ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 6

УДК 530.12 : 531.51

СПЕКТР МАСС МЕЗОНОВ В ПЯТИМЕРНОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ, ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМА И СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ

А. Д. Попов

(кафедра теоретической физики)

В современной физике сейчас идет процесс становления новых воззрений на природу различных типов взаимодействий и путей их объяснения с единых позиций. Большое внимание уделяется теории большого объединения, теории супергравитации. Исследования в этом направлении ведутся широким фронтом с использованием идей теории калибровочных полей, геометрии расслоенных пространств, суперсимметрий и т. д. Особое место среди них занимают обобщения идей пятимерной единой теории гравитации и электромагнетизма, впервые предложенной в работе Калуцы [1].

Можно утверждать, что к настоящему времени уже построена единая пятимерная теория гравитации и электромагнетизма, во всяком случае сейчас ясны физические возможности этой теории. Существенное место в ней занимает проблема получения наблюдаемых значений масс элементарных частиц. Принципиальная возможность решения этой проблемы путем увеличения размерности многообразия как минимум до шести показана в работах [2, 3]. Кратко изложим основные черты пятимерной теории.

Прежде всего существенным является условие замкнутости пятимерного многообразия по 5-й координате, т. е. топология выбирается вида $V^4 \times S^1$. Как показано в [2—4], требование равенства заряда скалярного поля заряду электрона (т. е. $\pm e$) приводит к тому, что период по 5-й координате (обозначим его T_1) очень мал ($\sim 10^{-30}$ см). Поскольку T_1 много меньше тех расстояний, для которых имеют место стандартные уравнения поля, в [2, 3] было предложено усреднять получающийся в данной пятимерной теории лагранжиан по периоду 5-й координаты. При этом в лагранжиане появляется массовый член, обязанный вторым производным $\chi = (-G_{55})^{3/4}$ по x^5. Он велик — порядка 10^{-6} г (масса планкеона) и может рассматриваться как вклад в массу электромагнитного поля. Для «регуляризации» массы в [2, 3] было предложено ввести 6-е измерение и выбрать топологию шестимерного пространства-времени вида $V^4 \times S^1 \times S^1$. При этом оказывается, что зависимость метрики такого шестимерного многообразия от x^6 не дает вклада в заряд, а дает вклад только в массу скалярного поля, но с другим знаком (так как x^6 — временно-подобна, а x^5 — пространственно-подобна). Особо следует подчеркнуть, что таким образом можно получить любое значение массы, так как период по x^6 (обозначим его T_2), в отличие от T_1, не фиксируется какими-либо условиями (напомним, что период T_1 фиксируется условием равенства заряда скалярного поля $\pm e$).

В [3] была предложена интерпретация заряженного скалярного поля как поля, описывающего заряженную материю. Действительно, переходя к квазиклассическому пределу, т. е. полагая $\psi = \rho^{1/2} \exp(iS/\hbar)$ (ψ связана с $\chi = (-G_{55})^{3/4}$), где S — классическое действие, ρ — плотность вероятности нахождения частицы в области d^3V, и устремляя $\hbar \to 0$, получаем, что обобщенное уравнение Клейна—Гордона—Фока, которому подчиняется рассматриваемое в данной модели поле ψ, переходит в уравнение Гамильтона—Якоби, в правой части уравнений Эйнштейна будет стоять стандартный тензор энергии-импульса электромагнитного поля, а в правой части уравнений Максвелла — стандартный ток.

В данной работе предлагается другая интерпретация вводимых в [2, 3] заряженных и нейтральных скалярных полей, а именно: они понимаются как волновые функции мезонов. При этом для того чтобы нейтральное скалярное поле стало массивным (в отличие от [3]), а заряд его по-прежнему остался равным нулю, возникает необходимость во введении седьмого измерения.

Кроме того, в [2—4] была выбрана простейшая (экспоненциальная) зависимость скалярных полей от x^5 и x^6. Основная же цель данной работы — показать, что, выбрав другой вид зависимости от дополнительных измерений пространства-времени и приняв естественные с физической точки зрения допущения, можно получить дискретный спектр масс, описывающий массы всех известных к настоящему времени мезонов и их резонансов.

