этого факта необходимо учесть в расчетах нелинейность более высокого порядка.

Учет кубической нелинейности (т. е. квадратичного члена в разложении емкости $C=C_0(1+\xi V+\gamma V^2)$) дает для узкополосного сигнала

$$\omega\tau = \frac{\alpha\omega V_0}{\delta}(e^{\delta x}-1)\frac{V}{V_0} + \frac{\alpha_1\omega V_0^2}{2\delta}\left(\frac{V}{V_0}\right)^2(e^{2\delta x}-1) + \arcsin\left(\frac{V}{V_0}e^{\delta x}\right).$$

Разрывный фронт волны предполагался проходящим через точку $V=0$, поскольку кубическая нелинейность в модели экспериментальной линии была сравнительно малой ($\xi\approx0{,}1$ В$^{-1}$, $\gamma\approx0{,}01$ В$^{-2}$).

Соответственно функция распределения $W(V)$ имеет вид

$$W(V) = \frac{e^{\delta x - V_1^2}}{2\sigma\sqrt{2\pi}}\left\{1+\Phi(u_2)+\frac{z_1}{\sqrt{\pi}}e^{-u_2^2}\left[1+\frac{\alpha_1}{\alpha}V_1(1+e^{-\delta x})\sigma\sqrt{2}\right]\right\}, \quad (2)$$

где

$$\alpha_1 = 3\alpha\gamma/(2\xi),\ u_2 = V_1\operatorname{ctg}\left\{z_1V_1\left[1+\frac{\alpha_1\sigma}{\alpha\sqrt{2}}(1+e^{-\delta x})V_1\right]\right\},\ V_1 = Ve^{\delta x}/(\sigma\sqrt{2}).$$

Выражение (2) хорошо описывает наблюдаемую несимметричность функции распределения.

В заключение следует отметить, что эксперименты на модели подтверждают вывод относительно характера изменения функции распределения случайного сигнала в нелинейных слабодиспергирующих средах вследствие образования разрывов волн. Наблюдаемая несимметричность функции распределения для положительных и отрицательных значений напряжения шума объясняется влиянием кубической нелинейности среды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Ахманов С. А., Чиркин А. С. Статистические явления в нелинейной оптике. М., 1971. [2] Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975. [3] Руденко О. В., Чиркин А. С. Акуст. журн., 1974, 20, № 2, с. 297. [4] Малахов А. Н., Саичев А. И. Изв. вузов. Радиофизика, 1974, 17, с. 699. [5] Руденко О. В., Чиркин А. С. ДАН СССР, 1975, 225, № 3, с. 520. [6] Хохлов Р. В. Радиотехн. и электроника, 1961, 6, № 6, с. 917.

Поступила в редакцию
01.07.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 1

УДК 535.416.3

К ВОПРОСУ ОБ УПРАВЛЕНИИ ВОЛНОВЫМ ФРОНТОМ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕГОСЯ В ДВИЖУЩЕЙСЯ С ПЕРЕМЕННОЙ СКОРОСТЬЮ СРЕДЕ

В. А. Трофимов

(кафедра вычислительных методов факультета вычислительной математики и кибернетики)

Как известно, в работах, относящихся к компенсации нелинейных искажений световых пучков в движущейся среде [1—3], рассматривался случай, когда скорость ее движения оставалась постоянной во времени. В настоящем сообщении, используя предложенный в [4] подход, рассматривается эффективность управления волновым фронтом оптического излучения, прошедшего тонкий слой движущейся с переменной скоростью $V(t)$ среды (t — время). В этом случае световой пучок приобретает дополнительную расходимость $\theta_{\text{нл}}(t)$ и наклон $\theta_\alpha(t)$ волнового фронта. Компенсация расходимости оптического излучения аналогична компенсации нестационарного теплового самовоздействия в тонком нелинейном слое. Поэтому здесь остановимся на исследовании эффективности управления наклоном волнового фронта светового пучка.

Воспользовавшись безаберрационным описанием распространения оптического излучения [5], получим, что отработка начального наклона волнового фронта $\theta^{(x)}$ при настройке по положению центра тяжести пучка $J_{\text{ц}}=L^2(\theta^{(x)}-\theta_\alpha)^2$ в случае дискретного управления осуществляется по закону

$$\theta^{(x)}_{N+1} = \theta^{(x)}_N - 2\gamma L^2 (\theta^{(x)}_N - \theta_\alpha), \tag{1}$$

где N — номер итерации, γ — константа управления, L — расстояние до мишени, измеряемое в единицах дифракционной длины $l_{\text{д}}=ka^2/2$, k — волновое число, a — радиус пучка.

