$ имеем модель активной среды с полностью перемешанными циклотронными орбитами [9].

Для учета пространственной дисперсии и фазовых соотношений принципиален переход от непрерывной к дискретной линии (см. рис. 2). Волновое уравнение (1) преобразуется в дискретную систему:

$$V_{k-1} - 2V_k + V_{k+1} - L_\pi C_\pi \ddot{V}_k - L_\pi G_\pi \dot{V}_k = L_\pi \frac{di_k}{dt}, \quad (3)$$

$$L_k \frac{di_k}{dt} = L_k C_k \ddot{\mathcal{U}}_k + L_k \frac{d}{dt} (G_k \mathcal{U}_k) + \mathcal{U}_k,$$

где в зависимости от вида связи ($C_{св}$, $R_{св}$, $L_{св}$)

$$\frac{di_k}{dt} = C_{св} (\ddot{V}_k - \ddot{\mathcal{U}}_k), \quad \frac{di_k}{dt} = \frac{1}{R_{св}} (\dot{V}_k - \dot{\mathcal{U}}_k), \quad \frac{di_k}{dt} = \frac{1}{L_{св}} (V_k - \mathcal{U}_k). \quad (4)$$

Если активная линия обладает отчетливо выраженными резонансными свойствами, то на частотах вблизи резонанса применимо предположение о медленном изменении во времени амплитуд и фаз колебаний в ячейках. Процессы установления колебаний рассматриваются для усредненных по периоду величин. Решение системы уравнений (2) — (4) для $k=1, 2, \dots, N$ проводится при введении медленно меняющихся амплитуд напряжений $\tilde{V}_k$, $\tilde{\mathcal{U}}_k$:

$$V_k = (\tilde{V}_k e^{i\omega t} + \tilde{V}_k^* e^{-i\omega t})/2, \quad \mathcal{U}_k = (\tilde{\mathcal{U}}_k e^{i\omega t} + \tilde{\mathcal{U}}_k^* e^{-i\omega t})/2. \quad (5)$$

После подстановки (5) в (2) — (4) и усреднения по периоду $T=2\pi/\omega$

получаем систему уравнений для $\tilde{V}_k, \tilde{U}_k$ при различных способах связи:

$$\begin{aligned}\tilde{V}_{k-1} - [2 - \omega^2 L_{\pi} (C_{\pi} + C_{CB}) + i\omega L_{\pi} G_{\pi}] \tilde{V}_k + \tilde{V}_{k+1} = \\ = L_{\pi} C_{CB} (2i\omega \tilde{U}_k - \omega^2 \tilde{U}_k), \\ - \omega^2 C_{CB} \tilde{V}_k = \left[\frac{1}{L_k} - \omega^2 (C_k + C_{CB}) \right] \tilde{U}_k + 2i\omega (C_k + C_{CB}) \dot{\tilde{U}}_k + \\ + i\omega \left(G_{k0} + \frac{3}{4} G_{k2} |\tilde{U}_k|^2 \right) \tilde{U}_k, \\ \tilde{V}_{k-1} - \left[2 - \omega^2 L_{\pi} C_{\pi} + i\omega L_{\pi} \left(G_{\pi} + \frac{1}{R_{CB}} \right) \right] \tilde{V}_k + \tilde{V}_{k+1} = \frac{i\omega L_{\pi}}{R_{CB}} \tilde{U}_k,\end{aligned}\quad (6)$$

$$\begin{aligned}\frac{i\omega \tilde{V}_k}{R_{CB}} = \left(\frac{1}{L_k} - \omega^2 C_k \right) \tilde{U}_k + 2i\omega C_k \dot{\tilde{U}}_k + \\ + i\omega \left(G_{k0} + \frac{1}{R_{CB}} + \frac{3}{4} G_{k2} |\tilde{U}_k|^2 \right) \tilde{U}_k, \\ \tilde{V}_{k-1} - \left[2 - \omega^2 L_{\pi} C_{\pi} + \frac{L_{\pi}}{L_{CB}} + i\omega L_{\pi} G_{\pi} \right] \tilde{V}_k + \tilde{V}_{k+1} = - \frac{L_{\pi}}{L_{CB}} \tilde{U}_k, \\ \frac{\tilde{V}_k}{L_{CB}} = \left[\left(\frac{1}{L_k} + \frac{1}{L_{CB}} \right) - \omega^2 C_k \right] \tilde{U}_k + 2i\omega C_k \dot{\tilde{U}}_k + \\ + i\omega \left(G_{k0} + \frac{3}{4} G_{k2} |\tilde{U}_k|^2 \right) \tilde{U}_k.\end{aligned}$$

Рассмотрим уравнения для медленно меняющихся амплитуд и фаз при конкретной связи через сопротивление. Она приводит к сужению спектральной линии синхронизованных генераторов [7, 8]. Аналогичный вывод делается и при других типах связи.

