

конкурирующих процессов. При увеличении давления, с одной стороны, ускоряется вращательная релаксация, что ведет к росту поглощенной энергии, а с другой стороны, падает сечение поглощения на резонансном  $VR$ -переходе, что препятствует поглощению. Так как с ростом пиковой интенсивности импульса роль вращательной релаксации в процессе набора энергии увеличивается, то максимумы зависимостей  $\bar{n}(p)$  смещаются в сторону больших давлений.

Представляет интерес форма спектра поглощения молекулы озона при таких интенсивностях излучения, когда начинает сказываться эффект насыщения  $VR$ -переходов. На рис. 4 приведены результаты расчета при перестройке линии генерации  $CO_2$ -лазера по линиям  $P$ -ветви перехода  $(00^{\circ}1) \rightarrow (02^{\circ}0)$ .

В качестве теста проводилось сравнение расчетного спектра линейного поглощения с экспериментальными результатами [3] и [5], обнаружившее удовлетворительное согласие. На рис. 5 показана деформация спектра линейного поглощения с повышением давления буферного газа.

**Заключение.** В настоящей работе показано, что при сравнительно низких давлениях озонсодержащих смесей процесс поглощения мощного ИК излучения молекулами  $O_3$  может быть описан в рамках лишь одного перехода  $(000) \rightarrow (001)$ . При этом велика роль квазирезонансных колебательно-вращательных переходов и длительности импульса излучения. С ростом давления при больших плотностях энергии в процесс поглощения заметно вовлекаются другие колебательные переходы. Поглощенная молекулой энергия сильно меняется с давлением смеси, причем эта зависимость имеет экстремум. Рассчитана деформация спектра поглощения с ростом плотности энергии и давления.

В заключение авторы выражают признательность М. С. Джиджоеву, В. К. Попову и А. В. Чугунову за предоставленные экспериментальные результаты.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Barbe A. et al. J. Mol. Spectr., 1977, 64, p. 343. [2] Shewchun J. et al. Appl. Opt., 1976, 15, N 2, p. 340. [3] Patty R. R. et al. Appl. Opt., 1974, 13, N 12, p. 2850. [4] Гордиенко В. М. и др. Квант. электроника, 1982, 9, № 11, с. 2204. [5] Джиджоев М. С. и др. В кн.: Тез. докл. XI Всесоюз. конф. по когер. и нелин. оптике. Ч. 2. Ереван, 1982, с. 675. [6] Rosen D. I., Cool T. A. J. Chem. Phys., 1975, 62, N 2, p. 466. [7] Hui K.-K., Rosen D. I., Cool T. A. Chem. Phys. Letters, 1975, 32, N 1, p. 141. [8] Yamamoto G., Aoki T. J. Quant. Spectr. Radiat. Trans., 1972, 12, p. 227. [9] Матвеев В. С. Журн. прикл. спектр., 1972, 16, № 2, с. 228. [10] Barbe A., Secroun C., Jouve P. J. Mol. Spectr., 1974, 59, N 2, p. 171.

Поступила в редакцию  
05.09.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 2

УДК 621.385.6

#### ИНДУЦИРОВАННОЕ СИНХРОТРОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА

В. И. Канавец, А. В. Корженевский, В. А. Кубарев, В. А. Черепенин  
(кафедра радиофизики СВЧ)

**Введение.** Исследование когерентного излучения релятивистских электронных потоков в настоящее время представляет большой интерес в связи с возможностью создания лазеров и мазеров на свободных

электронах (ЛСЭ) [1]. Основой для построения соответствующих приборов может служить физический процесс излучения релятивистского электрона в однородном магнитном поле, т. е. синхротронное излучение (СИ) [2]. Исследование индуцированного СИ, начало которому было положено в работах [3—6], позволило установить возможность существования мазерного эффекта, однако полученные в этих работах количественные соотношения не позволяют провести анализ конкретных систем. Целью настоящей работы является установление связи между принятым в электронике сверхвысоких частот радиофизическим описанием взаимодействия электромагнитного поля с электронным потоком и классическими или квантовыми расчетами мощности индуцированного излучения с помощью теории возмущений. Проведено рассмотрение границ применимости соответствующих формул, а также уточнены некоторые выводы, следующие из их анализа.

