

Из (9) и (10) видно, что при любых φ и φ_L знаки μ_{ω_+} и μ_{ω_-} противоположны. При $\delta=0$ поглощения на частоте ω_L нет, так как $C_3(\delta=0)=0$. Зависимость $\mu(\omega)$ для случая $\varphi=\varphi_L=0$ показана на рисунке.

4. **Заключение.** В результате проведенного анализа показано, что и при наличии подавления фазовой релаксации отклик атома на пробное поле состоит из двух частей: однофотонного на частоте пробного поля ω и трехфотонного на частоте $2\omega_L - \omega$, причем их амплитуды равны. Эффект подавления релаксации проявляется в сужении резонансных кривых по сравнению со случаем слабого поля. Полученные результаты качественно согласуются с результатами [1], но за счет асимптотики насыщающего сильного поля имеют существенно более простой вид.

Спектр поглощения рассматриваемой системы, рассчитанный на основе выражения для поляризации, имеет симметричный вид и в случае нулевой расстройки относительно сильного поля состоит из двух частей, одна из которых соответствует поглощению, другая — усилению пробного поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Апанасевич П. А. Основы теории взаимодействия света с веществом. Минск, 1977. [2] Бакланов Е. В., Чеботаев В. П. ЖЭТФ, 1971, 60, с. 552. [3] Бакаев Д. С. и др. ЖЭТФ, 1982, 83, с. 1279. [4] Mollow B. R. Phys. Rev., 1969, 188, p. 1969. [5] Mollow B. R. Phys. Rev., 1970, A2, p. 76. [6] Зубарев Д. Н. Неравновесная статистическая термодинамика. М.: Наука, 1971. [7] Гришанин Б. А. ЖЭТФ, 1983, 85, № 8, с. 447.

Поступила в редакцию
22.06.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 2

УДК 621.315.592

ПЛОТНОСТЬ СОСТОЯНИЙ ЭЛЕКТРОНОВ В ДВУМЕРНОЙ СИСТЕМЕ СО СЛУЧАЙНЫМ ПОЛЕМ

А. Г. Миронов, М. Г. Новак

(кафедра физики полупроводников)

Методом оптимальной флуктуации [1, 2, 3] вычислена плотность состояний двумерной системы с гауссовым случайным полем примесного происхождения в общем случае произвольного радиуса убывания его бинарной корреляционной функции.

1. **Введение.** Рассматриваем двумерную систему, пространственно однородную и изотропную в отсутствие случайного поля, спектр электронов при этом параболический с эффективной массой m . Межэлектронное взаимодействие учитываем лишь через экранировку случайного поля примесного происхождения. Примем гауссовскую статистику распределения случайного поля: вероятность реализации конкретной конфигурации потенциальной энергии электрона $V(\mathbf{r})$ дается функционалом $\mathcal{P}[V(\mathbf{r})]$:

$$\mathcal{P}[V(\mathbf{r})] = \exp\{-S[V(\mathbf{r})]\} \left[\int \mathcal{D}[V(\mathbf{r}')] \exp\{-S[V(\mathbf{r}')] \} \right]^{-1},$$

где

$$S[V(\mathbf{r})] = \frac{1}{2} \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' V(\mathbf{r}) \tilde{\Psi}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) V(\mathbf{r}') \quad (1)$$

и $\tilde{\Psi}(|\mathbf{q}-\mathbf{q}'|)$ — положительно определенное ядро. Уравнение Шредингера при конкретной реализации $V(\mathbf{q})$,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla_{\rho}^2\psi_{\lambda}+V(\rho)\psi_{\lambda}=E_{\lambda}\psi_{\lambda},$$

определяет собственные функции ψ_{λ} и собственные значения энергии $E_{\lambda}[V]$, являющиеся функционалами от $V(\mathbf{q})$. Самоусредняющаяся величина — плотность состояний $\rho(E)$ — находится усреднением по ансамблю полей V , $\rho(E)=\frac{1}{\Omega}\left\langle\sum_{\lambda}\delta(E-E_{\lambda}[V])\right\rangle$ (Ω — объем системы),

выполняемым функциональным интегрированием с весом

$$\mathcal{P}[V]:\langle F[V]\rangle=\int\mathcal{D}[V]F[V]\mathcal{P}[V].$$

Начало отсчета энергии выберем так, чтобы было $\langle V(\mathbf{q})\rangle=0$; свойства гауссовского ансамбля полей $V(\mathbf{q})$ полностью определяются видом его бинарной корреляционной функции $\Psi(|\mathbf{q}-\mathbf{q}'|)=\langle V(\rho)V(\rho')\rangle$, связанной с ядром $\tilde{\Psi}$ в (1) соотношением

$$\int d\rho''\tilde{\Psi}(|\rho-\rho''|)\Psi(|\rho''-\rho'|)=\delta(\rho-\rho').$$

Нас интересует область достаточно больших по модулю отрицательных энергий, где собственные значения $E_{\lambda}[V]$ дискретны и плотность состояний $\rho(E)$ уже столь мала, что она в основном определяется вероятностью возникновения нижайшего уровня λ_0 в яме оптимальной формы $V_0(\rho-\mathbf{R})$, центрированной в произвольной точке \mathbf{R} и удовлетворяющей условию $\lambda_0[V_0(\mathbf{q}-\mathbf{R})]=E$.

