Таким образом, можно сделать вывод, что в рамках указанных приближений учет столкновений атомов активной среды ведет к росту порогового значения разности населенностей для обеих моделей столкновений.

Следует отметить, что в обеих моделях столкновений пороговое значение разности населенностей и амплитуда генерируемого поля существенным образом зависят от соотношений между константами γ_{ab}, ν_c и $\Delta\omega_D$. В случае сильных столкновений выражение для $D^0_{\text{пор}}$ (16) можно получить в явном виде как функцию $y=(\gamma_{ab}+\nu_c)/\Delta\omega_D$ для любых y. В случае слабых столкновений получить аналитическое решение удается лишь асимптотически, при малых и больших y (см. (25), (26)) и для малых E. Тем не менее из (16), (25) и (26) вытекает, что в рамках указанных приближений учет столкновений атомов активной среды ведет к росту порогового значения разности населенностей для обеих моделей столкновений при любых соотношениях между γ_{ab}, ν_c и $\Delta\omega_D$, а в случае $\nu_c \gg \gamma_{ab}$ наличие столкновений может быть определяющим.

В заключение выражаю благодарность проф. Ю. Л. Климонтовичу за постоянное внимание и интерес к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Волновые и флуктуационные процессы в лазерах. Под ред. Ю. Л. Климонтовича. М.: Наука, 1974. [2] Климонтович Ю. Л. Кинетическая теория электромагнитных процессов. М.: Наука, 1980. [3] Раутиан С. Р., Собельман И. И., Юков Е. А. Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. М.: Наука, 1979. [4] Асмарян Э. А., Хлыбов Г. Н. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон., 1972, 13, № 4, с. 407. [5] Фадеева В. Н., Терентьев Н. И. Таблицы значений интеграла вероятностей от комплексного аргумента. М.: Гостехиздат, 1974. [6] Никифоров А. Ф., Уваров В. Б. Специальные функции математической физики. М.: Наука, 1978.

Поступила в редакцию
27.05.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 2

УДК 551.465.41

ВЛИЯНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ В ПРИДОННОМ ПЛОТНОСТНОМ ПОТОКЕ

В. Н. Анучин, Ю. Г. Пыркин

(кафедра физики моря и вод суши)

1. В последние годы в морской геофизике возрос интерес к изучению придонных плотностных потоков, которые характеризуются в первую очередь высокой энергоемкостью и крайне слабым взаимодействием с вышележащими слоями воды [1—3]. Придонные плотностные потоки могут создаваться как термохалинными факторами, так и взвешенной суспензией. Высокая энергоемкость и слабое взаимодействие с окружающей жидкостью позволяют этим потокам распространяться тонкими слоями вдоль дна на значительные расстояния, практически не меняясь по толщине [4]. Совершенно очевидно, что для устойчивости подобного рода течений необходимы какие-то в сильной степени анизотропные распределения динамических характеристик в них. Экспериментально доказанным [5] проявлением анизотропных свойств яв-

ляется существование двух максимумов в вертикальном распределении турбулентного напряжения, один из которых находится непосредственно у дна, другой — в зоне раздела двух жидкостей разной плотности. Верхний максимум, как было высказано еще в работе [6], свидетельствует о сильном влиянии молекулярного переноса массы и импульса в зоне смешения.

В настоящей работе дается попытка физического объяснения возникновения второго максимума в распределении турбулентного напряжения, а также влияния вертикальной компоненты скорости течения придонного плотностного потока на его динамику.

Все рассуждения будут проводиться для течения более соленой жидкости в менее соленой вдоль наклонного дна; температура обеих жидкостей постоянна и одинакова.

