которых наблюдается «неограниченный» рост тока при пробое [8] (вертикальный участок ВАХ), как видно из рис. 1, *а*, согласуются с экспериментальными, что подтверждает правильность полученных результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Gelmont B. L. Lect. Notes. Phys., 1980, **133**, p. 371. [2] Nimtz G. et al. Phys. Rev. B, 1974, **10**, p. 3302. [3] Кобызев В. Н., Тагер А. С. Письма в ЖЭТФ, 1971, **14**, № 3, с. 164. [4] Mc Groddy J. C., Nathan M. I. J. Phys. Soc. Japan (Suppl.), 1966, **21**, p. 437. [5] Кроткус А., Плитникас А. ФТП, 1979, **13**, № 6, с. 1230. [6] Weiler M. H. In: Semiconductors and semimetals. N. Y.—L., 1981, **16**, p. 119—191. [7] Даргис А. Ю., Седракян Р. Г., Ашмонтас С. П. Лит. физ. сборник, 1977, **17**, № 2, с. 189. [8] Келдыш Л. В. ЖЭТФ, 1959, **37**, № 3(9), с. 713.

Поступила в редакцию
22.03.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 6

УДК 538.3 : 530.145

МАССОВЫЙ ОПЕРАТОР: ОДНОЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ПОЛЕВАЯ АСИМПТОТИКА

Ю. М. Лоскутов, В. В. Скобелев

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Ранее нами было показано [1], что в рамках «двумерного приближения» (ДП) КЭД, дающего двумерно-ковариантное описание квантовоэлектродинамических систем в сверхсильных ($B \gg B_0 = m^2/e_0 = 4{,}41 \cdot 10^{13}$ Гс) магнитных полях, диаграммы радужного типа с «голыми» фотонными линиями приводят к дважды логарифмической асимптотике по полю массового оператора электрона. Диаграммы с топологически иной структурой внутренних фотонных линий дают снижение степени $\ln \xi \gg 1$ ($\xi \equiv B/B_0$) в каждом порядке теории возмущений и, следовательно, могут быть отброшены при суммировании по α. Там же было указано, что суммирование петлевых вкладов в одну внутреннюю фотонную линию приводит в итоге к зависимости логарифмического типа, хотя в отдельном порядке по α такой диаграмме соответствует фактор $\xi^n \gg 1$ (n — число петель).

Целью настоящей заметки является уточнение области применимости дважды логарифмической асимптотики массового оператора (на самом деле она оказывается ограниченной сверху) и нахождение «истинной» асимптотики за пределами указанной области. Результат работы [1] при таком подходе получается как частный случай.

Оба вышеуказанных типа диаграмм с «голыми» фотонными линиями, с одной стороны, и с произвольным числом петлевых вставок во внутреннюю фотонную линию — с другой, можно описать единым образом (по-прежнему принимая во внимание только радужные диаграммы), если внутренней фотонной линии сопоставить пропагатор (в специальной калибровке)

$$D_{\mu\nu}(q) = g_{\mu\nu} \cdot \frac{4\pi}{q^2 - q_\perp^2} \left[1 - \exp\left(-\frac{q_\perp^2}{2\gamma}\right) \frac{P_R(q^2)}{q^2 - q_\perp^2}\right]^{-1}. \qquad (1)$$

Здесь $q^2 = q_0^2 - q_3^2$ (ось 3 параллельна полю), $\gamma = |eB|$, $q_\perp^2 = q_1^2 + q_2^2$ — квадрат поперечного импульса виртуального фотона, $P_R(q^2)$ — регуляризованный поляризационный оператор фотона в ДП, вычисленный в основном порядке по α в работах [2, 3]. Тогда вклад радужных диаграмм с n «жирными» фотонными линиями в массовый оператор задается следующим двумерно-ковариантным выражением (см. также [1]):

$$M_n(p) = \left(-\frac{i\alpha}{4\pi^2}\right)^n \prod_{j=1}^{n} \left[\int d^2 q_j \int_0^{\infty} \frac{d q^2_{\perp j} \exp(-q^2_{\perp j}/2\gamma)}{q_j^2 - q^2_{\perp j} - P_R(q^2)\exp(-q^2_{\perp j}/2\gamma)}\right] \times$$

$$\times \tilde{\gamma}^{\nu_1} \frac{\breve{p} + \breve{q}_1 + m}{(p+q_1)^2 - m^2} \tilde{\gamma}^{\nu_2} \ldots \tilde{\gamma}^{\nu_n} \frac{\breve{p} + \breve{q}_1 + \ldots + \breve{q}_n + m}{(p + q_1 + \ldots + q_n)^2 - m^2} \tilde{\gamma}_{\nu_n} \ldots \tag{2}$$

$$\ldots \tilde{\gamma}_{\nu_2} \frac{\breve{p} + \breve{q}_1 + m}{(p+q_1)^2 - m^2} \tilde{\gamma}_{\nu_1},$$

структура которого формально соответствует взаимодействию двумерного массивного спинорного поля с непрерывным по «массе» $q_\perp{}^2$ набором двумерных векторных массивных полей (q_j — 2-импульсы внутренних фотонных линий). Солитонных полюсов в выражении (2) не возникает, поскольку $P_R(q^2) > 0$ при $q^2 < 0$.

