

Отсюда, кстати, ясно, что результат работы [1] имеет верхнюю границу области применимости $\xi \sim \pi/2\alpha$. В пределе сверхсильных полей $V \gg V_0/\varepsilon$ получаем

$$I \approx \frac{\alpha}{2\pi} \ln \frac{\pi}{\alpha} \ln \xi. \quad (7)$$

Это дает

$$M = m \left[\exp \left(\frac{\alpha}{2\pi} \ln \frac{\pi}{\alpha} \ln \xi \right) - 1 \right] = m \left[\xi^{\frac{\alpha}{2\pi} \ln \frac{\pi}{\alpha}} - 1 \right]. \quad (8)$$

Таким образом, «истинная» асимптотика массового оператора в сверхсильных полях является однологарифмической, причем в гигантском диапазоне полей $M \ll m$.

В заключение отметим, что в формуле (1) при вычислениях, вообще говоря, следует использовать точное по α (в «двумерном приближении») значение поляризационного оператора. Соответствующие оценки показывают [4], что учет вкладов высших порядков теории возмущений в P_R сводится к замене m на $m_{\text{эфф}}$; в силу указанного обстоятельства ($|q^2| \gg m^2$) эффектом изменения массы можно пренебречь при самосогласованном вычислении M и P_R , и, следовательно, результат (8) останется в силе.

Авторы благодарят Л. Н. Липатова за полезные обсуждения, итогом которых и явилась настоящая заметка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Лоскутов Ю. М., Скобелев В. В. ТМФ, 1981, 48, с. 44. [2] Скобелев В. В. Изв. вузов. Сер. Физика, 1975, № 10, с. 142. [3] Loskutov Yu. M., Skobelev V. V. Phys. Lett., 1976, 56A, p. 151. [4] Лоскутов Ю. М., Лысов Б. А., Скобелев В. В. ТМФ, 1982, 53, с. 339.

Поступила в редакцию
04.04.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983, Т. 24, № 6

УДК 621.3.072 : 621.319.729 : 538.56.029.5

ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРИ РЕЗОНАНСЕ НА ГАРМОНИКАХ АВТОКОЛЕБАНИЙ

И. И. Минакова, Г. П. Минина, Б. А. Сильнов

(кафедра физики колебаний)

Затягивание генератора на основном тоне высокочастотным контуром изучено достаточно подробно при реактивных, резистивных и резонансных связях между генератором и контуром [1, 2]. Это явление с успехом используется для стабилизации частоты генераторов и сложения мощностей. Используя затягивание генератора резонансным контуром на частоте гармоники, можно получить стабильные колебания в более высокочастотном диапазоне. При этом система работает как умножитель частоты. Частотные характеристики при резонансе на гармониках существенно отличаются как от соответствующих характеристик на основном тоне, так и от частотных характеристик взаимно синхронизованных генераторов при кратном соотношении частот [3], поэтому изучение этого явления представляется интересным и с теоретической точки зрения.

Рассмотрим томсоновский генератор, связанный индуктивно с резонансным контуром. Система уравнений движения имеет вид

$$\begin{aligned} \ddot{x} + F(x, \dot{x}) + \nu_1^2 x - \alpha \ddot{z} &= 0, \\ \ddot{z} + \nu \delta \dot{z} + \nu^2 z - \beta \ddot{x} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где x и z — напряжения на емкостях в генераторном и резонансном контурах, имеющих соответствующие парциальные частоты ν_1 и ν , $\delta = 1/Q$, Q — добротность контура на частоте гармоника, α и β — коэффициенты связи, $F(x, \dot{x})$ — характеристика нелинейного элемента.

Для квазигармонического случая, когда добротность контура Q велика, а $\nu \approx n\nu_1$, где $n = 2, 3, \dots, m$, решение системы (1) может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} x &= A \sin \omega t + B \sin (\omega n t + \psi), \\ z &= C \sin (\omega n t + \varphi). \end{aligned} \quad (2)$$

Воспользуемся методом вторичного укорочения Хохлова [4]. Представим амплитуду основного тона в виде $A = A_0 + A_1$, где A_0 — амплитуда автономного генератора при $B = 0$, A_1 — малая добавка, сравнимая по величине с амплитудой гармоники B :

$$A_1 \sim B \ll A_0. \quad (3)$$

Подставляя решение (2) в систему уравнений (1), получаем с учетом (3) систему дважды укороченных уравнений, из которой определяем частоту и амплитуду автоколебаний системы:

$$A = - \left(\frac{d(F_0)_{c1}}{dA_0} \right)^{-1} \left\{ \frac{c}{2(n^2 - 1)} + \frac{k^2}{2(n^2 - 1)} \times \frac{c\eta + d\delta}{\eta^2 + \delta^2} \right\} + A_0, \quad (4)$$

$$\xi_1 = \eta - \frac{k^2}{A_0(n^2 - 1)} \left\{ \frac{M\eta}{\eta^2 + \delta^2} + \frac{N\delta}{\eta^2 + \delta^2} \right\}, \quad (5)$$