Будем исходить из того, что жидкость несжимаема, тогда для плоского случая справедлива следующая система уравнений:

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\mu\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial z}\mu\frac{\partial u}{\partial z}+\rho g i, \quad (1)$$

$$\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+w\frac{\partial w}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial x}\mu\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial z}\mu\frac{\partial w}{\partial z}-\rho g j, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+u\frac{\partial \rho}{\partial x}+w\frac{\partial \rho}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial x}D\frac{\partial \rho}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial z}D\frac{\partial \rho}{\partial z}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial z}=0, \quad (4)$$

где x — координата, направленная вдоль дна вниз по уклону, z нормальна дну с началом на дне, ρ — плотность придонного потока, u, w — составляющие скорости течения жидкости по x и z соответственно, p — давление, μ — коэффициент динамической вязкости, g — ускорение силы тяжести, $i=\sin\alpha$, $j=\cos\alpha$, α — угол наклона дна, $\rho=\rho_0+\Delta\rho(x, z, t)$, ρ_0 — плотность чистой воды, t — время, D — коэффициент молекулярной диффузии.

Рассмотрим теперь некоторые предельные случаи течения придонного плотностного потока, описываемого системой (1)—(4) при заданных соответствующих граничных и начальных условиях.

2. Выясним влияние распределения плотности на распределение вертикальной составляющей скорости течения, которая хотя и является величиной малой, однако при определенных условиях может иметь достаточно большие производные, которыми пренебрегать нельзя.

Будем считать течение стационарным и однородным вдоль x, тогда в приближении Буссинеска система уравнений (1)—(4) выродится в следующую:

$$\rho w\frac{du}{dz}=\mu\frac{d^2u}{dz^2}+\Delta\rho g i, \quad (5)$$

$$\rho w\frac{dw}{dz}=\mu\frac{d^2w}{dz^2}, \quad (6)$$

$$w\frac{d\rho}{dz}=D\frac{d^2\rho}{dz^2}. \quad (7)$$

В уравнениях (5)—(7) μ и D постоянны.

Отвлечемся пока от поиска выражения для горизонтальной составляющей и рассмотрим систему двух уравнений (6), (7). Считая все производные непрерывными, а $d\rho/dz \neq 0$, т. е. полагая, что распределение $\rho(z)$ не имеет экстремумов, а может иметь только точки перегиба, и исключая из системы уравнений (6), (7) w, получим следующее уравнение для $f = \Delta\rho$:

$$f^{IV} f^{I^2} = f^{II}\left\{\left[\frac{D(f+\rho_0)}{\mu} + 3\right] f^{III} f^{I} - \left[\frac{D(f+\rho_0)}{\mu} + 2\right] f^{II^2}\right\}. \tag{8}$$

Римские цифры означают соответствующее дифференцирование по z.

Многочисленные экспериментальные данные показывают, что при $z=h$, где h — толщина придонного плотностного потока, в распределении f имеется перегиб.

Рассмотрим решение системы (6), (7) в δ-окрестности h (т. е. $z \in [h \pm \delta]$; $h \gg \delta$). В этой окрестности можно считать $f^{II} \to 0$, тогда уравнение (8) принимает вид

$$f^{IV} = 0. \tag{9}$$

Из уравнения (9) легко находится явный вид f:

$$f = C_1 z^3/6 + C_2 z^2/2 + C_3 z + C_4.$$

Для w соответственно будет справедливым следующее выражение:

$$w = D(C_1 z + C_2)/(C_1 z^2/2 + C_2 z + C_3).$$

Константы C_1, C_2, C_3, C_4 найдем из следующих условий:

$$f|_{z=h-\delta} = \Delta\rho_0;\ f|_{z=h+\delta} = f'|_{z=h+\delta} = f''|_{z=h} = 0.$$