1. Вывод соотношений для расчета мощности индуцированного излучения из усредненных уравнений движения электронов криволинейных потоков. Релятивистские уравнения движения электронов, направляемых однородным магнитным полем  $\mathbf{H}_0 = \{0, 0, H_0\}$ , можно записать в виде, удобном для применения метода усреднения [7]:

$$\begin{aligned} \dot{v}_{\parallel} &= \sqrt{1 - \beta^2} [(a_x \sin \theta - a_y \cos \theta) \beta_{\perp} \beta_{\parallel} + a_z (1 - \beta_{\parallel}^2)], \\ \dot{v}_{\perp} &= \sqrt{1 - \beta^2} [-(a_x \sin \theta - a_y \cos \theta) (1 - \beta_{\perp}^2) - a_z \beta_{\perp} \beta_{\parallel}], \\ \dot{\theta} &= \sqrt{1 - \beta^2} [\omega_0 - v_{\perp}^{-1} (a_x \cos \theta + a_y \sin \theta)], \\ \dot{X} &= -a_y / \omega_0, \quad \dot{Y} = a_x / \omega_0, \quad \dot{z} = v_{\parallel}, \quad \beta = \mathbf{v} / c, \end{aligned} \quad (1)$$

где скорость  $\mathbf{v}$  разложена на две составляющие: параллельную  $v_{\parallel}$  и перпендикулярную  $v_{\perp}$  магнитному полю  $\mathbf{H}_0$ ,  $\mathbf{a} = -\frac{|e|}{m_0} \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}, \mathbf{H}] \right\}$ ,

$\omega_0 = \frac{|e| H_0}{m_0 c}$ ,  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  — внешние поля,  $X$  и  $Y$  — координаты ведущего центра,  $|e|/m_0$  — удельный заряд электрона,  $c$  — скорость света,  $\theta$  — угол в системе координат, связанной с ведущим центром, точка — дифференцирование по времени  $t$ . Если внешние поля достаточно малы, то можно правые части (1) усреднить по быстро меняющемуся углу  $\theta$ .

Рассмотрим слабoreлятивистский ( $\beta^2 \neq 0$ ,  $\beta^4 \rightarrow 0$ ) электронный поток в однородном магнитном поле, на который действует заданное внешнее поле волны  $\mathbf{E}$  частоты  $\omega$ . Пренебрегая движением ведущих центров, неоднородностью и магнитной компонентой поля волны и, считая  $\beta_{\perp} / \beta_{\parallel} \gg 1$ , продольной группировкой электронов, получим усредненные по  $\theta$  уравнения одномерного нелинейного осциллятора:

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} &= \xi \sin \varphi, \\ \dot{\varphi} &= \Delta + \mu \alpha^2 - \frac{\xi}{\alpha} \cos \varphi, \end{aligned} \quad (2)$$

где точка — дифференцирование по безразмерному времени  $\tau = \omega t$ ,  $\alpha = \rho / \rho_0$  и  $\varphi$  — медленно меняющиеся амплитуда и фаза электрона,  $\rho$  — радиус вращения,  $\rho_0$  — начальный радиус вращения,  $\Delta = (\omega_0 - \omega) / \omega$ ,  $\mu = -\beta_{\perp}^2 \omega / 2$ ,  $\xi = |e| E_0 (2 m_0 \omega^2 \rho_0)^{-1}$ ,  $E_0$  — амплитуда напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$  плоскополяризованной волны.

Уравнения (2) можно исследовать методом теории возмущений. Считая  $\xi$  малым параметром, в первом порядке по  $\xi$  получим

$$\alpha^{(1)} = 1 + \frac{\xi}{\delta_0} [\cos(\delta_0 \tau + \varphi_0) - \cos \varphi_0],$$

$$\varphi^{(1)} = \delta_0 \tau + \varphi_0 - \frac{2\mu\xi\tau}{\delta_0} \cos \varphi_0 + \frac{\xi}{\delta_0} \left( \frac{2\mu}{\delta_0} - 1 \right) [\sin(\delta_0 \tau + \varphi) - \sin \varphi_0], \quad (3)$$

