

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 538.0

ЭФФЕКТЫ ОТДАЧИ И КВАНТОВЫЕ ПОПРАВКИ
В ПОЛУКЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

И. М. Тернов, В. А. Бордовицын

(кафедра теоретической физики)

Несмотря на то что квантовые поправки к мощности синхротронного излучения электрона известны давно [1] (см. также [2]), их происхождение по-прежнему вызывает интерес [3—5].

Развитие классической теории излучения поляризованных частиц [6] и полуклассический анализ эффектов отдачи позволяют рассмотреть этот вопрос с принципиально иной точки зрения.

Выпишем вначале тензор электромагнитного поля излучения точечной системы «заряд + магнитный момент» (см. [6], 1978):

$$\mathcal{H}^{\mu\nu} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} A^{[\mu} n^{\nu]} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} Q^{[\mu\sigma} n_{\sigma} n^{\nu]}, \quad (1)$$

$$A^{[\mu} n^{\nu]} = -e \frac{V^{[\mu} n^{\nu]}}{R_p V^p}, \quad Q^{[\mu\sigma} n_{\sigma} n^{\nu]} = -c\mu_0 \frac{\Pi^{[\mu\sigma} n_{\sigma} n^{\nu]}}{R_p V^p}.$$

Здесь e — заряд, μ_0 — магнитный момент в системе покоя, $V^{\mu} = \gamma(c, \mathbf{v})$ — четырехмерная скорость, $R^q = (R, \mathbf{R})$ — четырехмерный вектор, связывающий мировые точки частицы и наблюдателя, $n^{\mu} = R^{\mu}/R$, $\Pi^{\mu\nu} = \gamma(\varphi, \boldsymbol{\pi})$ — безразмерный тензор спина, причем $\varphi = [\beta\boldsymbol{\pi}]$, t — время фиксации излучения, квадратные скобки означают коммутатор по соответствующим индексам.

Решения уравнений движения заряда и спина в однородном магнитном поле известны (см. [7] для $g=2$ и $\beta_{\parallel}=0$):

$$\boldsymbol{\beta} = \beta \{\sin \omega t, \cos \omega t, 0\}, \quad \boldsymbol{\pi} = \{\xi_{\perp} (\cos \omega t, -\sin \omega t), \xi_{\parallel}\}.$$

Здесь ξ — вектор спина в системе покоя. Частота прецессии спина в случае $g=2$ совпадает с частотой обращения заряда по окружности $\omega = eH/m_0 c \gamma$.

Единичные векторы наблюдения и компонент линейной поляризации определим соотношениями

$$\mathbf{n} = (0, \cos \psi, \sin \psi), \quad \mathbf{e}_2 = (1, 0, 0), \quad \mathbf{e}_3 = (0, -\sin \psi, \cos \psi).$$

В ультрарелятивистском случае будем иметь ($\omega = c/r$, $\eta^2 = \psi^2 + 1/\gamma^2$)

$$\begin{aligned} v_2 &= c^2 t/r, \quad v_3 = -c\psi, \\ q_2 &= \psi \frac{ct}{r} \xi_{\perp} + \left(\frac{1}{\gamma^2} - \frac{\eta^2}{2} + \frac{c^2 t^2}{2r^2} \right) \xi_{\parallel}, \\ q_3 &= \left(-\frac{\eta^2}{2} + \frac{c^2 t^2}{2r^2} \right) \xi_{\perp} - \psi \frac{ct}{r} \xi_{\parallel}. \end{aligned}$$

Отсюда для фурье-компонент линейной поляризации поля излучения получаем

$$\begin{aligned}\tilde{\mathcal{G}}_2^{\tilde{\omega}} &= -\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{e\tilde{\omega}r}{Rc^2} \eta^2 \left[K_{2/3} - \frac{\mu_0}{ec} \tilde{\omega} \frac{\psi^2}{\eta} K_{1/3} \xi_{\parallel} + i \frac{\mu_0}{ec} \tilde{\omega} \psi K_{2/3} \xi_{\perp} \right], \\ \tilde{\mathcal{G}}_3^{\tilde{\omega}} &= -\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{e\tilde{\omega}r}{Rc^2} \eta^2 \left[i \left(\frac{\psi}{\eta} K_{1/3} - \frac{\mu_0}{ec} \tilde{\omega} \psi K_{2/3} \xi_{\parallel} \right) - \frac{\mu_0}{ec} \tilde{\omega} \eta K_{1/3} \xi_{\perp} \right].\end{aligned}$$

K -функции в этих формулах зависят от аргумента $\tilde{\omega}r\eta^3/3c$.