2. Связь автогенераторов с линией через сопротивления. Система (6) при учете шумовой модуляции и предположении о медленном изменении амплитуд колебаний по сравнению с изменением фаз колебаний в резонансных элементах приводится к виду

$$\tilde{V}_{k-1} - \left[2 - \omega^2 L_{\pi} C_{\pi} + i\omega L_{\pi} \left(G_{\pi} + \frac{1}{R_{CB}} \right) \right] \tilde{V}_k + \tilde{V}_{k+1} = \frac{i\omega L_{\pi}}{R_{CB}} \tilde{U}_k, \quad (7)$$

$$\frac{3}{4} G_{k2} U_k^3 + \left(G_{k0} + \frac{1}{R_{CB}} \right) U_k = \frac{v_k \cos \varphi_k + w_k \sin \varphi_k}{R_{CB}}, \quad (8)$$

$$\dot{\varphi}_k = - \frac{1}{2} + \frac{1}{2\omega^2 C_k L_k} - \frac{v_k \sin \varphi_k - w_k \cos \varphi_k}{\omega C_k R_{CB} U_k} + \xi_k(t), \quad (9)$$

где $\tilde{V}_k = v_k + i w_k$, $\tilde{U}_k = U_k e^{i\varphi_k}$, $\xi_k(t)$ — усредненная по периоду медленно меняющаяся амплитуда белого шума, производящего частотную модуляцию по случайному закону и уширяющего спектр [6—8]. Условия на входе и выходе записываются в виде соотношений

$$(A_{0,N} + iB_{0,N}) \tilde{V}_{1,N} = (1 - iC_{0,N}) \tilde{V}_{2,N-1} + (D_{0,N} + iE_{0,N}), \quad (10)$$

где

$$A_{0,N} = 3 - \omega^2 L_{\pi} C_{\pi} + 2R_{0,N} \left(G_{\pi} + \frac{1}{R_{CB}} \right), \quad B_{0,N} = \omega L_{\pi} \left(G_{\pi} + \frac{1}{R_{CB}} \right) +$$

$$+ 2R_{0,N} \left(\omega C_L - \frac{1}{\omega L_L} \right), \quad C_{0,N} = \frac{2R_{0,N}}{\omega L_L}, \quad D_{0,N} =$$

$$= \pm \left[-2 \cdot \operatorname{Re} \tilde{\mathcal{E}}_{0,N} + 2 \frac{R_{0,N}}{R_{\text{св}}} U_{1,N} \cos \varphi_{1,N} - \frac{\omega L_L}{R_{\text{св}}} U_{1,N} \sin \varphi_{1,N} \right],$$

$$E_{0,N} = \pm \left[-2 \cdot \operatorname{Im} \tilde{\mathcal{E}}_{0,N} + \frac{2R_{0,N}}{R_{\text{св}}} U_{1,N} \sin \varphi_{1,N} + \frac{\omega L_L}{R_{\text{св}}} U_{1,N} \cos \varphi_{1,N} \right],$$

здесь первый индекс и верхний знак относятся к условию на левом конце, а второй индекс и нижний знак — на правом.

В каждый момент времени распределение напряжений в линии определяется методом прогонки [10]. Уравнение (7) представляется в стандартном виде:

$$\tilde{V}_{k-1} - \tilde{C}_k \tilde{V}_k + \tilde{V}_{k+1} = -\tilde{F}_k. \quad (11)$$

Напряжения в соседних ячейках связываются выражениями

$$\tilde{V}_k' = \tilde{\alpha}_{k+1} \tilde{V}_{k+1} + \tilde{\beta}_{k+1}, \quad \tilde{\alpha}_{k+1} = \frac{1}{\tilde{C}_k - \tilde{\alpha}_k}, \quad \tilde{\beta}_{k+1} = \frac{\tilde{\beta}_k + \tilde{F}_k'}{\tilde{C}_k - \tilde{\alpha}_k}. \quad (12)$$