где  $\delta_0 = \Delta + \mu$ ,  $\varphi_0$  — начальная фаза осциллятора. Мощность взаимодействия электрона с внешним полем [8]

$$P = -m_0 \omega^3 \rho_0^2 \xi \alpha \sin \varphi. \quad (4)$$

Подставляя (3) в (4) и интегрируя по фазе  $\varphi_0$  от 0 до  $2\pi$ , получим мощность индуцированного излучения ансамбля

$$P_{\text{инд}} = -\xi m_0 \omega^3 \rho_0^2 \left\{ J_1(\xi f_0(\tau)) \cos(\delta_0 \tau + \theta_0(\tau)) + \frac{\xi}{2\delta_0} J_0(\xi f_0(\tau)) \sin \delta_0 \tau + \right. \\ \left. + \frac{\xi}{2\delta_0} J_2(\xi f_0(\tau)) [\sin(\delta_0 \tau + 2\theta_0(\tau)) + \sin \delta_0 \tau \cdot \cos(\delta_0 \tau + 2\theta_0(\tau))] \right\}, \quad (5)$$

где

$$f_0^2(\tau) = \frac{4\mu\tau^2}{\delta_0^2} + \frac{2}{\delta_0^2} \left( \frac{2\mu}{\delta_0} - 1 \right) - \frac{4\mu\tau}{\delta_0^2} \left( \frac{2\mu}{\delta_0} - 1 \right) \sin \delta_0 \tau - \\ - \frac{2}{\delta_0^2} \left( \frac{2\mu}{\delta_0} - 1 \right)^2 \cos \delta_0 \tau, \\ \theta_0(\tau) = \text{arctg} \frac{(2\mu/\delta_0 - 1)(1 - \cos \delta_0 \tau)}{(2\mu\tau - 2\mu/\delta_0 + 1) \sin \delta_0 \tau}.$$

Для малого промежутка времени функцию Бесселя  $J_m$  можно разложить в ряд по  $\xi f_0(\tau)$ , после чего вычисление суммарной мощности индуцированного излучения производится путем интегрирования (5) по бесконечному интервалу времени с функцией распределения  $g(\tau)$ :

$$g(\tau) = \nu e^{-\nu\tau}, \quad \nu = 1/\tau_{\text{эфф}}, \quad (6)$$

$\tau_{\text{эфф}}$  — эффективное время жизни осциллятора. Оставляя только квадратичные по  $\xi$  члены, получим

$$P(\nu) = \int_0^{\infty} P_{\text{инд}}(\tau) g(\tau) d\tau = -\frac{m_0 \xi^2 \omega^3 \rho_0}{\nu^2 + \delta_0^2} \left( 1 + \frac{2\mu\delta_0}{\nu^2 + \delta_0^2} \right). \quad (7)$$

Выражение (7) впервые было получено в работе Шнайдера [3] квантовомеханическим способом. Такой же результат можно получить и при помощи теории возмущений в переменных «угол—действие» [6]. Однако вывести формулу (5) этими методами затруднительно.

Совершенно аналогично выводу выражения (7) можно получить соотношение, приведенное в работе [4], для взаимодействия релятивистских электронов с электромагнитным полем на гармониках частоты вращения. Усредненные уравнения в случае  $\sigma$ -поляризованной волны [2], падающей в плоскости вращения электрона, и  $\beta_{\parallel} = 0$  имеют вид:

$$\dot{\beta} = \frac{1}{\gamma^3} \xi J'_n \left( \frac{n\beta\gamma}{\Delta\gamma_0} \right) \sin \varphi, \\ \dot{\varphi} = 1 - \frac{\Delta\gamma_0}{\gamma} + \frac{n\xi}{\beta\gamma} \left( \frac{\Delta\gamma_0}{\beta\gamma} - \beta \right) J_n \left( \frac{n\beta\gamma}{\Delta\gamma_0} \right) \cos \varphi, \quad (8)$$

