сев М. Д. и др. Тр. НИИЧаспром, 1976, 22, с. 29. [5] Балакин Л. В., Карасев М. Д., Медведев В. И. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон., 1981, 22, № 3, с. 3. [6] Балакин Л. В., Карасев М. Д., Медведев В. И. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон., 1981, 22, № 3, с. 60. [7] Радиотехнические цепи и сигналы. Под ред. К. А. Самойло. М.: Радио и связь, 1982. [8] Балакин Л. В., Медведев В. И. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон., 1982, 23, № 4, с. 59.

Поступила в редакцию
01.07.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 2

УДК 550.383:523.4—845:523.038

ГРАВИТАЦИОННАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ И НАМАГНИЧИВАНИЕ

В. И. Григорьев, Е. В. Григорьева

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Попытки выяснения физической природы магнитных полей Земли, Солнца и других небесных тел предпринимались уже давно, но после появления моделей динамо [1] (обширные библиографические сведения см., например, в [2—7]) все более укреплялось мнение, что основная роль при генерации этих полей принадлежит магнитогидродинамическим эффектам.

Цель настоящей работы — обратить внимание еще на один класс эффектов, которые могут существенно влиять на магнитные поля небесных тел. Эти эффекты обусловливаются поляризацией вещества под действием гравитационного поля.

Первое высказывание о влиянии гравитационного поля на перераспределение зарядов в веществе, следствием чего должно быть появление магнитного поля при вращении тела, принадлежит, по-видимому, Сузерленду [8]. Однако его работа, появившаяся в начале века, не имела надежного теоретического основания и была забыта, хотя в свое время она привлекла внимание Лебедева, который поставил эксперимент с целью обнаружить магнитное поле вращающихся тел * [9].

Попытаемся показать, что для объяснения гравитационной поляризации излишне привлечение каких-то новых гипотез, но необходим учет квантовых эффектов.

Первые довольно грубые оценки можно получить таким образом: рассмотрим единичный элемент объема в теле; макроскопическое условие равновесия имеет вид

$$\mathbf{F}_{\text{гр}}+\mathbf{F}_{\text{эл}}+\mathbf{F}_{\text{п}}=0, \qquad (1)$$

где $\mathbf{F}_{\text{гр}}$ — действующая на элемент объема гравитационная сила, $\mathbf{F}_{\text{эл}}$ — электрическая сила, а $\mathbf{F}_{\text{п}}$ отражает взаимодействия, связанные с принципом Паули. Учет последних имеет первостепенное значение: известно, например, что оценки модулей упругости в рамках модели свободных электронов, т. е. модели, учитывающей лишь обязанную принципу Паули упругость при деформации сжатия, дают для метал-

* Опыты Лебедева, как и более поздние эксперименты Сванна и Лангакра [10], не привели к обнаружению ожидавшегося магнитного поля. Однако, существенно усовершенствовав методику эксперимента, Б. В. Васильев в Дубне в 1983 г. смог обнаружить порождение магнитного поля при вращении нейтрального тела [13]. Более подробное освещение этого круга вопросов предполагается в отдельной публикации.

лов значения, по порядку величин совпадающие с экспериментальными [11].

Относительные вклады $F_{эл}$ и $F_п$ зависят от ряда факторов, последовательный учет которых — далеко не простая задача квантовой теории твердого тела. Однако можно в какой-то мере обойти возникающие здесь трудности, пойдя по пути феноменологического описания. Положим, что электростатические силы уравновешивают некоторую долю α от гравитационных сил. Значение этого параметра α пока не будем конкретизировать, но будем считать, что это значение является единым для всех подлежащих рассмотрению объектов; именно в этом последнем смысле α нельзя рассматривать как «подгоночный» параметр. Как будет показано ниже, реалистичные оценки для магнитных полей планет, а также Солнца и Вирджинии 78 можно получить, полагая $\alpha \sim \sim 10^{-2}$.