Граничные условия позволяют найти величины $\tilde{\alpha}_2$, $\tilde{\beta}_2$ и $\tilde{V}_N$:

$$\tilde{\alpha}_2 = \frac{1 - iC_0}{A_0 + iB_0}, \quad \tilde{\beta}_2 = \frac{D_0 + iE_0}{A_0 + iB_0}, \quad (13)$$

$$\tilde{V}_N = \frac{\tilde{v} + \tilde{x} \tilde{\beta}_N}{1 - \tilde{x} \tilde{\alpha}_N}, \quad \tilde{v} = \frac{D_N + iE_N}{A_N + iB_N}, \quad \tilde{x} = \frac{1 - iC_N}{A_N + iB_N}. \quad (14)$$

Расчет ведется по схеме: сначала находятся все коэффициенты уравнений (7)–(11), затем по (13) определяются $\tilde{\alpha}_2$ и $\tilde{\beta}_2$ и по рекуррентным соотношениям (12) вычисляются $\tilde{\alpha}_{k+1}$ и $\tilde{\beta}_{k+1}$ при $k \leq N-1$. При $k=N$ по (14) вычисляется $\tilde{V}_N$, а по формулам (12) — все амплитуды $\tilde{V}_k$.

Знание напряжений в линии $\tilde{V}_k$ позволяет с помощью кубического уравнения (8) найти амплитуды колебаний в резонансных контурах. Далее вычисляются φ_k по уравнению (9). Шаг расчета выбирается гораздо больше периода колебаний, но существенно меньше времени установления процесса. В каждый момент времени с помощью генератора случайных чисел задаются значения шумовой модуляции (методика аналогична использованной в работе [7]). Вычисление амплитуд напряжений по формулам (7), (8) и затем фаз автогенераторов φ_k по формуле (9) позволяет рассмотреть установление колебательного и волнового движения во времени.

3. Расчет спектральных характеристик. Для расчета спектральных характеристик ограничимся рассмотрением только фазовых флуктуаций, так как амплитудные флуктуации не размывают спектральную линию колебания, а добавляют к ней пьедестал [6]. Функция корреляции колебания напряжения для стационарного случайного процесса имеет вид

$$\Phi_k(\tau) = A_k^{(0)}(\tau) \cos \omega_0 \tau + A_k^{(1)}(\tau) \sin \omega_0 \tau,$$

где $A_k^{(0)}$ и $A_k^{(1)}$ — соответственно четная и нечетная функции аргумента τ . Для частного случая стационарных значений амплитуд резонанс-

$$A_k^{(0)}(\tau) = \frac{U_{k0}^2}{2} \sum_{q=1}^Q \cos [\varphi_k(t + \tau) - \varphi_k(t)], \quad (15)$$

$$A_k^{(1)}(\tau) = \frac{U_{k0}^2}{2} \sum_{q=1}^Q \sin [\varphi_k(t + \tau) - \varphi_k(t)],$$

где U_{k0} — амплитуда, $\tau = lh$, $t = qh$, Q — общее число шагов расчета, h — шаг расчета по времени. Спектральная плотность мощности в пределах линии колебания разделяется на четную $W_k^{(0)}(\Omega)$ и нечетную $W_k^{(1)}(\Omega)$:

$$W_k(\Omega) = W_k^{(0)}(\Omega) + W_k^{(1)}(\Omega),$$

где

$$W_k^{(0)}(\Omega) = \frac{h}{8\pi} \sum_{l=0}^L A_k^{(0)}(\tau) \cos \Omega \tau, \quad W_k^{(1)}(\Omega) = \frac{h}{8\pi} \sum_{l=0}^L A_k^{(1)}(\tau) \sin \Omega \tau, \quad (16)$$

L — число шагов расчета функции корреляции. В целом расчет спектральных характеристик аналогичен использованному в [7, 8].

В качестве тестовой задачи рассматривалось распространение волны в линии без дополнительных резонансных элементов и при граничных сопротивлениях, не равных волновому. При аналитическом и численном решениях получены данные о стоячих волнах, величины амплитуды и фазы колебаний в ячейках в обоих случаях совпадают. Спектральная часть программы проверялась при расчете функций корреляции и спектральной плотности мощности нескольких автогенераторов, связанных через сопротивления [7]. По (15)–(16) рассчитывались функции корреляции и спектральные плотности мощности: было получено сужение спектра нескольких автогенераторов по сравнению со спектрами свободных, сужение пропорционально их числу [7, 8].