Они соответственно равны

$$C_1 = \frac{3\Delta\rho_0}{2\delta^3};\ C_2 = -\frac{3\Delta\rho_0 h}{2\delta^3};\ C_3 = \frac{3\Delta\rho_0 (h^2 - \delta^2)}{4\delta^3};$$

$$C_4 = \frac{\Delta\rho_0 (h+\delta)(h\delta + 2\delta^2 - h^2)}{4\delta^3}.$$

Таким образом, мы получаем явный вид для w и $f = \Delta\rho$:

$$f = \frac{\Delta\rho_0}{4\delta^3}[z^3 - 3hz^2 + 3(h^2 - \delta^2)z + (h+\delta)(h\delta + 2\delta^2 - h^2)], \tag{10}$$

$$w = \frac{2D(z-h)}{(z-h)^2 - \delta^2}. \tag{11}$$

Исследуем выражение (11) при $z=h$, $w=0$. Очевидно, что в области, в которой рассматривается решение нашей системы, знаменатель в (11) всегда меньше нуля, так как $|z-h| < \delta$, числитель же в (11) при $z > h$ положителен, а при $z < h$ отрицателен. Таким образом,

$$w \geqslant 0,\ h - \delta < z \leqslant h;\ w \leqslant 0,\ h \leqslant z < h + \delta.$$

Естественно, что выражение (11) справедливо лишь при

$$z \in [h \pm \varepsilon], \text{ где } \varepsilon < \delta.$$

В результате исследования малой окрестности точки перегиба в вертикальном распределении плотности придонного плотностного течения мы получили весьма любопытный результат о перемене в этой области знака вертикальной составляющей скорости. На рис. 1 графически изображены зависимости (10) и (11).

Изменение знака в распределении вертикальной составляющей скорости потока в зоне раздела двух жидкостей может быть объяснено, с одной стороны, наличием источника в этой зоне. Таким «источником» у нас является условие $\Delta\rho_0=\mathrm{const}$. Другое объяснение может быть дано с точки зрения переноса вихря. Так как поверхность раздела двух жидкостей является вихревой поверхностью, то при проходе возмущения, которым в нашей модели служит головная часть потока, возникает система из двух вихрей. Один из них локализован в плотностном потоке, другой — над ним. Подобная картина наблюдалась в экспериментах Торпа [7]. Но в силу упрощений в нашей задаче мы получаем лишь перемену знака вертикальной составляющей скорости. Равенство нулю этой составляющей непосредственно при $z=h$ служит некоторым объяснением того, почему придонные плотностные потоки распространяются на значительные расстояния, практически не меняясь по толщине.

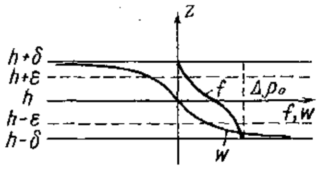

Рис. 1

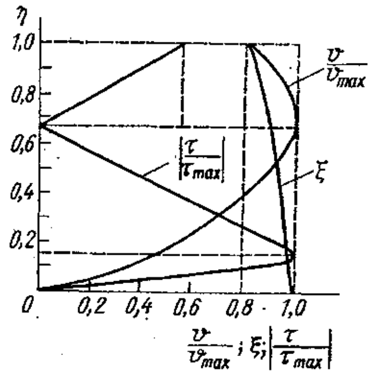

Рис. 2

3. Рассмотрим теперь механизм возникновения второго максимума в вертикальном распределении турбулентного напряжения. Полагаем, как и ранее, течение стационарным и однородным вдоль x и считаем справедливым допущение о плоскопараллельности течения, т. е.

$$u=\overline{u}+u';\quad w=w';\quad \rho=\rho_0+\overline{\Delta\rho}+\rho'. \tag{12}$$

Подставляя условия (12) в исходную для наших предположений систему (5), (7) и проводя осреднение по правилам Рейнольдса, получаем

$$(\rho_0+\overline{\Delta\rho})\frac{d\overline{w'u'}}{dz}+\overline{\rho'w'}\frac{d\overline{u}}{dz}=\mu\frac{d^2u}{dz^2}+\overline{\Delta\rho}gi, \tag{13}$$

$$\frac{d\overline{w'\rho'}}{dz}=D\frac{d^2\overline{\Delta\rho}}{dz^2}. \tag{14}$$