Выбор указанной конфигурации отвечает нахождению условного минимума функционала S на гиперповерхности $\lambda_0[V]=E$. Этим методом, развитым в работах [1—3], определяется форма глубокого хвоста $\rho(E)$ с логарифмической точностью:

$$\ln\rho(E)\approx\ln\langle\delta(\lambda_0[V]-E)\rangle\approx-S[V_0(\mathbf{q})]. \quad (1')$$

2. Вариационный метод. Эффективная прямая вариационная процедура в рамках метода оптимальной флуктуации была использована в работах [4, 5]. Она дает как V_0 , так и отвечающую ей оптимальную волновую функцию ψ . Задача об условном экстремуме $S[V]$ с одновременным нахождением функции ψ , минимизирующей функционал

$$L(E, V, \psi)=\int d\rho\left\{\frac{\hbar^2}{2m}(\nabla\psi)^2+[V(\rho)-E]\psi^2\right\}, \quad (2)$$

эквивалентна отысканию точки стационарности функционала

$$Y[V, \psi]=S[V]+W^{-1}L(E, V, \psi). \quad (3)$$

От произвольной константы размерности энергии W , введенной для безразмерности Y , конечные результаты не зависят. Уравнение Лагранжа, отвечающее варьированию Y по V , дает

$$V_0(\rho)=-W^{-1}\int d\rho'\Psi(|\rho-\rho'|)\psi^2(\rho'). \quad (4)$$

Другое уравнение Лагранжа, отвечающее варьированию по ψ , дает нелинейное уравнение типа шредингеровского. Учитывая (4), мы имеем

$$Z[\psi]\equiv Y[V_0, \psi]=- (2W^2)^{-1}\int d\rho d\rho'\psi^2(\rho)\Psi(|\rho-\rho'|)\psi^2(\rho'). \quad (5)$$

Легко найти еще точку стационарности Y по переменной $\|\psi\|^2 = \int d\rho \psi^2(\rho)$. Значение функционала Z в ней есть

$$\Theta[\psi/\|\psi\|] = \left[\frac{\hbar^2}{2m} \int d\rho (\nabla\psi)^2 - E \int d\rho \psi^2 \right]^2 \left\{ \int d\rho d\rho' \psi^2(\rho) \Psi(|\rho - \rho'|) \psi^2(\rho') \right\}^{-1}$$

Итоговый функционал Θ не содержит V и не зависит от нормировки волновой функции ψ .

Как показано для трехмерной системы в [4], при отыскании $\rho(E)$ вполне удовлетворительным приближением оказываются простые водородоподобные функции. Этот вывод основан на сравнении результатов прямой вариационной процедуры с данными численного решения нелинейного уравнения Шредингера с оптимальным потенциалом, приведенным в [2]. Соответствующий численный расчет для двумерной системы был проведен лишь для предельного случая δ -корреляции, когда радиус убывания бинарной функции — наименьший в задаче и $\Psi(|\rho - \rho'|) = \Phi_0 \delta(\rho - \rho')$.

3. Случай δ -корреляции случайного поля. Функционал Θ упрощается:

$$\Theta = \left[\frac{\hbar^2}{2m} \int d\rho (\nabla\psi)^2 - E \|\psi\|^2 \right]^2 \psi_4^{-1}; \quad \psi_4 = \int \psi^4(\rho) d\rho, \quad (6)$$

и при использовании простейшей пробной функции $\psi(\rho) = c \exp(-\alpha\rho)$ все результаты представимы в аналитической форме. Задача сводится к минимизации явной функции α , в которой как следствие δ -корреляции зависимость от энергии выделяется в отдельный сомножитель. Минимизируя Θ по α , получаем $-\ln[\rho(E)/\rho_0] = 11,89|E|$ и $\psi_4 = 8/\pi \approx 2,54$. Это близко к результатам численного расчета Маслова и Моториной [6]: $-\ln[\rho(E)/\rho_0] = 11,8|E|$, $\psi_4 = 2,42$.

