поля, а также при исследовании проблемы конфайнмента кварков и глюонов. Заметим, что аналогичная задача для производящего функционала в двумерном случае рассматривалась в работе [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Маслов В. П. ТМФ, 1970, 2, № 1, с. 30. [2] Славнов А. А., Фадеев Л. Д. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1978, с. 238. [3] Первушин В. Н., Райхардт Х., Эберт Д. ЭЧАЯ, 1979, 10, № 5, с. 1114.

Поступила в редакцию
27.06.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 1

УДК 621.372.2

ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ

А. С. Горшков, Л. Г. Ляшедько, И. Т. Трофименко
(кафедра радиофизики СВЧ)

В ряде теоретических и экспериментальных работ получены практически важные результаты исследования статистических свойств случайных волн в нелинейных средах [1—4]. Были исследованы спектральные и энергетические характеристики, например статистика гармоник узкополосного шумового сигнала в слабодиспергирующей нелинейной среде; рассматривались статистические характеристики случайных простых волн и т. д. Особое место здесь занимают исследования по статистике разрывных шумовых волн в средах со слабой дисперсией. Показано, что вследствие образования разрывов возрастает вероятность малых значений напряжения сигнала и уменьшается вероятность больших [5].

В данной работе экспериментально исследована функция распределения узкополосного шума в нелинейной распределенной линии передачи со слабой дисперсией. С целью сравнения экспериментальных данных с теорией получено выражение для функции распределения на основе решения уравнения Бюргерса с учетом квадратичной и кубической нелинейности и потерь, не зависящих от частоты.

Моделью нелинейной слабодиспергирующей среды служила искусственная линия типа фильтра нижних частот с варикапами в качестве нелинейных емкостей. Дисперсия в линии в достаточно широком диапазоне частот была скомпенсирована положительной индуктивной связью между соседними ячейками. Диссипативные потери в такой системе в основном определяются последовательным сопротивлением варикапов и пропорциональны квадрату частоты. Простая волна V в линии может быть описана уравнением Бюргерса в предположении, что на длину волны приходится много ячеек, так что линию можно рассматривать как однородную:

$$\partial V/\partial x+\alpha V(\partial V/\partial\tau)-\Delta(\partial^2 V/\partial\tau^2)=0, \qquad (1)$$

где $\alpha=\xi(LC_0)^{1/2}$, $\tau=t-x(LC_0)^{1/2}$, $\Delta=0{,}5RC_0^{3/2}L$, ξ — коэффициент в разложении нелинейной емкости $(C=C_0(1+\xi V))$.

Функция распределения была найдена в предположении, что потери не зависят от частоты; при этом использовалось некоторое эффективное значение декремента затухания δ, полученное усреднением

экспериментальных значений в полосе прозрачности линии. Для экспериментального макета линии $\delta=4\cdot10^{-3}$ на ячейку. В таком приближении диссипативный член $-\Delta(\partial^2V/\partial\tau^2)$ в уравнении (1) заменяется на $+\delta V$.

Для узкополосного процесса $V=V_0\sin\omega t$ на входе линии ($x=0$) решение для простой волны записывается в виде [6]

$$\omega\tau=V\alpha\omega\delta^{-1}[\exp(\delta x)-1]+\arcsin[VV_0^{-1}\exp(\delta x)].$$

При нормальном распределении входного шума плотность вероятности процесса в сечении x линии имеет вид

$$W(V)=\frac{e^{\delta x-V_1^2}}{2\sigma\sqrt{2\pi}}\left\{1+\Phi[V_1\operatorname{ctg}(z_1V_1)]+\frac{z_1}{\sqrt{\pi}}e^{-V_1^2\operatorname{ctg}(z_1V_1)}\right\},$$

где $V_1=Ve^{\delta x}/(\sigma\sqrt{2})$, $z_1=\alpha\omega\delta^{-1}[1-e^{-\delta x}]\sigma\sqrt{2}$ — безразмерные параметры, σ — дисперсия входного шума, Φ — интеграл вероятностей.

На рис. 1 представлены графики зависимости $W(V)$, рассчитанные для трех комбинаций величин ξ и δ, из которых следует, что диссипативные потери частично скрадывают изменение функции распределения, вызванное нелинейным преобразованием. В использовавшейся экс-

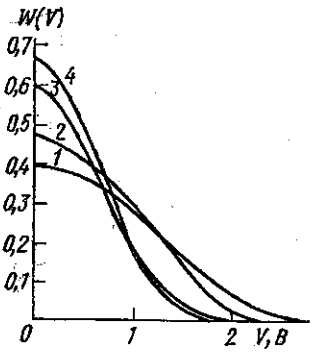

Рис. 1. Плотность вероятности для узкополосного шумового сигнала в квадратичной среде (теория): *1* — нормальное распределение; *2* — $\delta=0$, $\xi=0{,}07$ В$^{-1}$; *3* — $\xi=0$, $\delta=4\cdot10^{-3}$; *4* — $\delta=4\cdot10^{-3}$, $\xi=0{,}07$ В$^{-1}$. (Для всех кривых $\sigma=1$.)

