Поскольку решение задачи проводилось в рамках адиабатического приближения, это накладывает определенные ограничения на гладкость поверхности дна. Применимость такого приближения рассматривается, например, в [6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Келлер Дж. Б., Пападакис Дж. С. Распространение волн и подводная акустика. М.: Мир, 1980. [2] Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972. [3] Буров В. А., Горюнов А. А. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон., 1977, 18, № 6, с. 95. [4] Байков С. В. и др. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон., 1982, 23, № 6, с. 22. [5] Накаяма Дз. и др. ТИИЭР, 1979, 67, № 12, с. 100. [6] McDaniel S. T. J. Acoust. Soc. Am., 1982, 72, N 3, p. 916.

Поступила в редакцию
05.07.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 2

УДК 539.12.01

ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В ФОКУСИРУЮЩЕМ ПОЛЕ КРИСТАЛЛА

Б. В. Холомай

(кафедра теоретической физики)

В настоящее время ведутся интенсивные теоретические и экспериментальные работы по исследованию движения и излучения заряженных частиц в кристаллах. Высокая частота фотонов, излучаемых из кристалла, предсказанная впервые Кумаховым [1], приводит к необходимости рассматривать излучение методами квантовой электродинамики. Такой анализ проводился в ряде работ [2—5] без учета спина электрона.

В настоящей работе излучение релятивистских электронов, движущихся в электростатическом поле, которое обеспечивает полную фокусировку частицы на оси движения, рассматривается с учетом спиновых свойств.

1. **Волновые функции.** Рассмотрим электрон, движущийся с релятивистской энергией вдоль оси z декартовой системы координат и фокусирующийся на оси движения электростатическим полем, потенциал которого представим в форме

$$\Phi(x,\ y) = \Phi_1(x) + \Phi_2(y). \tag{1}$$

Движение электрона будем описывать на основе уравнения Дирака

$$\left\{\frac{i}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{e_0\Phi(x,y)}{c\hbar} + i(\alpha,\nabla) - \rho_3 k_0\right\}\Psi(\mathbf{r},t) = 0, \tag{2}$$

где $e = -e_0 < 0$, m_0 — соответственно заряд и масса электрона, α, ρ_3 — матрицы Дирака, $k_0 = m_0 c/\hbar$.

Получить точное решение уравнения Дирака (2) для фокусирующего электростатического поля не представляется возможным. Однако в режиме каналирования параметры, характеризующие отношение энергии взаимодействия электрона с поперечным полем к полной энергии, малы, т. е.

$$b = \left(\frac{2e_0\Phi_1^0}{c\hbar\mathcal{K}}\right)^{1/2} \ll 1, \quad a = \left(\frac{2e_0\Phi_2^0}{c\hbar\varepsilon_1}\right)^{1/2} \ll 1. \qquad (3)$$

С учетом условий (3) переменные в уравнении (2) можно разделить с точностью $o(b^2)$; $o(a^2)$ и решение уравнения Дирака представить в следующей двухкомпонентной форме:

$$\Psi = N \exp(-ic\mathcal{K}t + ik_3 z) \times$$
$$\times \begin{pmatrix} [\varepsilon_0 f_2 g_1 + k_0 f_1 g_2]\sigma_0 + i[k_0 f_1 g_1 + \varepsilon_0 f_2 g_2]\sigma_3 + ik_3 f_1 g_1 \sigma_1 + ik_3 f_1 g_2 \sigma_2 \\ [\varepsilon_0 f_2 g_1 - k_0 f_1 g_2]\sigma_1 + [k_0 f_1 g_1 - \varepsilon_0 f_2 g_2]\sigma_2 + ik_3 f_1 g_1 \sigma_0 + k_3 f_1 g_2 \sigma_3 \end{pmatrix} v, \quad (4)$$

где σ_0 — единичная двумерная матрица, σ — двумерные матрицы Паули, N — нормировочный множитель.

Волновая функция (4) содержит произвольный двухкомпонентный спинор v, описывающий спин электрона. Выбирая спинор v в виде (см. [6])

$$v = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \xi\sqrt{1+\xi\cos\eta}\,\exp(-i\psi/2) \\ \sqrt{1-\xi\cos\eta}\,\exp(i\psi/2) \end{pmatrix},$$

спин электрона $\xi = \pm 1$ можно проектировать на направление произвольного единичного вектора $\mathbf{l} = \{\sin\eta\cos\psi,\ \sin\eta\sin\psi,\ \cos\eta\}$.

Функции (g_1, g_2); (f_1, f_2) с точностью $o(b^2)$ и $o(a^2)$ удовлетворяют условиям

$$\begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g\left(t_1 - \frac{ib}{2}\right) \\ g\left(t_1 + \frac{ib}{2}\right) \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f\left(t_2 - \frac{ia}{2}\right) \\ f\left(t_2 + \frac{ia}{2}\right) \end{pmatrix}, \qquad (5)$$

причем функции $g(t_1)$ и $f(t_2)$ удовлетворяют соответствующим уравнениям Клейна—Гордона:

$$\left[\frac{d^2}{dt_1^2} + \varphi_1(t_1) + \Delta_1(s)\right] g(t_1) = 0; \quad \left[\frac{d_2}{dt_2^2} + \varphi_2(t_2) + \Delta_2(k)\right] f(t_2) = 0, \quad (6)$$