Рассматриваем семимерное риманово многообразие с топологией $V^7 = V^4 \times S^1 \times S^1 \times S^1$. Выберем его метрический тензор в виде

$$
{}^7G_{AB} = \chi^{4/5} \begin{pmatrix} g_{\mu\nu} - \frac{4k}{c^4} A_\mu A_\nu & \frac{2\sqrt{k}}{c^2} A_\mu & 0 & 0 \\ \frac{2\sqrt{k}}{c^2} A_\nu & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},
$$

где $g_{\mu\nu}$ — метрический тензор четырехмерного риманова пространства, A_μ — вектор электромагнитного потенциала, k — постоянная Ньютона, χ — конформный фактор, а индексы A, B пробегают значения 0, 1, 2, 3, 5, 6, 7.

В качестве плотности функции Лагранжа выберем плотность семимерной скалярной кривизны ${}^7L = (-G)^{1/2}\, {}^7R$. Произведя процедуры конформного преобразования и 4+1+1+1 расщепления, получим:

$$
{}^7L = (-G)^{1/2} \times {}^7R = (-g)^{1/2} \left\{ \chi^2 \left[{}^4R + \frac{k}{c^4} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \right] - \right.
$$

$$
\left. - \frac{24}{5} g^{\mu\nu} \chi \nabla^+_\mu \nabla^+_\nu \chi + \frac{24}{5} (\chi\chi_{,5,5} - \chi\chi_{,6,6} + \chi\chi_{,7,7}) \right\},
$$

где ${}^4R$ — четырехмерная скалярная кривизна, построенная из $g_{\mu\nu}$, $g = \det\|g_{\mu\nu}\|$, а $\nabla^+_\mu = \nabla_\mu + \frac{2\sqrt{k}}{c^2} A_\mu \frac{\partial}{\partial x^5}$ (∇_μ — обычная ковариантная производная относительно $g_{\mu\nu}$).

Периоды по x^5 и x^7 полагаем равными T_1, а по x^6 T_2. В [2—4] показано, что величина T_1 (а следовательно, и T_2, так как мы потребуем, чтобы массовые члены были порядка масс элементарных частиц) очень мала ($\sim 10^{-30}$ см). Поэтому естественно считать, что обычно мы имеем дело с лагранжианом, усредненным по x^5, x^6 и x^7:

$$
{}^4L(x^\mu) = \int_0^{T_1} \int_0^{T_2} \int_0^{T_1} dx^5 dx^6 dx^7\, {}^7L(x^\mu, x^5, x^6, x^7),
$$

где ${}^4L(x^\mu)$ — обычная четырехмерная лагранжева плотность.

Выберем конформный фактор χ в виде

$$\chi = 1 + ib_1\Phi(x^A) + ib_2\psi_0(x^A) + b_3\psi(x^A) - b_3\psi^*(x^A).$$

Считая, что переменные x^μ и x^5, x^6, x^7 разделяются, перепишем χ в виде $\chi = 1 + ib_1\Phi(x^\mu) f_1(x^5, x^6, x^7) + ib_2\psi_0(x^\mu) f_3(x^5, x^6, x^7) + b_3\psi(x^\mu) f_3(x^5, x^6, x^7) - b_3\psi^*(x^\mu) f_3^*(x^5, x^6, x^7)$, где звездочка означает комплексное сопряжение.

Интерпретация введенных функций $\Phi(x^\mu)$, $\psi_0(x^\mu)$, $\psi(x^\mu)$, $\psi^*(x^\mu)$ такова: считаем, что $\Phi(x^\mu)$ описывает нейтральные мезоны с изотопическим спином $I=0$ (т. е. синглеты), а $\psi_0(x^\mu)$, $\psi(x^\mu)$, $\psi^*(x^\mu)$ описывают либо триплеты (если $b_2=b_3$), либо дублеты (если $b_2=\sqrt{2}b_3$) мезонов. Здесь $\psi_0(x^\mu)$ — нейтральная компонента триплета (дублета), а b_1, b_2, b_3 — постоянные нормировочные множители, так как размерность волновых функций Φ, ψ_0, ψ, ψ^* равна $l^{-3/2}$.