4. Нахождение распределения амплитуд и фаз. Спектр процесса. Данные численной модели соответствовали параметрам радиотехнической линии передачи (см. рис. 2): $C_{\text{л}} = 120$ пФ, $L_{\text{л}} = 9,6$ мкГ, $G_{\text{л}} = 0,147 \cdot 10^{-3}$ Ом $^{-1}$. Линия согласована на концах с помощью сопротивлений, равных волновому:

$$R_0 = R_N = \rho = \sqrt{L_{\text{л}}/C_{\text{л}}}.$$

Связь автогенераторов с линией осуществлялась с помощью сопротивлений или емкостей, расчеты проводились на частотах 0,17–0,32, нормированных на $f_{\text{кр}} = 9,4$ МГц.

Рассмотрим взаимную и принудительную синхронизацию двух автогенераторов с частотами $f_1 = f_2 = 0,24$, $R_{\text{св}} = 2$ кОм, включенных в линию из 10 ячеек. В режиме взаимной синхронизации образуется распределенный генератор и происходит сужение спектра по сравнению со спектром свободного автогенератора ($R_{\text{св}} = \infty$) приблизительно в 2 раза [8] (рис. 3, кривые 1, 2). Под воздействием внешнего сигнала на частоте 0,21 (в пределах полосы синхронизации) спектральная линия сужается дополнительно (см. рис. 3, 3). Степень синхронизации автогенераторов можно также оценить с помощью функций корреляции $A_k^{(0)}(\tau)$ (рис. 4). При уменьшении $R_{\text{св}}$ кривые поднимаются и становятся более пологими.

В активном слое из 7 автогенераторов, настроенных следующим образом: $f_1=f_7=0,24$, $f_2=f_6=0,25$, $f_3=f_5=0,26$, $f_4=0,27$, в линии из 15 ячеек происходит взаимодействие встречных волн. Излучение из слоя мало (рис. 5, 1). Излучение активного слоя, состоящего из двух

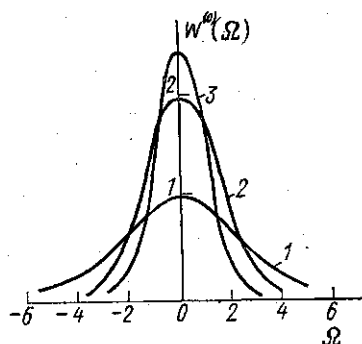


Рис. 3. Синхронизация автогенераторов (АГ) при связи с линией передачи через сопротивление: 1 — спектр свободного АГ, 2 — спектр двух взаимно синхронизированных АГ, $R_{св}=2$ кОм, 3 — спектр двух АГ при синхронизации внешним сигналом

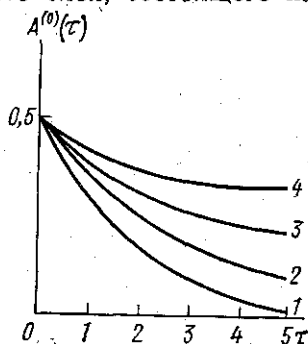


Рис. 4. Функция корреляции двух АГ при различных величинах связи: $R_{св}=\infty$ (1), 20 (2), 6,8 (3) и 2 (4) кОм

автогенераторов, включенных через 5 ячеек ($R_{св}=2$ кОм), представлено кривой 2 на рис. 5. На частоте 0,26 набег фаз на ячейку составляет $\pi/6$, на концах активного слоя сдвиг фаз равен π , т. е. на активном участке колебания складываются, а вне его вычитаются.

Аналогичные результаты получены и при связи автогенераторов с линией через емкости $C_{св}=20-200$ пФ. В системе происходит взаимная синхронизация автоколебаний, однако сужение спектральной линии выражено менее отчетливо.