где  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ ,  $\gamma_0$  — начальное значение  $\gamma$ ,  $n$  — номер гармоники,  $\xi = \frac{|e| E_0}{m_0 c \omega}$ ,  $\Delta = \frac{n \omega_0}{\omega \gamma_0}$ ,  $\varphi = \omega t - n\theta$ . Используя соотношение

$$P_{\text{изл}} = -m_0 c^2 \omega \frac{d\gamma}{d\tau} = -m_0 c^3 \omega \beta \xi J'_n \left( \frac{n \beta \gamma}{\Delta \gamma_0} \right) \sin \varphi$$

и применив к уравнениям (8) метод возмущений, после усреднения по начальным фазам и времени взаимодействия (введя функцию распределения (6)) получим

$$P = -\frac{\xi^2 m_0 c^2 \omega \gamma J_n^2(n\beta)}{\gamma_0 (v^2 + \delta_0^2)} \left[ \frac{n(1 - \beta^2)}{\beta} \cdot \frac{J_n(n\beta)}{J'_n(n\beta)} - \frac{\beta^2}{2} + \beta^2 \frac{\delta_0}{v^2 + \delta_0^2} \right]. \quad (9)$$

**2. Индуцированное СИ для модифицированной функции распределения частиц по временам жизни.** В опубликованных работах по индуцированному СИ окончательные выражения для мощности соответствуют экспоненциальному распределению по временам жизни (6) [2]. В параметр  $v$  в качестве слагаемых могут входить обратные времена

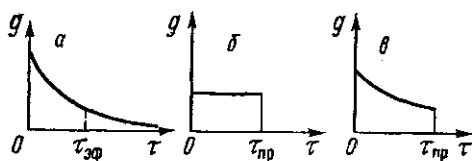


Рис. 1. Функции распределения частиц по временам жизни:  $\tau_{\text{пр}} \gg \tau_{\text{эфф}}$  (а),  $\tau_{\text{пр}} \ll \tau_{\text{эфф}}$  (б) и  $\tau_{\text{пр}} \sim \tau_{\text{эфф}}$  (в)

радиационного и столкновительного (при анализе процессов в плазме) затухания  $v_{\text{рад}} = 1/\tau_{\text{рад}}$ ,  $v_{\text{ст}} = 1/\tau_{\text{ст}}$  и пролета через область взаимодействия  $v_{\text{пр}} = 1/\tau_{\text{пр}}$  [6]. Последний фактор, однако, дает не экспоненциальное, а прямоугольное распределение частиц по временам жизни. В большинстве случаев конечность времени пролета играет определяющую роль в ограничении времени взаимодействия осцилляторов с электромагнитным полем, и использование стандартных выражений для мощности индуцированного СИ (7), (9) при анализе реальных устройств может дать неверные результаты. На рис. 1 представлены модифицированные функции распределения при различных соотношениях  $\tau_{\text{пр}}$  и  $\tau_{\text{эфф}}$ , где  $1/\tau_{\text{эфф}} = 1/\tau_{\text{рад}} + 1/\tau_{\text{ст}} = v_1$ . Общий вид функции распределения можно записать в виде

$$g(\tau) = \begin{cases} \frac{v_1}{1 - \exp(-v_1 \tau_{\text{пр}})} e^{-v_1 \tau}, & 0 \leq \tau \leq \tau_{\text{пр}}, \\ 0, & \tau > \tau_{\text{пр}}. \end{cases} \quad (10)$$

Процессы индуцированного СИ при произвольном значении продольной скорости электронов, угле падения и поляризации волны поддаются анализу на основе кинетических соотношений [2, 6]. Однако конечные результаты такого рассмотрения предполагают наличие экспоненциальной функции распределения. Переход от экспоненциального распределения к функции распределения (10) можно совершить в окончательных (усредненных по времени) выражениях для мощности излучения.

Используя фурье-представление единичной П-образной функции, запишем  $g(\tau)$  (10) в виде

$$g(\tau) = \frac{v_1}{1 - \exp(-v_1 \tau_{\text{пр}})} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ -\frac{i}{s} (e^{i s \tau_{\text{пр}}} - 1) \right] e^{-(i s + v_1) \tau} ds. \quad (11)$$

Подставляя затем (11) в левую часть (7) и меняя порядок интегрирования, получим

$$P(\nu_1, \tau_{np}) = \frac{\nu_1}{1 - \exp(-\nu_1 \tau_{np})} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ -\frac{i}{s} (e^{i s \tau_{np}} - 1) \right] \frac{1}{is + \nu_1} P_{\text{exp}}(is + \nu_1) ds, \quad (12)$$

где  $P_{\text{exp}}(is + \nu_1)$  — мощность, усредненная по экспоненциальной функции распределения (6) с комплексным параметром  $\nu = is + \nu_1$ . Интегрирование по  $s$  производится с помощью вычетов.