Функции f_1, f_2, f_3 выберем так, чтобы после операции усреднения в лагранжевой плотности ${}^4L(x^\mu)$ не было перекрестных членов вида $\Phi\psi$, $\Phi\partial_\mu\psi$, $\psi_0\partial_\mu\psi$, $\psi_0\psi$, $\psi_0\psi^*$, $\psi\partial_\mu\psi$, $\psi^*\partial_\mu\psi^*$, $\Phi\psi_0$, т. е. чтобы поля $\Phi(x^\mu)$, $\psi_0(x^\mu)$, $\psi(x^\mu)$, $\psi^*(x^\mu)$ взаимодействовали с гравитационным и электромагнитным полями (ψ и ψ^*), но не взаимодействовали между собой. Положим

$$f_1 = \frac{2}{T_1\sqrt{T_2}} \cos\frac{2\pi}{T_1}(n+4)\,x^7\cdot\cos\frac{2\pi}{T_2}(n+4)\,x^6,$$

$$f_2 = \frac{2}{T_1\sqrt{T_2}} \cos\frac{2\pi}{T_1}(n+1)\,x^7\cdot\cos\frac{2\pi}{T_2}(n+1)\,x^6, \tag{1}$$

$$f_3 = \frac{2}{T_1\sqrt{T_2}} \exp\left(-i\frac{2\pi}{T_1}x^5\right)\cdot\cos\frac{2\pi}{T_1}nx^5 \exp\left(-i\frac{2\pi}{T_2}x^6\right)\cdot\cos\frac{2\pi}{T_2}nx^6,$$

где $\frac{2}{T_1\sqrt{T_2}}$ — нормировочный множитель, а n принимает значения 0, 2, 3, 4, 5,... (при $n=1$ будут перекрестные члены, а мы постулировали, что их не должно быть, следовательно, $n\neq 1$).

Усреднив по x^5, x^6, x^7 и наложив требование, что заряд заряженного скалярного поля ψ, ψ^* равен $\pm e$, получим, что $T_1=4\pi\sqrt{k}\hbar/(ec)$. Лагранжева плотность ${}^4L(x^\mu)$ после усреднения ${}^7L(x^A)$ с выбранной зависимостью от x^5, x^6, x^7 вида (1) выглядит так:

$$\begin{aligned} {}^4L(x^\mu) = \sqrt{-g}\,\Bigg\{&(1 - b_1^2\Phi_n^2 - b_2^2\psi_{0_n}^2 - 2b_3^2\psi_n\psi_n^*)\left({}^4R + \frac{k}{c^4}F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta}\right) - \\ &- \frac{24}{5}b_1^2\left(g^{\mu\nu}\partial_\mu\Phi_n\partial_\nu\Phi_n - \left(\frac{4\pi^2}{T_1^2} - \frac{4\pi^2}{T_2^2}\right)(n+4)^2\Phi_n^2\right) - \\ &- \frac{24}{5}\left[2b_3^2\left(g^{\mu\nu}\partial_\mu^+\psi_n^*\partial_\nu^-\psi_n - \left(\frac{4\pi^2}{T_1^2} - \frac{4\pi^2}{T_2^2}\right)(1+n^2)\,\psi_n^*\psi_n\right) + \right. \\ &\left. + b_2^2\left(g^{\mu\nu}\partial_\mu\psi_{0n}\partial_\nu\psi_{0n} - \left(\frac{4\pi^2}{T_1^2} - \frac{4\pi^2}{T_2^2}\right)(1+n)^2\,\psi_{0_n}^2\right)\right]\Bigg\}, \end{aligned} \tag{2}$$

где $\partial_\mu^\pm \equiv \partial_\mu \pm i(e/\hbar c)A_\mu$, $\partial_\mu \equiv \partial/\partial x^\mu$.