Переходя к упрощению выражения (2), заметим, что при $|q^2| \gg m^2$ поляризационный оператор второго порядка выходит на константу $P_R(q^2) \approx (\alpha/\pi) 2\gamma \equiv \varepsilon\gamma$, что эквивалентно появлению эффективной массы фотона. Именно это выражение для $P_R(q^2)$ будет использоваться далее, поскольку логарифмический вклад по полю в M_n идет от области больших значений $q_j{}^2$ и $q^2{}_{\perp j} \sim \gamma \gg m^2$. Предполагая также $p \sim m$, получаем (с точностью до лидирующей степени $\ln \xi$)

$$M_n = m\left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^n \prod_{j=1}^{n} \int_{\sim m^2}^{\infty} \frac{dz_j \exp(-z_j/2\gamma)}{x_j + z_j + \varepsilon\gamma \exp(-z_j/2\gamma)} \times$$

$$\times \frac{dx_j}{x_1 + x_2 + \ldots + x_j}. \tag{3}$$

Используя известную формулу комбинаторики и производя замену переменных, находим

$$M_n = m \frac{I^n}{n!}, \tag{4а}$$

$$I = \frac{\alpha}{2\pi} \int_{\sim 1}^{\infty} dz \exp\left(-\frac{z}{2\xi}\right) \int_{\sim 1}^{\infty} \frac{dx}{x\,[x + z + \varepsilon\xi \exp(-z/2\xi)]}. \tag{4б}$$

Нетрудно видеть, что в рамках той же точности здесь можно опустить экспоненциальный фактор, заменив верхний предел интеграла по z значением $\sim 2\xi$. В результате (4б) преобразуется к виду

$$I \approx \frac{\alpha}{2\pi} \int_{1+\varepsilon\xi}^{2\xi} \frac{dz}{z} \ln(1+z). \tag{5}$$

В области значений поля $B \leqslant B_0/\varepsilon$ получим $I \approx (\alpha/4\pi)\ln^2 \xi$, что вместе с формулой (4а) приводит к результату работы [1], т. е. к дважды логарифмической асимптотике массового оператора:

$$M = \sum_{n=1}^{\infty} M_n = m\left[\exp\left(\frac{\alpha}{4\pi} \ln^2 \xi\right) - 1\right]. \tag{6}$$

Отсюда, кстати, ясно, что результат работы [1] имеет верхнюю границу области применимости $\xi \sim \pi/2\alpha$. В пределе сверхсильных полей $B \gg B_0/\varepsilon$ получаем

$$I \approx \frac{\alpha}{2\pi} \ln \frac{\pi}{\alpha} \ln \xi. \tag{7}$$

Это дает

$$M = m \left[\exp \left(\frac{\alpha}{2\pi} \ln \frac{\pi}{\alpha} \ln \xi \right) - 1 \right] = m \left[\xi^{\frac{\alpha}{2\pi} \ln \frac{\pi}{\alpha}} - 1 \right]. \tag{8}$$

Таким образом, «истинная» асимптотика массового оператора в сверхсильных полях является однологарифмической, причем в гигантском диапазоне полей $M \ll m$.

В заключение отметим, что в формуле (1) при вычислениях, вообще говоря, следует использовать точное по α (в «двумерном приближении») значение поляризационного оператора. Соответствующие оценки показывают [4], что учет вкладов высших порядков теории возмущений в P_R сводится к замене m на $m_{\text{эфф}}$; в силу указанного обстоятельства ($|q^2| \gg m^2$) эффектом изменения массы можно пренебречь при самосогласованном вычислении M и P_R, и, следовательно, результат (8) останется в силе.

Авторы благодарят Л. Н. Липатова за полезные обсуждения, итогом которых и явилась настоящая заметка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Лоскутов Ю. М., Скобелев В. В. ТМФ, 1981, 48, с. 44. [2] Скобелев В. В. Изв. вузов. Сер. Физика, 1975, № 10, с. 142. [3] Loskutov Yu. M., Skobelev V. V. Phys. Lett., 1976, 56A, p. 151. [4] Лоскутов Ю. М., Лысов Б. А., Скобелев В. В. ТМФ, 1982, 53, с. 339.

Поступила в редакцию
04.04.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 6

УДК 621.3.072 : 621.319.729 : 538.56.029.5

ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРИ РЕЗОНАНСЕ НА ГАРМОНИКАХ АВТОКОЛЕБАНИЙ

И. И. Минакова, Г. П. Минина, Б. А. Сильнов

(кафедра физики колебаний)

Затягивание генератора на основном тоне высокодобротным контуром изучено достаточно подробно при реактивных, резистивных и резонансных связях между генератором и контуром [1, 2]. Это явление с успехом используется для стабилизации частоты генераторов и сложения мощностей. Используя затягивание генератора резонансным контуром на частоте гармоники, можно получить стабильные колебания в более высокочастотном диапазоне. При этом система работает как умножитель частоты. Частотные характеристики при резонансе на гармониках существенно отличаются как от соответствующих характеристик на основном тоне, так и от частотных характеристик взаимно синхронизованных генераторов при кратном соотношении частот [3], поэтому изучение этого явления представляется интересным и с теоретической точки зрения.