Полагая, что в начальный момент времени среда была неподвижной ($V(0)=0$), получим решение (1) в виде

$$\theta^{(x)}_N = \theta^{(x)}_{\text{нач}}(1-2\gamma L^2)^{N-1} + 2\gamma L^2 \sum_{m=0}^{N-1} \theta_\alpha(m)(1-2\gamma L^2)^{N-1}. \tag{2}$$

Здесь $\theta^{(x)}_{\text{нач}}$ — начальное значение угла упреждения. Простой анализ решения (2) показывает, что для устойчивой работы системы достаточно выполнения двух условий:

$$|1-2\gamma L^2| < 1,$$
$$2\gamma L^2 N \max_m |\theta_\alpha(m)| = \text{const}.$$

Следовательно, изменение скорости движения среды для двух последовательных итераций должно быть порядка $1/N$. Если $2\gamma L^2<1$, то имеет место монотонный режим отработки; для $1<2\gamma L^2<2$ установление наклона волнового фронта происходит с осцилляциями около его оптимального значения, причем в зависимости от вида функции $\theta_\alpha(m)$ (возрастающая или убывающая) осцилляции положения центра пучка около его начального направления распространения будут либо затухать, либо возрастать. Для $2\gamma L^2>1$ итерационный процесс (1) расходится.

Следует отметить, что для достаточно малого значения $1-2\gamma L^2$ имеет место квазистатическое управление

$$\theta^{(x)}_N = \theta_\alpha(N-1)$$

и адаптивная система отслеживает изменения скорости движения среды с наименьшим запаздыванием.

В случае непрерывного алгоритма управления отработка наклона волнового фронта при настройке адаптивной системы по смещению центра тяжести пучка описывается уравнением

$$\frac{d\theta^{(x)}}{dt} = -\frac{1}{\tau_a}(\theta^{(x)} - \theta_\alpha(t)),$$

решение которого имеет вид

$$\theta^{(x)} = \theta^{(x)}_{\text{нач}} e^{-t/\tau_a} + \frac{1}{\tau_a}\int_0^t e^{-\xi/\tau_a}\,\theta_\alpha((t-\xi)/\tau_\alpha)\,d\xi, \tag{3}$$

где $\tau_a = 1/(2\gamma L^2)$ — постоянная времени установления, τ_α характеризует длительность пульсации скорости ветра.

В качестве примера приведем явный вид выражения (3) для двух профилей скорости ветра — линейного (возрастающего и убывающего):

$$\theta_\alpha(t) = \begin{cases} t/\tau_\alpha, & 0 \leqslant t \leqslant t_0, \\ (2t_0 - t)/\tau_\alpha, & t_0 \leqslant t \leqslant 2t_0, \end{cases} \tag{4}$$

и экспоненциального:

$$\theta_\alpha(t) = e^{-(t-t_0)^2/\tau_\alpha^2}, \tag{5}$$

где t_0 — момент времени, для которого достигается максимальная скорость порыва ветра. В случае пульсации (5) наклон волнового фронта необходимо изменять по следующему закону:

$$\theta^{(x)}(t) = \theta^{(x)}_{\text{нач}} e^{-t/\tau_a} + e^{\tau_\alpha^2/4\tau_a^2 - (t-t_0)/\tau_\alpha}\,\frac{\sqrt{\pi}}{2}\{\Phi(t_0/\tau_\alpha + \tau_\alpha/2\tau_a) - \\ - \Phi(t_0/\tau_\alpha + \tau_\alpha/2\tau_a - t/\tau_\alpha)\}\,\tau_\alpha/\tau_a, \tag{6}$$

$\Phi(x)$ — функция ошибок, равная $\frac{2}{\pi}\int_0^x e^{-\eta^2}d\eta$. Как видно из (6), эффективность компенсации определяется соотношением длительности пульсации ветра τ_α и τ_a. Если $\tau_\alpha \gg \tau_a$, то оптимальная система успевает отслеживать изменения скорости ветра, для обратного неравенства качество компенсации ухудшается.