Ввиду громоздкости выражений для мощности индуцированного излучения в общем случае, полученных, например, в работе [6], приведем результат для  $\sigma$ -поляризованной волны, падающей в плоскости вращения электронов при отсутствии у них продольной скорости. Соответствующее выражение для  $P_{\text{exp}}$  берется по формуле (9). После перехода к размерным расстройке  $\delta = n\omega_H - \omega$  и времени жизни и подстановки в (12) имеем

$$P(\nu_1, \tau_{np}) = - \frac{e^2 E_0^2 c^2 J_n'^2(\eta) \nu_1}{\mathcal{E} (1 - \exp(-\nu_1 \tau_{np})) (\nu_1^2 + \delta^2)} \left\{ \left[ 1 - e^{-\nu_1 \tau_{np}} \left( \cos x + \frac{\nu_1}{\delta} \sin x \right) \right] \left( \frac{n(1-\beta^2)}{\beta} \cdot \frac{J_n(\eta)}{J_n'(\eta)} - \frac{\beta^2}{2} \right) + \frac{\beta^2 n \omega_H \delta}{\nu_1^2 + \delta^2} \left( 1 + e^{-\nu_1 \tau_{np}} \frac{x(\nu_1^2 + \delta^2)(\nu_1 \cos x - \delta \sin x) - 2\delta^3 \cos x - \nu_1(3\delta^2 + \nu_1^2) \sin x}{2\delta^3} \right) \right\},$$

где  $\mathcal{E}$  — полная энергия электрона,  $\eta = (\omega/\omega_H)\beta$ ,  $\omega_H = |e|H_0 c/\mathcal{E}$  — релятивистская циклотронная частота,  $x = \tau_{np} \delta$ .

На рис. 2 приведена зависимость мощности излучения от обобщенного времени жизни  $\tau_0 = \tau_{np}/(\nu_1 \tau_{np} + 1)$  для различных значений параметра  $K = \tau_{np} \nu_1$ .  $K \gg 1$  соответствует экспоненциальному распределению (см. рис. 1, а),  $K = 1$  — смешанный случай (см. рис. 1, в),  $K \rightarrow 0$  — прямоугольное распределение (см. рис. 1, б). На рис. 3 изображена зависимость мощности излучения от расстройки при  $K \gg 1$  и  $K \rightarrow 0$ . Значительные количественные и качественные отличия зависимостей, приведенных на рис. 2 для различных распределений, объясняются тем, что при переходе от прямоугольной функции к экспоненциальной фиксированное для всех частиц время взаимодействия заменяется на произвольное (с соответствующей ему вероятностью). В результате происходит усреднение осцилляций и сглаживание зависимости мощности излучения от эффективного времени жизни.

### 3. Индуцированное СИ на гармониках циклотронной частоты.

Одним из характерных свойств спонтанного СИ является то, что в его спектре преобладают высшие гармоники циклотронной частоты с номерами  $n \sim \gamma^3$ . Представляет интерес зависимость мощности индуцированного СИ от номера гармоники. В работе [9] приведены результаты анализа этой зависимости в случае точного резонанса  $\omega = n\omega_H$ . Для  $\sigma$ -поляризованной волны, падающей перпендикулярно направлению магнитного поля, и  $\beta_{\parallel} = 0$  усиление возможно только при  $\beta \sim 1$  и номерах гармоник  $n < n_{кр}$ ,  $n_{кр} \simeq \sqrt{n_{\max}}$ ,  $n_{\max} \sim \gamma^3$  — номер гармоники, соответствующей максимуму спонтанного СИ в данных условиях. При  $n > n_{кр}$  система поглощает энергию падающей волны. Волна с  $\pi$ -поляризацией поглощается при любых  $n$ . Оптимальная же расстройка, при