По общим правилам классической электродинамики в линейном по спину приближении найдем спектрально-угловое распределение излучения:

$$\begin{aligned}dW_i &= \frac{c^2 R^2}{4\pi^2 r} |\tilde{\mathcal{G}}^{\tilde{\omega}}|^2 d\psi d\tilde{\omega} = \\ &= \frac{ce^2}{3\pi^2} \left(\frac{\tilde{\omega}r}{c} \right)^2 \eta^4 \left(K_{2/3}^2 + \frac{\psi^2}{\eta^2} K_{1/3}^2 - 4 \frac{\mu_0}{ec} \tilde{\omega} \frac{\psi^2}{\eta} K_{1/3} K_{2/3} \xi_{\parallel} \right).\end{aligned}\quad (2)$$

Обратим внимание на то, что в этом приближении излучение зависит только от продольной (по полю) составляющей спина $\xi_{\parallel} = \pm 1$.

Введем, далее, параметр отдачи $\varepsilon = \hbar\tilde{\omega}/E'$, где $E' = E - \hbar\tilde{\omega}$ — энергия частицы после излучения кванта $\hbar\tilde{\omega}$. Тогда $\hbar\tilde{\omega} = E\varepsilon/(1+\varepsilon)$ и, следовательно, при малых ε

$$\begin{aligned}dW &= \frac{e^2}{3\pi^2 \hbar^3} \frac{E^3}{a} (1 - 3\varepsilon + 6\varepsilon^2) \varepsilon^2 d\varepsilon \eta^2 d\psi \times \\ &\times [\eta^2 K_{2/3}^2 + \psi^2 K_{1/3}^2 - 2\gamma\varepsilon (1 - 4\varepsilon) \psi^2 \eta K_{1/3} K_{2/3} \xi_{\parallel}].\end{aligned}$$

Заметим, что при отдаче радиус орбиты становится непрерывной функцией параметра ε (спектр сплошной!) и, так как $r = \beta E/eH$, то $r/r' = E/E' = 1 + \varepsilon$.

Фиксируя радиус орбиты, с которой снимается излучение, будем иметь $r = \rho(1 + \varepsilon)$, $\rho = c^2/a$.

Это обстоятельство учтено при выводе формулы (2).

При вычислении мощности излучения следует иметь в виду, что масса спиновой частицы во внешнем поле $H \ll H^* = 4,41 \cdot 10^{13}$ Э определяется выражением (см. [8—9] и др.)

$$M = m_0 \left(1 + \frac{1}{3} \xi \xi_{\parallel} \right), \quad \xi = \frac{3}{2} \frac{H}{H^*} \gamma. \quad (3)$$

Интегрируя в (2) с учетом (3), получим мощность излучения с поправками, вычислявшимися ранее в квантовой электродинамике [10]:

$$W = W^{\text{кл}} \left(1 + \xi \xi_{\parallel} - \frac{55\sqrt{3}}{24} \xi + \frac{56}{3} \xi^2 \right), \quad W^{\text{кл}} = \frac{2}{3} \frac{e^2 a^2}{c^3} \gamma^4.$$