Перепишем теперь условие равновесия (1) в виде $\alpha\mathbf{F}_{гр}+\mathbf{F}_{эл}=0$, подставляя $\mathbf{F}_{гр}=\tau\vec{\mathscr{G}}$ и $\mathbf{F}_{эл}=\rho\mathbf{E}$, где τ — плотность вещества, $\vec{\mathscr{G}}$ — напряженность гравитационного поля, ρ — усредненная полная плотность заряда, $\mathbf{E}$ — также усредненная по физически бесконечно малым объемам напряженность электрического поля:

$$\alpha\tau\vec{\mathscr{G}} + \rho\mathbf{E} = 0. \tag{2}$$

Уравнение (2) позволяет заметить зависимость между плотностью зарядов ρ и плотностью материи τ. Особенно простой оказывается эта зависимость, если не учитывать, что параметр α, вообще говоря, определяется не только составом и физическим состоянием вещества, но и напряженностью гравитационного поля. Принимая такое приближение — его естественно назвать линейным, так как поляризация вещества под действием гравитационного поля прямо пропорциональна напряженности последнего, — нетрудно убедиться, что из (2) следует соотношение

$$\rho = \sqrt{G\alpha}\,\tau. \tag{3}$$

Действительно, учитывая, что $\vec{\mathscr{G}} = -\nabla\Phi$, $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$, где потенциал гравитационного поля Φ удовлетворяет уравнению $\Delta\Phi=4\pi G\tau$, так как заведомо можно удовлетвориться законом Ньютона при описании гравитационного поля, а потенциал электростатического поля — уравнению $\Delta\varphi=-4\pi\rho$, можно записать (2) в виде $\alpha\nabla\Phi\Delta\Phi-G\nabla\varphi\Delta\varphi=0$, так что условие равновесия выполняется, если $\Phi=\pm\sqrt{G/\alpha}\,\varphi$; подействовав на это равенство оператором Лапласа, приходим к (3). Заметим, однако, что правильный выбор знака диктуется физическими соображениями: под действием гравитационного поля, порождаемого массивным телом, атомные остовы, т. е. ядра и тесно связанные с ними внутренние электронные оболочки, должны смещаться в направлении центра тяготения, так что объемная усредненная плотность заряда должна быть положительной, а плотность поверхностных зарядов $\rho_{пов}$ — отрицательной (тело в целом нейтрально).

Полученный нами результат — возникновение положительного объемного и отрицательного поверхностного зарядов под воздействием полей тяготения — нуждается в некотором обсуждении. Действительно, пусть рассматриваемое нами массивное тело — диэлектрик, построенный из нейтральных атомов (аналогичные рассуждения применимы и к проводникам, но здесь нужны были бы некоторые уточнения); при поляризации каждый атом остается нейтральным, как и любой макроскопический объем тела, включающий целое число атомов. Однако из-за перемещения атомных остовов к центру тяготения можно указать такой слой на поверхности тела, в котором создается избыточный отрицательный заряд, а так как тело в целом нейтрально, то в объеме появится избыточный положительный заряд. Толщина отрицательного поверхностного слоя на много порядков меньше размера атомов, поэтому при усредненном описании его следует рассматривать как бесконечно тонкий.

Обратимся теперь к вопросу о магнитных полях, которые должны появляться, если поляризованное вещество движется. Ограничимся частной, но представляющей очевидный интерес задачей: массивный однородный нейтральный шар вращается как целое с постоянной угловой скоростью ω, радиус шара равен R, τ — плотность.

Поле за пределами такого шара оказывается чисто дипольным [12], причем магнитный момент равен

$$\vec{\mathcal{M}} = -\omega \frac{8\pi\sqrt{G\alpha}}{45c} \tau R^5. \qquad (4)$$

Подставляя для ω, τ и R значения, относящиеся к планетам и звездам, легко оценить, какими были бы порождаемые ими поля, если бы отсутствовали неоднородности и внутренние дифференциальные движения (последним определяется и отсутствие той части поля, которая обязана магнитогидродинамическим эффектам).

Расчеты для планет Солнечной системы дают для порядков величин напряженностей поля на поверхностях значения, близкие к экспериментальным (таблица).