которой индуцированное излучение достигает максимума, отлична от нуля и удовлетворяет условию  $\delta_{\text{опт}} \sim -1/\tau_0$ ,  $\tau_0$  — эффективное время жизни частицы. Поэтому большой практический интерес представляет зависимость мощности излучения от номера гармоники именно при та-

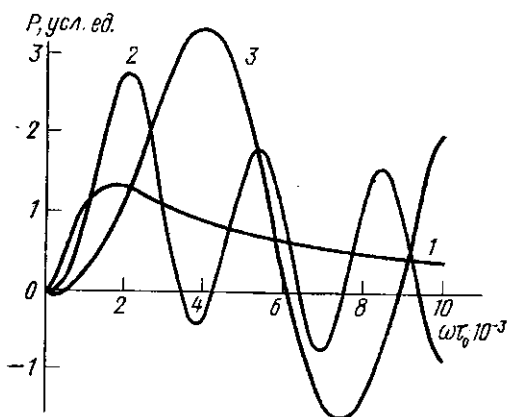


Рис. 2. Зависимость мощности индуцированного СИ от обобщенного времени жизни для различных распределений:  $K=10^5$  (1), 1 (2) и 0 (3);  $\beta=0,98$ ;  $n=120$ ;  $(\omega-\omega_H)/\omega = 10^{-3}$

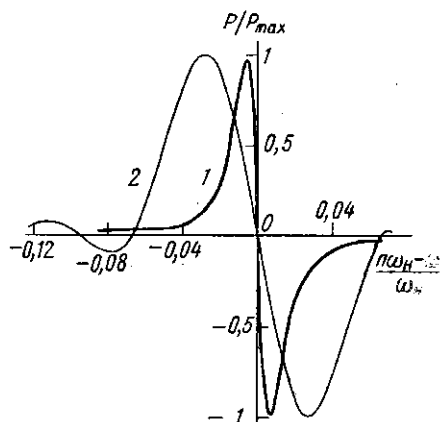


Рис. 3. Зависимость мощности индуцированного СИ от расстройки в случае экспоненциального (1) и прямоугольного (2) распределения частиц по временам жизни;  $\beta=0,98$ ;  $n=160$ ;  $\omega_H\tau_0=100$

кой расстройке. При  $\delta \sim \delta_{\text{опт}}$  и  $n\omega_H\tau_0 \gg 1$ , перейдя в (9) к размерным параметрам, для мощности излучения  $\sigma$ -компоненты получим

$$P_\sigma \sim -J_n'^2(n\beta) \left\{ \frac{n(1-\beta^2)}{\beta} \cdot \frac{J_n(n\beta)}{J_n'(n\beta)} - \beta^2 \frac{n\omega_H\tau_0}{2} \right\}. \quad (13)$$

Считая  $\beta \sim 1$ , рассмотрим две области изменения номера  $n$ . При  $1 \ll n \ll \gamma^3$  для функции Бесселя и ее производной справедливы асимптотики

$$J_n(n\beta) \sim J_n(n) \sim 0,45/n^{1/3}, \quad J_n'(n\beta) \sim 0,41/n^{2/3}. \quad (14)$$

Подставляя (14) в (13) и полагая  $\omega_H\tau_0 \gg n^{1/3}/\gamma^2$ , получим

$$P_\sigma \sim n^{-1/3}, \quad 1 \ll n \ll \gamma^3. \quad (15)$$

При  $n \gg \gamma^3$  функцию Бесселя можно выразить через функцию Макдональда [2]:

$$J_n(y) \simeq \frac{1}{\pi \sqrt{3}} \left(1 - \frac{y^2}{n^2}\right)^{1/2} K_{1/3} \left(\frac{n}{3} \left(1 - \frac{y^2}{n^2}\right)^{3/2}\right),$$

$$J_n'(y) \simeq \frac{1}{\pi \sqrt{3}} \left(1 - \frac{y^2}{n^2}\right) K_{2/3} \left(\frac{n}{3} \left(1 - \frac{y^2}{n^2}\right)^{3/2}\right), \quad y = n\beta. \quad (16)$$