Предполагаем далее, что

$$\overline{w'u'}=-k_1\frac{d\overline{u}}{dz};\quad \overline{w'\rho'}=-k_2\frac{d\overline{\Delta\rho}}{dz}. \tag{15}$$

Подставляем (15) в систему (13), (14) и приводим ее к безразмерному виду. В результате получим

$$\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{d^2v}{d\eta^2}+(A+\xi)\frac{1}{\mathrm{Re}_1}\frac{d}{d\eta}\lambda_1\frac{dv}{d\eta}+\frac{\lambda_2}{\mathrm{Re}_2}\frac{d\xi}{d\eta}\frac{dv}{d\eta}+\frac{\xi}{\mathrm{Fr}}=0, \tag{16}$$

$$\frac{d}{d\eta}(1+\lambda_3)\frac{d\xi}{d\eta}=0, \tag{17}$$

где

$$v=\overline{u}/u_*;\ \xi=\overline{\Delta\rho}/\Delta\rho_0;\ \Delta\rho_0=\overline{\Delta\rho}|_{\eta=0},$$

$$\eta=z/h;\ k_1=k_{10}\lambda_1(\eta);\ k_2=k_{20}\lambda_2(\eta);\ \lambda_3=\frac{k_{20}}{D}\lambda_2;$$

$$\nu_0=\mu/\rho_0;\ \mathrm{Re}=u_*h/\nu_0;\ A=\rho_0/\Delta\rho_0;$$

$$\mathrm{Re}_1=u_*h/k_{10};\ \mathrm{Re}_2=u_*h/k_{20};\ \mathrm{Fr}=u^2_*/(ghi),$$

u_* — некоторая характеристическая скорость, h — толщина придонного плотностного потока.

Будем находить решение системы (16), (17) в области $\eta\in[0, 1]$. Решение в вышележащей области получается путем сшивания на границе $\eta=1$. Граничные условия выбираем в виде

$$\begin{aligned} &\xi|_{\eta=0}=1; \quad \xi|_{\eta=1}=0{,}8;\\ &v|_{\eta=0}=0; \quad v|_{\eta=1}=0{,}8. \end{aligned} \tag{18}$$

Для проверки справедливости основного предположения о влиянии пульсаций плотности на распределение средних характеристик потока решим систему (16), (17) с условиями (18) для простейшего случая

$$k_1=k_2=k_0=\mathrm{const};\ \lambda_1=\lambda_2=1;\ \mathrm{Re}_1=\mathrm{Re}_2=\mathrm{Re}.$$

Для ξ получаем

$$\xi=1-0{,}2\eta.$$

Для нахождения v получаем уравнение

$$(2+A-0{,}2\eta)v''-0{,}2v'+(1-0{,}2\eta)\mathrm{Re}/\mathrm{Fr}=0. \tag{19}$$

Решение уравнения (19) имеет вид

$$v=C_1\ln(2+A-0{,}2\eta)+\frac{(2+A-0{,}2\eta)^2}{16}-\frac{(1+A)\,\mathrm{Re}}{0{,}04\,\mathrm{Fr}}(2+A-0{,}2\eta)+C_2. \tag{20}$$

Константы C_1 и C_2 находятся из граничных условий (18). Для турбулентного напряжения будет справедливо выражение

$$\tau=-(A+\xi)\,k_0\frac{dv}{d\eta}=(0{,}2\eta-A-1)\,k_0\frac{dv}{d\eta}.$$

Как следует из (20), распределение модуля турбулентного напряжения имеет два максимума: один у дна, другой непосредственно на границе $\eta=1$.

На рис. 2 представлены графики для v, ξ и $|\tau|$, причем v и τ нормированы на их максимальные значения. Численные значения k_0, Re, Fr и A задавались из натурных наблюдений [8]. Как следует из рис. 2, в случае линейной стратификации второй максимум турбулентного напряжения определяется неоднородностью плотности. И поэтому при решении задач динамики придонных плотностных потоков необходим учет корреляции между пульсациями плотности и скорости.