Расхождение в пределах 5% отвечает точности самого метода. Таким образом, и в двумерной задаче пригоден подход с использованием простых водородоподобных функций.

4. Конечный радиус корреляции случайного поля. При переходе к случаю конечного радиуса убывания бинарной функции $\Psi(|\rho - \rho'|)$ надо конкретизировать ее вид. Пусть случайное поле формируется хаотически расположенными примесными центрами. В определенной области значений параметров такой системы суперпозиция потенциалов многих примесных центров создает гауссово случайное поле.

Используем в дальнейшем вид потенциала примесного центра в тонкой пленке, полученный в [7, 8] в приближении линейного экранирования (эффекты случайного поля в [7, 8] не учитывались). Фурье-образы потенциала центра и бинарной функции таковы:

$$V(k) = 4\pi e^2 [\gamma L (k^2 + r_0^{-2})]^{-1}, \quad \Psi(k) = \beta (k^2 + r_0^{-2})^{-2}.$$

Здесь $\beta = 4e^4 n_t (\gamma L)^{-2}$, r_0 — радиус экранирования, а γ — отношение диэлектрических проницаемостей пленки и окружающей ее среды.

После довольно громоздких, но несложных вычислений функционал Θ представляется в виде явной функции переменных $x = 4\alpha^2 r_0^2$ и $\mu = 4\epsilon r_0^2$, где $\epsilon = 2m|E|/\hbar^2$:

$$\Theta(x, \mu) = B(x + \mu)^2 [2e^2 G(x)]^{-1}.$$

Здесь $B = (\hbar^2/(2m)) (8\pi\beta r_0^6)^{-1}$, $g(x) \equiv G(x) x^{-3} = (2x + 3 - 6x^{-1} + x^{-2} - 6 \ln x) (x-1)^{-4}/4$. Из условия минимума $d\Theta(x, \mu)/dx = 0$ получаем $\mu = (2G - xG')/G'$, $\mu = [1 - (1+3x)M + 4x^3 + 23x^2 - 4x] [M + (3M+1)x^{-1} -$

$-17x-8]^{-1}$, где $M=6x^2 \ln x(x-1)^{-1}$. Окончательные результаты удобно представить в виде, использованном в работе [2]. Плотность состояний имеет вид $\rho(E)=\rho_0 \exp[-E_t^2 b(\mu)/2\xi]$, где $E_t=\hbar^2/(2mr_0^2)$ и параметр ξ характеризует интенсивность потенциала одиночного центра. Показатель экспоненты в выражении для $\rho(E)$ равен оптимальному значению исходного функционала $S[V_0]$.

В рамках использованной модели экранирования можно оценить величину характерных параметров задачи. Радиус экранирования записывается как $r_0=(aL)^{1/2}/2$, где L — толщина пленки и $a=\hbar^2\gamma/(me^2)$ — боровский радиус электрона в ней. При этом

$$\xi=16\pi e^4 n_i r_0^2 (\gamma L)^{-2}, \quad B=(2\pi a L n_i)^{-1}.$$

Величиной характерного параметра B определяются пределы применимости модели. Физически разумные результаты получаются при $n_i r_0^{-2} \sim 1$, или $aL \sim n_i^{-1}$, т. е. в области такой площади находится примерно один примесный центр. Имеются и другие условия, ограничивающие допустимый интервал изменения параметра $x=4a^2 r_0^2$: при малых x неприменим метод оптимальной флуктуации, а с ростом x радиус локализации α^{-1} становится сравнимым с r_0 , так что не годится модель δ -корреляции.

Легко определяются асимптотики плотности состояний для случаев больших и малых энергий:

$$b(\mu) \approx 25\mu/4, \quad \mu \ll 1; \quad (7)$$

$$b(\mu) \approx \mu^2/4, \quad \mu \gg 1. \quad (8)$$

Они согласуются с известными результатами (см., например, [3]).

Результаты расчета удобно представить в виде трех графиков. На рис. 1 и 2 показаны зависимости от параметра $\mu=4e\epsilon_0^2$ величин $b(\mu)=(-2\xi/E_t^2) \ln[\rho(E)/\rho_0]$ (фигурирует в показателе экспоненты в выражении для $\rho(E)$) и $v=d \ln b/d \ln \mu$. На рис. 3 в полулогарифмическом масштабе приведена зависимость $\Theta(x, \mu)$ от μ . Отметим, что каж-

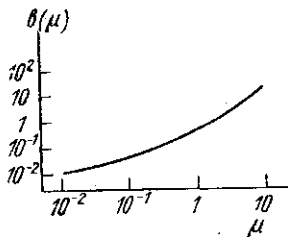


Рис. 1

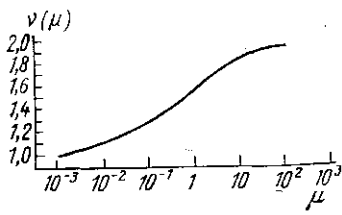


Рис. 2

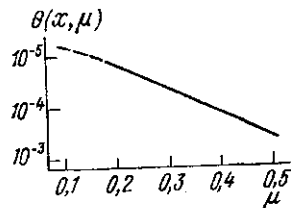


Рис. 3

дому значению параметра $\xi'=2\xi/E_t^2$ отвечает свой небольшой интервал изменения μ , так что фактически имеется семейство кривых по параметру ξ' .