Небесное тело	Эксперимент				Теория
	R, см	τ, г/см³	ω, рад/с	$\langle H\rangle$, Э	$H_{\text{теор}}$, Э
Солнце	$7\cdot10^{10}$	1,3	$2,8\cdot10^{-6}$	14	12,75
Меркурий	$2,4\cdot10^{8}$	5,5	$1,3\cdot10^{-6}$	$3\cdot10^{-3}$	$3\cdot10^{-4}$
Венера	$6\cdot10^{8}$	5,3	$3\cdot10^{-7}$	10^{-5}	$4\cdot10^{-4}$
Земля	$6,4\cdot10^{8}$	5,5	$7,3\cdot10^{-5}$	0,48	0,1
Луна	$1,4\cdot10^{8}$	3,4	$2,7\cdot10^{-6}$	10^{-5}	$2\cdot10^{-4}$
Марс	$3,4\cdot10^{8}$	3,9	$7\cdot10^{-5}$	$6\cdot10^{-4}$	0,02
Юпитер	$7,1\cdot10^{9}$	1,3	$1,8\cdot10^{-4}$	4	7,5
Сатурн	$6\cdot10^{9}$	0,6	$1,7\cdot10^{-4}$	0,2	2,8
Уран	$2,5\cdot10^{9}$	1,3	$1,6\cdot10^{-4}$	?	0,6
Нептун	$2,5\cdot10^{9}$	1,6	$1,1\cdot10^{-4}$	?	0,5
Плутон	$3\cdot10^{8}$	5	$1,2\cdot10^{-5}$	?	10^{-3}
Вирджиния 78	10^{11}	0,2	10^{-4}	10^{3}	$3\cdot10^{2}$

В таблице приведены округленные значения усредненных экспериментальных величин. $H_{\text{теор}}$ есть полусумма значений на полюсе и на экваторе. Знак «?» указывает на отсутствие надежных данных.

Параметр α при вычислениях напряженностей магнитных полей, приведенных в таблице, везде принимался равным 0,01. На первый взгляд это просто неприемлемо, так как α зависит от состава и состояния среды, которые сильно различаются на различных небесных телах. Чтобы разобраться в этом вопросе, необходимо более детально обсудить микроскопическую картину гравитационной поляризации.

Модель, которую мы будем использовать, такова: каждый атомный остов рассматривается как положительно заряженная (заряд e) частица, испытывающая воздействие как внешнего гравитационного поля, так и электрического поля, порождаемого внешней электронной оболочкой, которую ради простоты примем за одноэлектронную и будем описывать водородоподобными волновыми функциями; эффект «жесткого каркаса» находит при этом отражение в том, что внешняя оболочка предполагается недеформируемой в процессе поляризации; это, конечно, оправданно только в случае малых смещений остова.

Под действием гравитационного поля напряженности $\mathscr{G}$ атомный остов массы M отклоняется до тех пор, пока гравитационное воздействие не уравновесится воздействием со стороны электрического поля, порождаемого внешней электронной оболочкой. Напряженность этого поля $\vec{\mathscr{E}}$ определяется уравнением Максвелла

$$\operatorname{div} \vec{\mathscr{E}} = 4\pi\rho_{nlm}, \text{ где } \rho_{nlm} = -e\,|\psi_{nlm}|^2, \tag{5}$$

ψ_{nlm} — волновая функция состояния с главным квантовым числом n, орбитальным числом l и магнитным квантовым числом m.

Поскольку отклонение остова z от положения равновесия мало, можно пользоваться асимптотикой $\psi_{nlm}|_{z\to 0} \sim z^l$, что дает

$$|\vec{\mathscr{E}}| = \frac{e}{a_0^2}\left(\frac{z}{a_0}\right)^{2l+1} g_{nl}, \tag{6}$$

где a_0 — боровский радиус, а g_{nl} — безразмерный множитель, убывающий по мере увеличения n и l: $g_{10} \sim 10$; $g_{21} \sim 5\cdot 10^{-2}$; $g_{32} \sim 10^{-4}$; $g_{43} \sim$ $\sim 10^{-8}$.

Отклонение остова, определяемое условием равновесия $M\vec{\mathscr{G}} + e\vec{\mathscr{E}} =$ $= 0$, оказывается равным

$$z_{nl} = a_0\left(\frac{M\mathscr{G}a_0^2}{e^2 g_{nl}}\right)^{1/(2l+1)}. \tag{7}$$

Положив $\mathscr{G} \sim 10^3$ (значение на поверхности Земли) и $M \sim 10^{-23}$ (везде используются единицы СГС), получаем

$$z_{10} \sim 10^{-27};\quad z_{20} \sim 6\cdot 10^{-27};\quad z_{30} \sim 2\cdot 10^{-26};$$
$$z_{21} \sim 10^{-15};\quad z_{31} \sim 5\cdot 10^{-14};\quad z_{32} \sim 10^{-11}.$$

Эти оценки показывают, что определяющее значение имеет орбитальное квантовое число периферического электрона, т. е. гравитационная поляризация существенно зависит от состава и состояния среды.