где $k^2 = \alpha\beta n^2 / (n^2 - 1)$ — эквивалентный коэффициент связи между генератором и добротным контуром;

$$\eta = \frac{n^2 \omega^2 - \nu^2}{\nu^2} - k^2; \quad \xi_1 = \frac{n \nu_1^2 - \nu^2}{\nu^2} - \frac{(F_0)_{s1}}{A_0} + \frac{M}{2A_0(n^2 - 1)}$$

— безразмерные расстройки частоты автоколебаний ω и парциальной частоты генераторного контура ν_1 относительно частоты контура ν с учетом сдвига частоты за счет влияния гармоник и связи;

$$c = (F_0)_{sn} (F_2 + F_4) + (F_0)_{cn} (F_1 - F_3);$$

$$d = - (F_0)_{cn} (F_2 + F_4) + (F_0)_{sn} (F_1 - F_3);$$

$$F_1 = (F'_x)_{c(n-1)} - n (F'_x)_{s(n-1)}; \quad F_2 = (F'_x)_{s(n-1)} + n (F'_x)_{c(n-1)};$$

$$F_3 = - (F'_x)_{c(n+1)} + n (F'_x)_{s(n+1)}; \quad F_4 = (F'_x)_{s(n+1)} + n (F'_x)_{c(n+1)};$$

$$M = - \left(\frac{d(F_0)_{s1}}{dA_0} / \frac{d(F_0)_{c1}}{dA_0} \right) c + (F_0)_{sn} (F_1 + F_3) - (F_0)_{cn} (F_2 - F_4);$$

$$N = - \left(\frac{d(F_0)_{s1}}{dA_0} / \frac{d(F_0)_{c1}}{dA_0} \right) d - (F_0)_{cn} (F_3 + F_1) - (F_0)_{sn} (F_2 - F_4);$$

члены F с индексами sn и cn являются коэффициентами при синусах и косинусах ряда Фурье нелинейной функции и ее производных по x и \dot{x} .

В общем случае наличие ненулевого члена $N\delta/(\eta^2 + \delta^2)$ приводит к несимметричности частотной кривой. Можно показать, что если ток через нелинейный элемент не содержит реактивной составляющей и связь между генератором и контуром носит чисто реактивный или чисто резистивный характер, то частотная кривая симметрична при затягивании на любой гармонике.

При аппроксимации характеристики нелинейного элемента кубическим полиномом $F(x, \dot{x}) = (\delta_0 + \delta_1 x + \delta_2 x^2) \dot{x}$ частотные характеристики имеют вид

$$\text{для } n=2: \quad \xi_1 = \eta + \left(\frac{\delta_1 A_0}{2} \right)^2 \frac{k^2}{3} \frac{\eta}{\eta^2 + \delta^2},$$

$$\text{для } n=3: \quad \xi_1 = \eta + \frac{\delta_0^2}{8} k^2 \frac{\eta}{\eta^2 + \delta^2}.$$

Характер частотной зависимости при затягивании на частоте гармоники отличается от аналогичной частотной зависимости при затягивании на основном тоне. Отличие соответствует дополнительному сдвигу фазы на $\pi/2$, т. е. переходу от индуктивной связи между генератором и

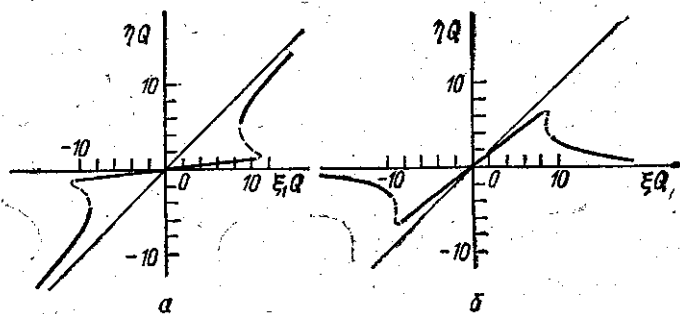


Рис. 1

контуром к резистивной. Это обусловлено ортогональностью гармоник к основному тону колебаний. Ширина области затягивания на частоте гармоники определяется величиной эквивалентной связи $k_{\text{экв}}^2 = Mk^2/(n^2 - 1)$.