Из (13) и (16), приняв во внимание, что

$$0 < \frac{K_{1/3}(x)}{K_{2/3}(x)} < 1 \text{ и } K_{2/3}(x) \simeq \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^{-x}, \quad x > 1, \text{ имеем}$$

$$P_\sigma \sim e^{-\frac{2n}{3\gamma^3}}, \quad n \gg \gamma^3. \quad (17)$$

Для  $\pi$ -компоненты усиление возможно только при углах падения волны  $\psi$  по отношению к магнитному полю, отличных от 0 и  $\pi/2$  [2]. При этом для оптимальной расстройки  $\delta = -1/\tau_0$

$$P_\pi \sim -nJ_n^2(n\beta \sin \psi).$$

Для углов падения  $0 < |\psi - \pi/2| \ll 1/\gamma$ , используя асимптотики (14) и (16), получим

$$P_\pi \sim \begin{cases} n^{1/3}, & 1 \ll n \ll \gamma^3, \\ e^{-\frac{2n}{3\gamma^3}}, & n \gg \gamma^3. \end{cases} \quad (18)$$

При  $|\psi - \pi/2| \geq 1/\gamma$  в соотношениях (18)  $\gamma$  заменяется на  $\gamma_{эфф} = (1 - \beta^2 \sin^2 \psi)^{-1/2}$ .

Полученные оценки можно также вывести с использованием метода коэффициентов Эйнштейна [10]. Мощность индуцированного излучения определяется выражением

$$P_{инд} \sim I_\omega \Sigma \hbar \omega B \Delta N, \quad (19)$$

где  $I_\omega$  — спектральная интенсивность падающего излучения,  $\Delta N$  — разность населенностей между верхним и нижним энергетическими уровнями,  $B$  — коэффициент вынужденного излучения,  $\hbar$  — постоянная Планка,  $\Sigma$  — сумма по всем возможным переходам с данной частотой излучения  $\omega$ . Вводя функцию распределения частиц по энергиям  $f(\mathcal{E})$  и переходя в (19) от суммы к интегралу по энергии, а также используя универсальную связь между коэффициентами спонтанного  $A$  и индуцированного  $B$  излучения, получим

$$P_{инд} \sim \int \hbar \frac{A}{\omega} \frac{df(\mathcal{E})}{d\mathcal{E}} d\mathcal{E}. \quad (20)$$

Учтя соотношение  $P_{сп} = \hbar \omega A$ ,  $P_{сп}$  — мощность спонтанного излучения, применив к (20) формулу интегрирования по частям и взяв в качестве  $f(\mathcal{E})$  дельта-функцию Дирака, получим

$$P_{инд} \sim -\frac{1}{\omega^2} \frac{dP_{сп}}{d\mathcal{E}} = \frac{1}{\omega^2} \frac{dP_{сп}}{d\omega} \frac{\omega}{\Omega} \frac{d\Omega}{d\mathcal{E}},$$

где  $\Omega$  — частота нелинейного осциллятора (в данном случае релятивистская циклотронная частота). Учитывая, что  $d\omega_H/d\mathcal{E} < 0$ , для мощности индуцированного СИ имеем

$$P_{инд} \sim -\frac{1}{\omega} \frac{dP_{сп}}{d\omega}.$$

Считая форму линии спонтанного излучения лоренцевой, получим

$$P_{сп} \sim P_n \frac{\tau_0}{1 + \tau_0^2 (n\omega_H - \omega)^2} = P_n G(\tau_0, \delta), \quad \text{где } P_n \text{ — коэффициент, опре-}$$

деляющий зависимость мощности спонтанного СИ от номера гармоники,  $\tau_0$  — эффективное время жизни. При расстройке, соответствующей максимуму производной  $-dG/d\omega$ ,  $\delta \approx -1/\tau_0$ , получим

$$P_{инд}(n) \sim \frac{P_n}{\omega} \sim \frac{P_n}{n}.$$

Из формулы Шотта для спонтанного СИ имеем

$$P_n \sim \begin{cases} n^2 J_n'^2(n\beta \sin \psi) \text{ — } \sigma \text{-компонента,} \\ n^2 J_n^2(n\beta \sin \psi) \text{ — } \pi \text{-компонента.} \end{cases}$$