Как показано в [3], постоянный размерный коэффициент b_3 находится из сопоставления получающихся из лагранжевой плотности (2) уравнений Максвелла со стандартными:

$$b_3^2 = \frac{5}{48}\varkappa\frac{\hbar^2}{m_{\psi_n}}.$$

Таблица 1

Мезоны с $I=1$ и $1/2$							
Экспериментальное значение массы (МэВ)	Теоретически предсказанная масса	n	Относительная ошибка (%)	Экспериментальное значение массы (МэВ)	Теоретически предсказанная масса	n	Относительная ошибка (%)
1. π 137,286	137,286	0	0	16. ρ' ~1600	1583	11	<1
2. ?	350	2		17. A_3 1660(10)	1675	—	<1
3. K 495,7	495	3	<0,5	18. g 1700(20)	1720	12	<1,5
4. ?	622	4		19. K_2^* 1785(6)	1769	—	<1
5. ρ 776(3)	764,4	5	<2	20. L 1600—2000?	1817	—	
6. K^* 895(4)	900	6	<2	21. D 1865,7	1864	13	0
7. A_1' 1040(13)	1036	7	<0,5	22. F ~1970	1952	—	<1
8. M 1150—1170?	1172	8	<2	23. D^* 2007	1994	14	<1
9. B 1231(10)	1220	—	<1	24. K_h ~2060	2041	—	<1
10. A_1'' 1280(40)	1265	—	<1,5	25. F^* ~2140	2131	15	<0,5
11. Q_1 ~1280	1280	—	0	26. X_1 2307(6)	2268	16	<2
12. A_2 1310(5)	1309,6	9	0	27. ?	2405	17	
13. Q_2 ~1400	1402	—	0	.	.	.	
14. K_1^* 1434(5)	1446	10	<1	.	.	.	
15. $\varkappa$ ~1500	1493	—	<1	.	.	.	

Примечание. Знак «—» в столбце значений n указывает на то, что масса частицы вычисляется по формуле (5).

$$m_B = (\sin^2\theta \cdot m_9^2 + \cos^2\theta \cdot m_8^2)^{1/2} = 1220$$
$$m_{A_1''} = (\sin^2\theta \cdot m_8^2 + \cos^2\theta \cdot m_9^2)^{1/2} = 1265$$
$$m_{Q_1} = (\sin^2\theta \cdot m_9^2 + \cos^2\theta \cdot m_{A_1''}^2)^{1/2} = 1280$$
$$m_{Q_2} = (\sin^2\theta \cdot m_9^2 + \cos^2\theta \cdot m_{10}^2)^{1/2} = 1402$$
$$m_{\varkappa} = (\sin^2\theta \cdot m_{11}^2 + \cos^2\theta \cdot m_{10}^2)^{1/2} = 1493$$
$$m_{A_3} = (\sin^2\theta \cdot m_{11}^2 + \cos^2\theta \cdot m_{12}^2)^{1/2} = 1675$$
$$m_{K_2^*} = (\sin^2\theta \cdot m_{13}^2 + \cos^2\theta \cdot m_{12}^2)^{1/2} = 1769$$
$$m_L = (\sin^2\theta \cdot m_{12}^2 + \cos^2\theta \cdot m_{13}^2)^{1/2} = 1817$$
$$m_F = (\sin^2\theta \cdot m_{13}^2 + \cos^2\theta \cdot m_{14}^2)^{1/2} = 1952$$
$$m_{K_h} = (\sin^2\theta \cdot m_{15}^2 + \cos^2\theta \cdot m_{14}^2)^{1/2} = 2041$$