Частотные кривые затягивания на частоте гармоники при изменении парциальной частоты генераторного (ξ_1) и пассивного (ξ) контуров при связях больше критических приведены на рис. 1 ($k_{\text{экв}}^2 = 20\delta$). В рассматриваемом случае устойчивость режима определяется только условием вертикальных касательных; на рис. 1 неустойчивые участки отмечены пунктиром. Из рис. 1, а видно, что на кривой имеется устойчивая ветвь с большим коэффициентом стабилизации. В центре устойчивой ветви (точка 0) коэффициент стабилизации максимален:

$$S = \frac{d\xi_1}{d\eta} = 1 + \frac{k_{\text{экв}}^2}{\delta^2}.$$

$$\text{Для } n=2 \quad k_{\text{экв}}^2 = \left(\frac{\delta_1 A_0}{2} \right)^2 \frac{k^2}{3}, \quad \text{для } n=3 \quad k_{\text{экв}}^2 = \frac{\delta_0^2 k^2}{8}.$$

При изменении парциальной частоты пассивного контура ν (см. рис. 1, б) в области $\nu\nu_1 \sim \nu$ частота автоколебаний следует за частотой контура, т. е. имеет место управление частотой системы.

При наличии нелинейной реактивности в контуре генератора, например нелинейной емкости, частотная кривая становится несимметричной. В простейшем случае $F(x, \dot{x}) = (\delta_0 + \delta_2 x^2) \dot{x} + \mu x^3$ получаем частотную характеристику в виде

$$\xi_1 = \eta + \frac{k^2}{8} \left\{ \frac{15}{16} \mu^2 A_0^4 + \delta_0^2 \right\} \frac{\eta}{\eta^2 + \delta^2} - \frac{k^2}{8} \left\{ -\frac{1}{8} A_0^2 \delta_0 \mu + \frac{27}{128} \frac{\mu^3 A_0^6}{\delta_0} \right\} \frac{\delta}{\eta^2 + \delta^2}$$

Наличие ненулевого коэффициента при члене $\delta/(\delta^2 + \eta^2)$ обеспечивает асимметрию частотной кривой.

Можно показать, что частотные кривые затягивания будут также несимметричными, если связь комплексна. Заметим, что к асимметрии частотной кривой в обоих случаях приводит дополнительный сдвиг фазы между колебаниями в генераторном и высокодобротном контурах.

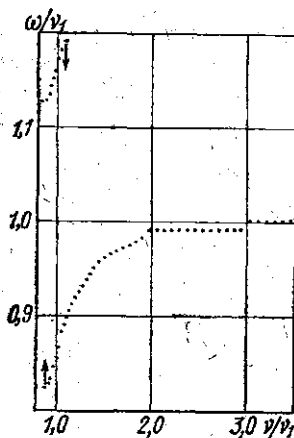


Рис. 2

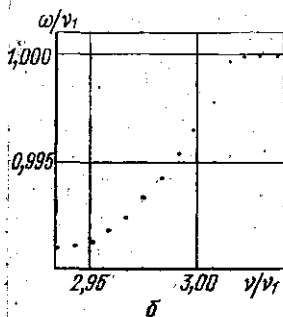
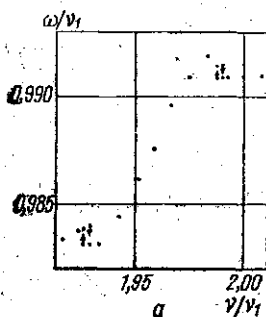


Рис. 3

Экспериментально было проведено исследование генератора на туннельном диоде, связанного индуктивно с резонансным контуром с широким диапазоном перестройки ($\nu/2\pi \approx 0,4-1,5$ МГц).

Экспериментальные частотные кривые при перестройке пассивного контура приведены на рис. 2. На рисунке видна область затягивания на основном тоне и изменение частоты генерации вблизи значений $\nu/\nu_1 = 2$ и 3. Более подробно частотные характеристики на второй и третьей гармониках приведены на рис. 3, а и б соответственно. Экспериментальные кривые подтверждают качественное изменение частотных характеристик при переходе от основного тона к гармоникам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Мигулин В. В., Медведев В. И., Мустель Е. Р., Парыгин В. Н. Основы теории колебаний. М.: Наука, 1978. [2] Курдюмов О. А., Минакова И. И. Радиотехника, 1969, 24, № 6, с. 65. [3] Клибанова И. М. Изв. вузов. Сер. Радиофизика, 1968, 11, № 11, с. 1676. [4] Хохлов Р. В. Радиотехн. и электроника, 1956, 1, № 1, с. 88.

Поступила в редакцию
18.04.83