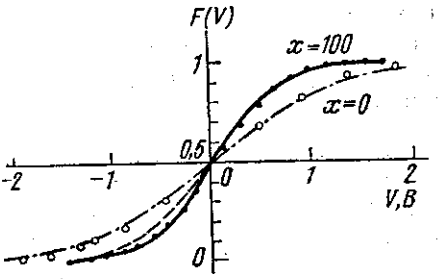

Рис. 2. Интегральная функция распределения узкополосного процесса, прошедшего через нелинейную среду с потерями. Точки — экспериментальная кривая на выходе линии, кружки — нормальное распределение на входе линии; пунктир — теоретическая кривая для среды с квадратичной нелинейностью, сплошная линия — теоретическая кривая для среды с квадратичной и кубической ($\gamma=0{,}01$ В$^{-2}$) нелинейностью

периментальной установке влияние потерь на функцию распределения было по величине того же порядка, что и влияние нелинейности. В этом случае оказалось возможным экспериментально наблюдать изменения функции распределения, связанные с нелинейностью.

На рис. 2 представлены результаты сравнения теоретических кривых интегральной функции распределения мгновенных значений сигнала и экспериментальных данных, полученных для узкополосного шума ($\sigma=1$ В, $f_0=0{,}5$ МГц, $\Delta f=0{,}1$ МГц) на ячейках в сечениях $x=0$ и $x=100$. В области положительных значений напряжений сигнала наблюдается хорошее соответствие расчета с экспериментом, однако в области отрицательных значений — явное различие. Для объяснения

этого факта необходимо учесть в расчетах нелинейность более высокого порядка.

Учет кубической нелинейности (т. е. квадратичного члена в разложении емкости $C=C_0(1+\xi V+\gamma V^2)$) дает для узкополосного сигнала

$$\omega\tau = \frac{\alpha\omega V_0}{\delta}(e^{\delta x}-1)\frac{V}{V_0} + \frac{\alpha_1\omega V_0^2}{2\delta}\left(\frac{V}{V_0}\right)^2(e^{2\delta x}-1) + \arcsin\left(\frac{V}{V_0}e^{\delta x}\right).$$

Разрывный фронт волны предполагался проходящим через точку $V=0$, поскольку кубическая нелинейность в модели экспериментальной линии была сравнительно малой ($\xi\approx 0{,}1$ В$^{-1}$, $\gamma\approx 0{,}01$ В$^{-2}$).

Соответственно функция распределения $W(V)$ имеет вид

$$W(V) = \frac{e^{\delta x - V_1^2}}{2\sigma\sqrt{2\pi}}\left\{1+\Phi(u_2)+\frac{z_1}{\sqrt{\pi}}e^{-u_2^2}\left[1+\frac{\alpha_1}{\alpha}V_1(1+e^{-\delta x})\sigma\sqrt{2}\right]\right\}, \quad (2)$$

где

$$\alpha_1 = 3\alpha\gamma/(2\xi),\ u_2 = V_1\operatorname{ctg}\left\{z_1V_1\left[1+\frac{\alpha_1\sigma}{\alpha\sqrt{2}}(1+e^{-\delta x})V_1\right]\right\},\ V_1 = Ve^{\delta x}/(\sigma\sqrt{2}).$$

Выражение (2) хорошо описывает наблюдаемую несимметричность функции распределения.

В заключение следует отметить, что эксперименты на модели подтверждают вывод относительно характера изменения функции распределения случайного сигнала в нелинейных слабодиспергирующих средах вследствие образования разрывов волн. Наблюдаемая несимметричность функции распределения для положительных и отрицательных значений напряжения шума объясняется влиянием кубической нелинейности среды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Ахманов С. А., Чиркин А. С. Статистические явления в нелинейной оптике. М., 1971. [2] Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975. [3] Руденко О. В., Чиркин А. С. Акуст. журн., 1974, 20, № 2, с. 297. [4] Малахов А. Н., Саичев А. И. Изв. вузов. Радиофизика, 1974, 17, с. 699. [5] Руденко О. В., Чиркин А. С. ДАН СССР, 1975, 225, № 3, с. 520. [6] Хохлов Р. В. Радиотехн. и электроника, 1961, 6, № 6, с. 917.

Поступила в редакцию
01.07.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 1

УДК 535.416.3

К ВОПРОСУ ОБ УПРАВЛЕНИИ ВОЛНОВЫМ ФРОНТОМ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕГОСЯ В ДВИЖУЩЕЙСЯ С ПЕРЕМЕННОЙ СКОРОСТЬЮ СРЕДЕ

В. А. Трофимов

(кафедра вычислительных методов факультета вычислительной математики и кибернетики)

Как известно, в работах, относящихся к компенсации нелинейных искажений световых пучков в движущейся среде [1—3], рассматривался случай, когда скорость ее движения оставалась постоянной во времени. В настоящем сообщении, используя предложенный в [4] под-