Таким образом, происхождение квантовых поправок становится очевидным: спиновая поправка $\xi \xi_{\parallel}$ связана с излучением поляризованного электрона, поправки $(55\sqrt{3}/24)\xi$ и $(56/3)\xi^2$ появляются вследствие отдачи при излучении заряда. Недостающая здесь квантовая поправка $(8/3)\xi^2$ связана, как известно [11], со спином. Можно показать, что половина этой поправки, соответствующая переходам с переворотом спина [12], получается во втором приближении по спину ($\sim \xi_{\perp}^2$).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Соколов А. А., Клепиков Н. П., Тернов И. М. ЖЭТФ, 1953, 24, с. 249. [2] Schwinger J. Proc. NAS, 1954, 40, p. 132. [3] Jackson J. D. Rev. Mod. Phys., 1976, 48, p. 417. [4] Schwinger J., Wu-yang Tse. Ann. Phys., 1978, 110, p. 63. [5] Соколов А. А. Изв. вузов. Сер. Физика, 1980, № 2, с. 46. [6] Бордовицын В. А. и др. Изв. вузов. Сер. Физика, 1978, № 5, с. 12; 1980, № 5, с. 108; 1982, № 10, с. 33; 1982, № 2, с. 3. [7] Тернов И. М., Бордовицын В. А., Разина Г. К. Изв. вузов. Сер. Физика, 1981, № 1, с. 44. [8] Тернов И. М., Бордовицын В. А. УФН, 1980, 132, с. 345; Ann. Phys., 1982, 42, N 4, p. 295. [9] Бордовицын В. А. Изв. вузов. Сер. Физика, 1982; № 3, с. 106. [10] Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон. М.: Наука, 1974. [11] Матвеев А. Н. ЖЭТФ, 1955, 29, с. 700; 1956, 31, с. 479. [12] Багров В. Г. Канд. дис. М.: МГУ, 1964.

Поступила в редакцию
25.10.82

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 5

УДК 531.5

ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ИНВАРИАНТЫ В ОБОБЩЕННЫХ ТЕОРИЯХ ГРАВИТАЦИИ

В. В. Трефилов, Н. Ф. Нелипа

(НИИЯФ)

1. Как известно [1], в общей теории относительности (ОТО) широко используются два характеристических класса:

$$*\chi = \sqrt{g} \epsilon^{\mu\nu\lambda\rho} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} R_{\mu\nu}^{\alpha\beta} R_{\lambda\rho}^{\gamma\delta} \quad (\text{класс Эйлера}), \quad (1)$$

$$*c_2 = \sqrt{g} \epsilon^{\mu\nu\lambda\rho} R_{\mu\nu\alpha}^{\beta} R_{\lambda\rho\beta}^{\alpha} \quad (\text{класс Чженя}), \quad (2)$$

где $g_{\mu\nu}$ — метрический тензор, $g = |\det \|g_{\mu\nu}\||$, $R_{\mu\nu}^{\beta}$ — тензор кривизны и $\epsilon_{\mu\nu\lambda\rho}$ — тензор Леви—Чевита ($\epsilon_{0123} = \sqrt{g}$).

Существуют также два других класса Чженя:

$$c_{1\mu\nu} = R_{\mu\nu\alpha}^{\alpha}, \quad *(c_1 \wedge c_1) = \sqrt{g} \epsilon^{\mu\nu\lambda\rho} R_{\mu\nu\alpha}^{\alpha} R_{\lambda\rho\beta}^{\beta}. \quad (3)$$

Для теорий со связностями, сохраняющими метрику (в том числе и для ОТО), классы (3) равны нулю.

В общей теории относительности интегралы

$$\int *\chi d^4x, \quad \int *c_2 d^4x \quad (4)$$

не зависят от метрики. Вследствие этого они определяются только топологическим строением пространства-времени [2].

В большинстве обобщений ОТО используется более сложная, чем риманова, геометрическая структура пространства-времени (см., например, [3]). Цель настоящей работы — исследовать, в каких пространствах аффинной связности существуют топологические инварианты, аналогичные (4). Для этого необходимо выяснить, для каких типов связностей вариационные производные от (1), (2) и (3) по независимым переменным $g_{\mu\nu}$ и $\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda}$ тождественно равны нулю.

2. Покажем, что классы Чженя являются полными производными. Тогда равенство нулю их вариационных производных выполняется автоматически. Для этого воспользуемся выражением для тензора кривизны:

$$R_{\mu\nu\alpha}^{\beta} = \Gamma_{\nu\alpha,\mu}^{\beta} - \Gamma_{\mu\alpha,\nu}^{\beta} + \Gamma_{\mu\kappa}^{\beta} \Gamma_{\nu\alpha}^{\kappa} - \Gamma_{\nu\kappa}^{\beta} \Gamma_{\mu\alpha}^{\kappa}.$$