5. Пределы применимости расчета. Следует иметь в виду, что небольшой интервал изменения параметра x , от 0,001 до 0,775, отвечает увеличению безразмерной энергии μ , а следовательно, и величины $b(\mu)$ на много порядков. Излишне оптимистично было бы ожидать пригодности модели во всем этом интервале энергий. Два ограничения очевидны:

1. При $|E| \rightarrow 0$ неприменим метод оптимальной флуктуации, построенный для описания хвоста плотности состояний. Считая, что

плотность состояний уже достаточно мала при показателе экспоненты $\Theta(x, \mu) \sim -3$, получаем ограничение на $|E|$ снизу.

2. При $|E| \rightarrow \infty$ происходит переход из гауссовской в пуассоновскую часть спектра [1, 6] и формула (1') уже неприменима.

Обсудим еще приближения, использованные непосредственно по ходу расчета, — аппроксимацию линейного экранирования, учет лишь основных состояний. Эти условия вырезают довольно узкий сегмент допустимых значений параметра μ , но так как для различных материалов актуальны свои небольшие участки допустимых значений параметра, может понадобиться практически вся рассмотренная область изменения μ .

Рассмотрим пригодность приближения линейного экранирования. Воспользуемся видом экранированного потенциала, найденным в [7]: при $\rho \gg r_0$ имеем $(2e/(\gamma L))(2r_0/(\pi\rho))^{1/2} \exp(-\rho/r_0)$. Учтем, что полная потенциальная энергия электрона определяется влиянием многих примесных атомов, расположенных в области с размером порядка a^{-1} . Достаточным условием применимости рассматриваемого приближения будет служить ограничение величины среднеквадратичной флуктуации потенциальной энергии: $\langle V^2 \rangle^{1/2} < \epsilon_s$, или $x^3 g(x) < n_s^2 \xi' / (4n_i^2)$. Здесь n_s — концентрация основных носителей заряда, n_i — концентрация примеси и $\epsilon_s = \pi \hbar^2 n_s / m$. При достаточно больших x это условие упрощается: $\xi' > 8n_i^2 / n_s^2$.

Гауссовской статистикой можно пользоваться при достаточно высокой концентрации примеси, что дает условие

$$\pi n_i (r_0^2 + 4r_0^2/x) > 1.$$

С учетом выражения для радиуса экранирования отсюда получаем

$$\xi' > 4x(x+1)^{-1},$$

так что при достаточно больших x должно быть $\xi' > 4$.

Сравнение установленных сейчас ограничений показывает, что при не очень сильной компенсации ($2n_i^2 < n_s^2$) условие применимости гауссовской статистики обеспечивает пригодность приближения линейного экранирования.

Учет лишь основных состояний оправдан достаточно глубоко в хвосте плотности состояний, когда значение показателя экспоненты в выражении для нее превышает по модулю 3, т. е. при $b(\mu) > 6\xi'$. В случае применимости асимптотик (7), (8) это условие приобретает более простые формы: $\mu > \xi'$ при $\xi' \ll 1$, $\mu > 5\sqrt{\xi'}$ при $\xi' \gg 1$. Как видно, полученные ограничения выделяют на шкале энергии конечные интервалы, в которых применима рассмотренная модель.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Лифшиц И. М. ЖЭТФ, 1967, 53, № 2, с. 743. [2] Halperin B. I., Lax M. Phys. Rev., 1966, 148, N 2, p. 722. [3] Zittartz J., Langer J. S. Phys. Rev., 1966, 148, N 2, p. 741. [4] Eymard R., Duraffourg G. J. Phys. D: Appl. Phys., 1973, 6, p. 66. [5] Миронов А. Г. ТМФ, 1982, 50, № 2, с. 308. [6] Лифшиц И. М. и др. Введение в теорию неупорядоченных систем. М.: Наука, 1982, с. 204. [7] Рытова Н. С. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон., 1967, № 3, с. 30. [8] Келдыш Л. В. Письма в ЖЭТФ, 1979, 29, № 11, с. 716.

Поступила в редакцию
28.06.83