Используя для функции Бесселя и ее производной асимптотики (14) и (16), приходим к оценкам (15), (17), (18). Полученные соотношения, а также оценки для случая нулевой расстройки проверены непосредственными численными расчетами. На рис. 4 изображены зависимости мощности от номера гармоники при нулевой и оптимальной расстройках для  $\sigma$ -компоненты. На рис. 5 — аналогичные зависимости для  $\pi$ -ком-

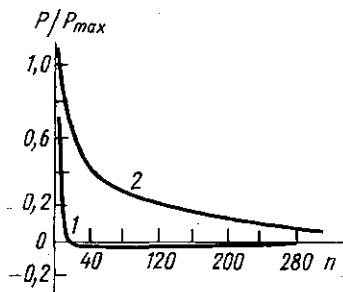


Рис. 4. Зависимость мощности индуцированного СИ от номера гармоники при нулевой (1) и оптимальной (2) расстройке для  $\sigma$ -компоненты;  $\beta=0,98$ ;  $\omega_{\pi\tau_0}=100$

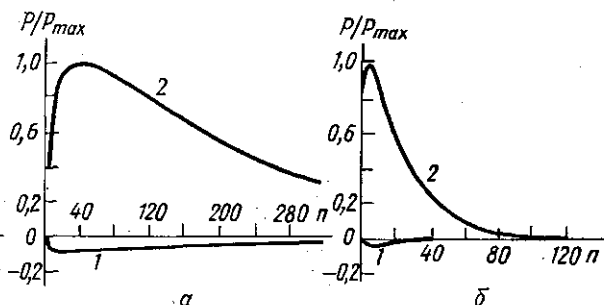


Рис. 5. Зависимость мощности индуцированного СИ от номера гармоники при нулевой (1) и оптимальной (2) расстройке для  $\pi$ -компоненты и различных углов падения волны:  $\psi=1,55$  (а) и  $1,2$  (б);  $\beta=0,98$ ;  $\omega_{\pi\tau_0}=100$

поненты и различных углов падения волны  $\psi$ . Таким образом, при оптимальной расстройке возможно индуцированное излучение и на высших гармониках  $n \sim \gamma^3$ . Необходимо отметить, что в нелинейной стадии определяющую роль играет коллективное собственное излучение образованных сгустков [11], а его максимум соответствует максимуму спонтанного излучения ( $n \sim 3/2\gamma^3$ ).

#### Выводы.

1. Мощность индуцированного синхротронного излучения существенным образом зависит от вида функции распределения электронов по временам жизни. В частности, результаты расчетов, сделанных для соответствующей реальным приборам П-образной функции распределения и для часто употребляемой экспоненциальной функции, различаются качественно и количественно.

2. При оптимальной расстройке частоты падающей волны относительно резонансного значения возможно эффективное индуцированное СИ на гармониках, соответствующих максимуму спонтанного излучения. В этом случае может иметь место усиление как  $\sigma$ -, так и  $\pi$ -компонент поляризации поля.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] IEEE J. of Quant. Electr., 1981, QE-17, N 8. [2] Тернов И. М., Михайлин В. В., Халилов В. Р. Синхротронное излучение и его применения. М.: Изд-во МГУ, 1980. [3] Schneider J. Phys. Rev. Lett., 1959, 2, N 12, p. 504. [4] Соколов А. А., Тернов И. М. ДАН СССР, 1966, 166, № 6, с. 1332. [5] Гапонова А. В. Изв. вузов. Радиофизика, 1959, 2, с. 836. [6] Гальцов Д. В. Канд. дис. М., 1968. [7] Жураховский В. А. Нелинейные колебания в магнитонаправляемых потоках. Киев, 1972. [8] Канавец В. И., Стабинис А. Ю. Изв. вузов. Радиофизика, 1969, 12, с. 129. [9] Соколов А. А., Тернов И. М. Письма в ЖЭТФ, 1966, 4, № 3, с. 90. [10] Железняков В. В. Электромагнитные волны в космической плазме. М.: Наука, 1977. [11] Власов А. Н. и др. В кн.: IV Всесоюз. симп. по сильноточной электронике. Тез. докл. Т. 2. Томск, 1982, с. 176.

Поступила в редакцию  
12.09.83