В случае пульсации ветра (4) формула (3) принимает вид

$$\theta^{(x)}(t) = \theta^{(x)}_{\text{нач}} e^{-t/\tau_a} + \\ + \begin{cases} t/\tau_\alpha - \tau_a/\tau_\alpha(1 - e^{-t/\tau_a}), & t \leqslant t_0; \\ \theta^{(x)}(t_0) + (e^{-t_0/\tau_\alpha}(3t_0 - t) - 2t_0 e^{-t/\tau_a})/\tau_\alpha + (e^{-t_0/\tau_a} - e^{-t/\tau_a})\,\tau_a/\tau_\alpha. \end{cases} \tag{7}$$

Управление начальным наклоном волнового фронта $\theta^{(x)}$ при условии минимальной деформации гибкого зеркала осуществляется в случае дискретного алгоритма по закону

$$\theta^{(x)}_{N+1} = -2\gamma L^2(\theta^{(x)}_N - \theta_\alpha) + \theta^{(x)}_N - 2\gamma\lambda\theta^{(x)}_N, \tag{8}$$

где λ^{-1} характеризует максимально возможную деформацию, которая определяется интегралом от распределения волнового фронта, взятого по апертуре пучка. Решение (8) можно представить в виде (2), если выражение $1-2\gamma L^2$ заменить на $1-2\gamma(L^2+\lambda)$. Следовательно, наличие условия приводит к более жестким требованиям к константе управления: $|1-2\gamma(L^2-\lambda)| < 1$ и к уменьшению эффективности квазистатического управления, так как в этом случае изменение наклона $\theta^{(x)}$ происходит по закону

$$\theta^{(x)}_N = \frac{2\gamma L^2}{1+2\gamma(L^2+\lambda)}\,\theta_\alpha(N-1).$$

При непрерывном алгоритме управления уравнение (7) записывается следующим образом:

$$\frac{d\theta^{(x)}}{dt} = -\frac{1}{\tau_{a\lambda}}\theta^{(x)} + \frac{1}{\tau_a}\theta_\alpha(t); \quad \tau_{a\lambda} = [2\gamma(L^2+\lambda)]^{-1},$$

решение которого имеет вид

$$\theta^{(x)} = \theta^{(x)}_{\text{нач}} e^{-t/\tau_{a\lambda}} + \frac{1}{\tau_a}\int_0^t e^{-\eta/\tau_{a\lambda}}\theta_\alpha\left(\frac{t-\eta}{\tau_\alpha}\right)d\eta. \tag{9}$$

Подставляя (4), (5) в (9), получим выражения, аналогичные выражениям (6), (7).

Автор благодарен проф. А. П. Сухорукову за обсуждение работы и сделанные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Харди Дж. У. ТИИЭР, 1978, **66**, № 6, с. 31. [2] Ахманов С. А. и др. Изв. вузов. Радиофизика, 1980, **23**, № 1, с. 3. [3] Воронцов М. А., Чесноков С. С. Изв. вузов. Физика, 1980, **23**, № 10, с. 15. [4] Сухоруков А. П., Трофимов В. А. Изв. АН СССР, сер. физ., 1982, **46**, № 10, с. 1933. [5] Сухоруков А. П., Шумилов Э. Н. Квант. электроника, 1979, **46**, № 5, с. 986.

Поступила в редакцию
14.07.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 1

УДК 538.56;533.90

ПРЕДЕЛЬНЫЙ КПД ПЛАЗМЕННОГО УСИЛИТЕЛЯ

В. К. Гришин, М. Ф. Каневский

(кафедра ядерных взаимодействий и ускорителей)

Цель настоящей работы — проанализировать эффективность взаимодействия заряженного пучка с возбуждаемой электромагнитной волной. Предлагаемая методика может быть использована для оценок в различных электродинамических структурах, однако анализ здесь ограничивается плазменными системами с черенковским усилением.

Рассмотрим полубесконечный металлический волновод радиуса R с осью $z \gg 0$, полностью заполненный однородной плазмой. В волновод непрерывно инжектируется моноэнергетический заряженный пучок с током I_b и скоростью $v_0 = \beta_0 c$. Пучок и плазма замагничены. На вход системы подается начальный сигнал в виде одной из собственных монохроматических волн волновода E-типа, фазовая скорость которой $v_ф \leqslant v_0$. Благодаря этому волна, распространяясь вместе с пучком, интенсивно усиливается им, и амплитуда поля редко нарастает вдоль z. Но при определенном уровне поля частицы пучка захватываются волной, так что усиление поля прекращается. Это состояние нелинейного насыщения, наступающее на характерной длине L пространственного усиления, и определяет наибольшую передачу энергии пучка в поле.

Анализ этой традиционной и имеющей прямой практический смысл схемы пучково-плазменного усилителя предпринимался неоднократно. Однако аналитическое рассмотрение ограничивалось, как правило, начальной стадией. Последующие этапы в силу нелинейности процессов могут успешно исследоваться лишь с помощью численного подхода