Сделаем естественные с физической точки зрения допущения. Во-первых, не будем различать триплет и дублет мезонов, так как, выбирая $b_1=b_2=b_3$, получим лагранжиан, описывающий синглет и триплет (см. [5]), где ψ соответствует отрицательно заряженной компоненте триплета, а полагая $b_1=b_2=\sqrt{2}b_3$, имеем лагранжиан, описывающий синглет и дублет. Во-вторых, при $n=0$ получаем $m_{\psi_0}=m_\psi=m_{\psi^*}$, поэтому и в состояниях, соответствующих $n\neq0$, не будем учитывать зарядовое расщепление, т. е. состояния $\psi_n{}^0$ и ψ_n в триплете (дублете) будем считать равновероятными и описывать функцией $\widetilde{\psi}_n\equiv$

Таблица 2

Мезоны с $I = 0$

Экспериментальное значение массы (МэВ)	Теоретически предсказанная масса	n	Относительная ошибка (%)	Экспериментальное значение массы (МэВ)	Теоретически предсказанная масса	n	Относительная ошибка (%)
1. η 549	549	0	0	20. X' 1900—3600	2745	16	
2. ω 783	823	2	<5	21. X'' 2830?	2883	17	
3. η' 958	961	3	$<0{,}5$	22. η_c 2984	2975	—	<1
4. S^* $\sim$981(10)	1008	—	<3	23. J/ψ 3097(1)	3020	18	<3
5. φ 1020	1054	—	<4	24. $N\bar{N}$ 1400—3600?	3158	19	
6. η_N 1080	1098	4	<2	25. X''' 3400?	3295	20	
7. f 1270	1236	5	<3	26. χ 3414(4)	3432	21	<1
8. D 1284(9)	1283	—	$<0{,}5$	27. χ' 3507(4)	3524	—	<1
9. ε 1300	1329	—	<3	28. χ'' 3551(4)	3569	22	<1
10. E 1418(10)	1373	6	<4	29. η_c' 3592	3615	—	<1
11. f' 1516(12)	1510	7	$<0{,}5$	30. ψ 3685	3706	23	<1
12. ω' 1666(5)	1647	8	<1	31. ψ' 3770	3844	24	<2
13. X $\sim$1690?	1784	9	<6	32. ψ'' 4030(5)	3981	25	<1
14. S 1935	1922	10	<1	33. ψ''' 4159(20)	4118	26	<1
15. h 2040(20)	2059	11	<1	34. ?	4256	27	
16. TO $\sim$2150	2197	12	<3	35. ψ'''' 4415	4393	28	<1
17. UO $\sim$2350	2334	13	<1	36. ?	4530	29	
18. X_1 2200?	2471	14		.	.	.	
19. e^+e^- 1100—3100?	2608	15		.	.	.	
				.	.	.	

Примечание. Знак (?) около массы частицы означает, что точное значение массы пока не известно (см. [6]).

$$m_{S^*} = (\sin^2\theta \cdot m_4^2 + \cos^2\theta \cdot m_3^2)^{1/2} = 1008$$
$$m_\varphi = (\sin^2\theta \cdot m_3^2 + \cos^2\theta \cdot m_4^2)^{1/2} = 1054$$
$$m_D = (\sin^2\theta \cdot m_6^2 + \cos^2\theta \cdot m_5^2)^{1/2} = 1283$$
$$m_\varepsilon = (\sin^2\theta \cdot m_5^2 + \cos^2\theta \cdot m_6^2)^{1/2} = 1329$$
$$m_{\eta_c} = (\sin^2\theta \cdot m_{17}^2 + \cos^2\theta \cdot m_{18}^2)^{1/2} = 2975$$
$$m_{\chi'} = (\sin^2\theta \cdot m_{21}^2 + \cos^2\theta \cdot m_{22}^2)^{1/2} = 3524$$
$$m_{\eta_c'} = (\sin^2\theta \cdot m_{23}^2 + \cos^2\theta \cdot m_{22}^2)^{1/2} = 3615$$

$\equiv (2)^{-1/2}\psi_n^0 + (2)^{-1/2}\psi_n$, следовательно, «средняя» масса триплета (дублета) мезонов будет равна

$$m_{\tilde{\Psi}_n} = m_{\tilde{\Psi}_0}\left(\frac{1+n^2}{2} + \frac{(1+n)^2}{2}\right)^{1/2}. \tag{3}$$