Рассмотренные режимы реализованы также экспериментально с помощью радиотехнической линии передачи. Таким образом, численная модель позволяет исследовать процессы в нелинейном активном слое, состоящем из большого числа элементов, причем параметры этого слоя, его размеры задаются выбором параметров модели и числом элементов, в данном случае числом звеньев линии передачи. Численная модель может быть использована для расчета распределенных усилителей и генераторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Нелинейные волны. Изв. вузов. Сер. Радиофизика, 1976, 19, № 5—6. [2] Богатырев Ю. К. Импульсные устройства с нелинейными распределенными параметрами. М.: Сов. радио, 1974. [3] Скотт Э. Волны в активных и нелинейных средах в приложениях к электронике. М.: Сов. радио, 1977. [4] Атабеков Г. Н. Основы теории цепей. М.: Энергия, 1969. [5] Голант М. Б., Бобровский Ю. Л. Генера-

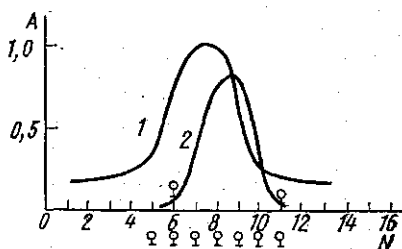


Рис. 5. Излучение активного слоя (A — амплитуда напряжения в линии передачи, N — номер ячейки линии, Φ — ячейка с АГ: слой из семи АГ (1) и из двух АГ, включенных через 5 ячеек (2))

торы СВЧ малой мощности. Вопросы оптимизации параметров. М.: Сов. радио, 1977. [6] Малахов А. Н. Флуктуации в автоколебательных системах. М.: Наука, 1968. [7] Канавец В. И., Стабинис А. Ю. Изв. вузов. Сер. Радиофизика, 1972, 15, № 8, с. 1264. [8] Канавец В. И., Стабинис А. Ю. Радиотехн. и электроника, 1972, 17, № 10, с. 2124. [9] Гапонов А. В., Петелин М. И., Юлпатов В. К. Изв. вузов. Сер. Радиофизика, 1967, 10, № 9—10, с. 1414. [10] Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971.

Поступила в редакцию
27.09.82

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 5

УДК 539.12

«КАРКАСНЫЕ» ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ В МНОГОЧАСТИЧНЫХ ВАРИАЦИОННЫХ РАСЧЕТАХ

П. П. Захаров, Н. Н. Колесников, В. И. Тарасов

(кафедра теоретической физики)

1. Эффективность вариационной процедуры расчета связанных систем многих частиц решающим образом зависит от того, насколько удачно при разложении пробной функции ψ по некоторому базису $\{\varphi_i\}$:

$$\psi = \sum_{i=1}^n C_i \varphi_i \quad (1)$$

найден компромисс между а) общностью разложения (1), б) гибкостью функций φ и в) экономичностью расчета матричных элементов гамильтониана и нормировки. Наибольшая общность и гибкость пробной функции достигается при наличии минимального числа специальных ограничений на ее вид. Однако в этом случае вычислительная процедура, как правило, становится громоздкой, поскольку матричные элементы, сводящиеся к многократным радиальным интегралам (кратности $3A-3$, A — число частиц), приходится оценивать численно, а это требует колоссальных вычислительных затрат (см., например, [1—4]). С другой стороны, в литературе имеются примеры вариационных расчетов, в которых при специальном выборе пробной функции удается частично или полностью рассчитать все средние аналитически, что на несколько порядков сокращает время счета на ЭВМ. При таком подходе, однако, сходимость вариационных оценок не всегда оказывается хорошей, ввиду чего для получения точных результатов может потребоваться учет большого числа членов в (1) (см., например, [5]). Правда, путем введения в базисные функции большого числа нелинейных вариационных параметров удается существенно повысить скорость сходимости оценок энергии [6, 7], однако в случае потенциалов сложной формы (знакопеременных с большой амплитудой, содержащих, в частности, мощное отталкивание на малых расстояниях) сходимость может оказаться недостаточно высокой и при таком подходе.

В качестве примера приведем некоторые результаты трех- и четырехчастичных расчетов с использованием базиса

$$\psi_i = \exp\{-\rho^+ \beta^i \rho\} \equiv \exp\left\{-\sum_{p,q=1}^{A-1} \beta_{pq}^i \rho_p \rho_q\right\}, \quad (2)$$

где ρ — якобиевские координаты, образующие (векторную) матрицу размера $(A-1) \times 1$, а β — матрица размера $(A-1) \times (A-1)$, содер-