Поляризация единицы объема $\vec{\mathscr{P}}_{nl} = Ne\mathbf{z}_{nl}$, где N — усредненное число остовов, приходящееся на единицу объема, направлена в изотропном веществе так же, как $\vec{\mathscr{G}}$. Через эту величину можно непосредственно выразить магнитный момент, появляющийся благодаря движению поляризованного вещества. Обращаясь вновь к примеру массивного однородного нейтрального равномерно вращающегося как целое шара, находим

$$\vec{\mathscr{M}}_{nl} = \frac{1}{2c}\int dV\{2\omega(\mathbf{r}\vec{\mathscr{P}}_{nl}) - \vec{\mathscr{P}}_{nl}(\omega\mathbf{r}) - \mathbf{r}(\omega\vec{\mathscr{P}}_{nl})\} = -\frac{2}{3}\,\omega R^{\frac{8l+5}{2l+1}} Q_{nl}(2l+1), \tag{8}$$

где

$$Q_{nl} = \frac{4\pi Nea_0}{c(8l+5)}\left(\frac{4\pi GM\tau a_0^2}{3e^2 g_{nl}}\right)^{1/(2l+1)}.$$

Поле вне шара, разумеется, вновь получается чисто дипольным:

$$\mathbf{H}_{nl}^{(ex)}(\mathbf{r}) = \frac{3\mathbf{r}(\vec{\mathscr{M}}_{nl}\mathbf{r}) - \vec{\mathscr{M}}_{nl}\mathbf{r}^2}{r^5}. \tag{9}$$

Поле же внутри шара (магнитную проницаемость примем $\mu=1$) равно

$$\mathbf{H}_{nl}^{(in)}(\mathbf{r}) = Q_{nl}\left\{(4l+3)\, r^{-\frac{2l}{2l+1}}(\boldsymbol{\omega}\mathbf{r})\,\mathbf{r} - \frac{12l^2+17l-6}{l+1}\, r^{\frac{2l+2}{2l+1}}\boldsymbol{\omega} + \right.$$

$$\left. + \frac{(2l+1)(4l+1)}{3(l+1)} R^{\frac{2l+2}{2l+1}}\boldsymbol{\omega}\right\}. \tag{10}$$

Порядок величины эмпирических значений для магнитных моментов планет Солнечной системы оказывается близким к $|\vec{\mathscr{M}}_{32}|$, а для Солнца — к $|\vec{\mathscr{M}}_{43}|$; этим и объясняется примерное постоянство α.

Полученные оценки основаны на рассмотрении заведомо упрощенной модели. Конечно, реальная ситуация значительно сложнее.

Подвержено изменениям и неоднородно распределение вещества в толще планет и звезд — это должно вызывать отклонение оси гравитационно-поляризационного магнитного поля от географической оси, порождать появление недипольной части, а также и вариаций поля. К этому добавляется и та весьма существенная часть поля, которая обязана своим возникновением магнитогидродинамическим эффектам. Более того, поля гравитационно-поляризационного и магнитогидродинамического происхождения тесно связаны между собой; так, благодаря внутренним дифференциальным движениям поля первого из указанных типов могут из-за эффекта частичного «вмораживания» заметно изменяться, в частности усиливаться. Однако более полное рассмотрение многочисленных возникающих здесь вопросов, равно как и обсуждение возможностей лабораторного исследования центробежного намагничивания, родственного поляризационному, выходит за рамки нашей основной задачи: привлечь внимание к той важной роли, которую может играть в формировании полей небесных тел гравитационная поляризация.