За начальную массу $m_{\tilde{\Psi}_0}$ (в МэВ) выберем среднеквадратичную массу от m_{π^0} и m_{π^-} (что соответствует формуле (3)):

$$m_{\tilde{\Psi}_0} c^2 = \left(\frac{m_{\pi_0}^2 + m_{\pi^-}^2}{2}\right)^{1/2} c^2 \cong 137{,}286 \text{ МэВ}.$$

Но $m^2_{\tilde{\Psi}_0}\frac{c^2}{\hbar^2}=\left(\frac{e^2c^2}{4k\hbar^2}-\frac{4\pi^2}{T_2^2}\right)$, следовательно, по массе $m_{\tilde{\Psi}_0}$ фиксируется значение периода T_2:

$$\frac{4\pi^2}{T_2^2}=\frac{e^2c^2}{4k\hbar^2}-m^2_{\tilde{\Psi}_0}\frac{c^2}{\hbar^2}.$$

Необходимо отметить, что если не делать усреднения по заряду (формула (3)), то согласие с экспериментальными данными для триплетов (дублетов) мезонов будет хуже по сравнению с вычисленными по формуле (2).

Массы нейтральных синглетных состояний (в МэВ) даются формулой (см. (2))

$$m_{\Phi_n}=\left(\frac{e^2c^2}{4k\hbar^2}-\frac{4\pi^2}{T_2^2}\right)^{1/2}(n+4)=137{,}286\,(n+4)\ \text{МэВ}. \qquad (4)$$

Третье допущение состоит в следующем: если какой-либо частице не соответствует никакое m_n, то описывающая ее волновая функция f не является собственной функцией, но является суперпозицией двух соседних собственных функций (если $m_n<m_f<m_{n+1}$):

$$f=\cos\theta\cdot f_n+\sin\theta\cdot f_{n+1}$$

либо

$$f=\sin\theta\cdot f_n+\cos\theta\cdot f_{n+1},$$

а следовательно,

$$m_f{}^2=(\cos^2\theta\cdot m_n{}^2+\sin^2\theta\cdot m^2{}_{n+1})^{1/2} \qquad (5)$$

либо

$$m_f{}^2=(\sin^2\theta\cdot m_n{}^2+\cos^2\theta\cdot m^2{}_{n+1})^{1/2},$$

где θ — угол смешивания, чаще всего используемый в кварковой спектроскопии мезонов. Он дается формулами: $\cos\theta=\sqrt{2/3}$, $\sin\theta=\sqrt{1/3}$.

Вычисленные по формулам (3) и (4) с применением (5) теоретические значения масс сведены в табл. 1, 2 вместе с экспериментальными их значениями. Экспериментальные данные и обозначения взяты из обзора [6] с дополнениями из более позднего обзора [7].

Таким образом, в рамках единой теории гравитации, электромагнетизма и скалярного поля можно с помощью привлечения дополнительных измерений пространства-времени получить массовые формулы, с большой точностью описывающие спектр масс всех известных в настоящее время мезонов. Кроме этого, согласно формулам (3) и (4), предсказываются мезоны с массами, лежащими выше известных к данному моменту времени, так как для квантового числа n нет ограничения сверху.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Калуца Т. В кн.: Альберт Эйнштейн и теория гравитации. М.: Мир, 1979, с. 529. [2] Попов А. Д. В кн.: Исследования по классической и квантовой теории гравитации. Днепропетровск, 1983, с. 21. [3] Владимиров Ю. С. Системы отсчета в теории гравитации. М.: Энергоиздат, 1982. [4] Владимиров Ю. С., Попов А. Д. В кн.: Проблемы теории гравитации и элементарных частиц. Вып. 13. М.: Атомиздат, 1982, с. 67. [5] Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1976. [6] Keelly R. L., Horne C. P. et al. Rev. Mod. Phys., 1980, 52, N 2, part II, p. 1. [7] Филиппов А. Т. УФН, 1982, 137, с. 201.

Поступила в редакцию
10.02.83