Подводя итог вышеизложенному, можно с уверенностью сказать, что явления на границе раздела потоков разной плотности являются весьма интересными и требуют дополнительных экспериментальных и теоретических исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Armi L., D'Asaro E. J. Geophys. Res., 1980, 85, N 1, p. 469. [2] Zenk W. Int. Coun. Explor. of the Sea Hydrogr. Count. C. M. / C:5, 1981, p. 7. [3] Lacombe H. La Houille Blanche, 1965, N 1, p. 38. [4] Пыркин Ю. Г., Пивоваров А. А., Хунджуа Г. Г. ДАН СССР, 1968, 179, № 3. [5] Georgiev B. V. In: Intern. Symp. of Stratified flows. Novosibirsk, 1972, p. 9. [6] Анучин В. Н., Гусев А. М., Пыркин Ю. Г. Метеорология и гидрология, 1974, № 2, с. 85. [7] Thorpe S. A. J. Fluid Mech., 1973, 61, N 4. [8] Пыркин Ю. Г., Петров В. П., Самолюбов Б. И. Гидротехн. строительство, 1977, № 4.

Поступила в редакцию
27.05.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 2

УДК 536.421.1:537.312.62, 538.115

ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНАЯ СВЕРХПРОВОДЯЩАЯ ФАЗА В СПЛАВАХ РЕДКОЗЕМЕЛЬНЫХ МЕТАЛЛОВ

А. В. Ведяев, О. Э. Молодых, М. А. Савченко, А. В. Стефанович

(кафедра магнетизма)

В последнее время экспериментально было обнаружено [1, 2], что в ряде соединений редкоземельных металлов температура перехода в антиферромагнитное состояние $T_N \approx 10$ К превышает температуру сверхпроводящего перехода $T_C \approx 2$ К. При этом имеет место сосуществование сверхпроводящей и магнитной фаз.

В работах [3—6] были исследованы фазовые диаграммы, экспериментально полученные в [7, 8], и определен характер перехода в сверхпроводящее и магнитное состояния [6].

Настоящая работа посвящена исследованию возможности возникновения высокотемпературной сверхпроводящей фазы в сплавах редкоземельных металлов с алюминием. На основе экспериментов по рассеянию нейтронов в сплавах TbAl—NdAl [9] было установлено, что магнитная структура этих веществ характеризуется сложным антиферромагнитным упорядочением с сильной анизотропией в базисной плоскости x, y (рис. 1). Температуры Нееля для TbAl и NdAl соответственно равны 72 и 29 К.

Магнитная структура сплава ThAl—NdAl (пространственная группа $P_{2a}b'cm'$ — орторомбическая симметрия) может быть представлена с помощью четырех векторов:

$$\mathbf{m} = \frac{1}{2}(\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3 + \mathbf{S}_4) \to 0,$$

$$\mathbf{l}_1 = \frac{1}{2}(\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3 - \mathbf{S}_4) \to 0,$$

$$\mathbf{l}_2 = \frac{1}{2}(\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 - \mathbf{S}_3 - \mathbf{S}_4),$$

$$\mathbf{l}_3 = \frac{1}{2}(\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2 - \mathbf{S}_3 + \mathbf{S}_4).$$

В свою очередь, векторы антиферромагнетизма $\mathbf{l}_2$, $\mathbf{l}_3$ осциллируют в плоскости x, y, поэтому

$$\mathbf{l}_2(x, y) = \mathbf{l}_{2x} e^{i\pi x} + \mathbf{l}_{2y} e^{i\pi(x+y)},$$
$$\mathbf{l}_3(x, y) = \mathbf{l}_{3x} e^{i\pi(x+y)} + \mathbf{l}_{3y} e^{i\pi x}.$$