Мы благодарны академику И. М. Лифшицу за то внимание, которое он уделял нашей работе. Мы признательны также В. В. Алексееву, В. Б. Брагинскому, Б. В. Васильеву, В. А. Давыдову, М. И. Каганову, Д. А. Киржницу, В. И. Трухину, С. М. Чудинову, Й. А. Яковлеву, а также участникам семинара ИФЗ, руководимого академиком В. А. Магницким, и семинара ИЗМИРАН за полезные для нас обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Френкель Я. И. Изв. АН СССР, сер. физ., 1947, 11, № 6, с. 607. [2] Яновский Б. М. Земной магнетизм. Л.: Изд-во ЛГУ, 1978. [3] Джекобс Дж. Земное ядро. М.: Мир, 1979. [4] Моффат Г. Возбуждение магнитного поля в проводящей среде. М.: Мир, 1980. [5] Брагинский С. И. Итоги науки и техники, 1980, 5, с. 96. [6] Долгинов Ш. Ш. Магнетизм планет. Итоги науки и техники, 1980, 5, с. 131. [7] Долгинов Ш. Ш. Магнетизм планет. Итоги науки и техники, 1982, 18, с. 3. [8] Sutherlend W. Terrestr. Magn. and Atm. Elec., 1903, 8, p. 49; 1904, 9, p. 167. [9] Лебедев П. Н. Журн. рус. физ.-хим. общества, физ. отдел, 1911, 43, с. 484. [10] Swann W., Langacre F. G. J. Franklin Inst., 1928, 205, N 4, p. 421. [11] Ашкрофт Н., Мермин Н. Физика твердого тела. М.: Мир, 1979. [12] Григорьев В. И., Григорьева Е. В. Поляризация и намагничивание мас-

сивных нейтральных вращающихся тел. Препринт № 4/1980, физ. фак. МГУ. М., 1980. [13] Васильев Б. В. Бароэлектрический эффект. Препринт № Р14-83-406 ОИЯИ. Дубна, 1983.

Поступила в редакцию
12.07.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 2

УДК 537.871.6

ОСОБЕННОСТИ ЛУЧЕВЫХ ТРАЕКТОРИЙ В ПЛОСКОСЛОИСТЫХ ИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

В. Д. Гусев, Н. А. Махмутов

(кафедра общей физики и волновых процессов)

Распространение электромагнитных волн в плоскослоистых изотропных средах ($\mu=1$, $\varepsilon=\varepsilon(z)$) описывается уравнением Гельмгольца, которое для горизонтально поляризованных волн ($\mathbf{E}=\{0, E, 0\}$) имеет вид

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}k^2\varepsilon(z)E=0. \tag{1}$$

Как показано в работах[1, 2], в случае, когда на плоскослоистую изотропную среду ($z\geqslant 0$) из однородного полупространства ($z\leqslant 0$) под углом θ_0 к оси $0z$ падают плоские монохроматические волны, точное решение (1) может быть представлено в виде суммы бегущих падающих и отраженных волн:

$$E(x,z)=E^{\text{пад}}\sqrt{Q(s,z)}\,e^{iksx+ik\int\limits_0^z\frac{dz}{Q(s,z)}}+E^{\text{отр}}\sqrt{Q(s,z)}\,e^{iksx-ik\int\limits_0^z\frac{dz}{Q(s,z)}}, \tag{2}$$

где $E^{\text{пад}}$ и $E^{\text{отр}}$ — постоянные, определяемые из граничных условий, k — волновое число для свободного пространства, $s=\sin\theta_0$. При этом действительная положительная функция $Q(s, z)$ определяется из нелинейного дифференциального уравнения второго порядка

$$2Q\frac{d^2Q}{dz^2}-\left(\frac{dQ}{dz}\right)^2+4k^2[\varepsilon(z)-s^2]Q^2=4k^2, \tag{3}$$

а функция

$$m(s,z)=\sqrt{\frac{1}{Q^2(s,z)}+s^2} \tag{4}$$

представляет собой эффективный показатель преломления плоскослоистой среды.

В настоящей работе на основе точного решения уравнения Гельмгольца (1) в виде суммы бегущих волн (2), «управляемых» эффективным показателем преломления (4), исследуются некоторые особенности лучевых траекторий в плоскослоистых средах с полным отражением. При этом рассматриваются линейный слой бесконечной толщины (рис. 1, *а*):

$$\varepsilon(z)=\begin{cases}1 & \text{при } z\leqslant 0,\\ 1-\dfrac{z}{z_0} & \text{при } z\geqslant 0\end{cases} \tag{5}$$