где введены следующие обозначения:

$$t_1 = \sqrt{\lambda_1}\,x; \quad t_2 = \sqrt{\lambda_2}\,y; \quad \lambda_1 = \frac{2e_0\Phi_1^0\mathcal{K}}{c\hbar}; \quad \lambda_2 = \frac{2e_0\Phi_2^0\varepsilon_1}{c\hbar};$$

$$\Phi_1(x) = \Phi_1^0\varphi_1(t_1); \quad \Phi_2(y) = \Phi_2^0\varphi_2(t_2); \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_0\left[1 + \frac{a^2\Delta_2(k)}{2}\right]; \quad \varepsilon_0 = \sqrt{k_0^2 + k_3^2}.$$

Энергия электрона равна

$$E = c\hbar\mathcal{K} = c\hbar\varepsilon_0[1 + a^2\Delta_2(k)/2 + b^2\Delta_1(s)/2].$$

Представление решения уравнения Дирака в виде (4) с учетом (5) позволяет выделить в мощности излучения величины, зависящие от спина электрона, в общем виде, без конкретизации потенциалов (1) фокусирующего электростатического поля.

В тех, случаях, когда непрерывный потенциал электрического поля кристаллической решетки можно представить в виде осцилляторных потенциалов (см. [2, 5])

$$e_0\Phi_1(x) = -u_1 x^2; \quad e_0\Phi_2(y) = -u_2 y^2, \qquad (7)$$

решения уравнений (6) выражаются через полиномы Эрмита.

2. **Мощность излучения.** Найдем мощность излучения релятивистского электрона, движущегося в фокусирующем электрическом поле, с помощью найденных волновых функций (4). Используя обычные методы квантовой электродинамики (см., например, [7]), мощность излучения в единицу телесного угла $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ представим в виде разложения по компонентам линейной поляризации:

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{ce^2}{2\pi}\varkappa^2 \left| 1 + \frac{\partial\mathcal{K}'}{\partial\varkappa} \right|^{-1} |e_2\Phi_2 - ie_3\Phi_3|^2,$$

$$\Phi_2 = \langle\alpha_1\rangle \sin\varphi - \langle\alpha_2\rangle \cos\varphi;\ \Phi_3 = (\langle\alpha_1\rangle \cos\varphi + \langle\alpha_2\rangle \sin\varphi)\cos\theta - \langle\alpha_3\rangle \sin\theta,$$

$$\langle\alpha\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^{+'} \exp(-i\varkappa\mathbf{r})\,\alpha\Psi d^3x;\ A = i\cdot 8\varepsilon_0^2 NN'.$$

С точностью $o(a\varkappa/\mathcal{K})$; $o(b\varkappa/\mathcal{K})$ получим

$$\Phi_2 = A\left\{\left(1 - \frac{\varkappa}{2\mathcal{K}}\right)(a\cos\varphi J_1J_4 - b\sin\varphi J_2J_3)\bar{\sigma}_0 + \right.$$
$$+ \frac{\varkappa}{2\mathcal{K}}[J_1J_3\sin\theta + ia\sin\varphi J_1J_4 + ib\cos\varphi J_2J_3]\bar{\sigma}_1 -$$
$$\left. - \frac{k_0\varkappa}{2\mathcal{K}^2} J_1J_3(\sin\varphi\bar{\sigma}_3 + \cos\varphi\bar{\sigma}_2)\right\}, \tag{8}$$

$$\Phi_3 = A\left\{\left(\frac{\varkappa}{2\mathcal{K}} - 1\right)(b\cos\varphi\cos\theta J_2J_3 + a\sin\varphi\cos\theta\cdot J_1J_4 + \right.$$
$$\left. + \frac{i\mathcal{K}\sin\theta}{\varepsilon_0} J_1J_3\right)\bar{\sigma}_0 + \frac{i\varkappa\cos\theta}{2\mathcal{K}}(a\cos\varphi J_1J_4 - b\sin\varphi\cdot J_2J_3)\bar{\sigma}_1 +$$
$$\left. + \frac{k_0\varkappa\cos\theta}{2\mathcal{K}^2} J_1J_3(\sin\varphi\bar{\sigma}_2 - \cos\varphi\bar{\sigma}_3)\right\},$$

где обозначены следующие интегралы:

$$J_1 = \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}}\int_{-\infty}^{\infty} g(t_1)\exp(-iz_1)\,g(t_1')\,dt_1;$$
$$J_2 = \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}}\int_{-\infty}^{\infty} g'(t_1)\exp(-iz_1)\,g(t_1')dt_1; \tag{9}$$
$$J_3 = \frac{1}{\sqrt{\lambda_2}}\int_{-\infty}^{\infty} f(t_2)\exp(-iz_2)\,f(t_2')\,dt_2;$$
$$J_4 = \frac{1}{\sqrt{\lambda_2}}\int_{-\infty}^{\infty} f'(t_2)\exp(-iz_2)\,f(t_2')\,dt_2;$$

$$z_1 = \frac{\varkappa\cos\varphi\sin\theta}{\sqrt{\lambda_1}}t_1;\ z_2 = \frac{\varkappa\sin\varphi\sin\theta}{\sqrt{\lambda_2}}t_2;\ t_1' = \sqrt{\frac{\lambda_1'}{\lambda_1}}t_1;\ t_2' = \sqrt{\frac{\lambda_2'}{\lambda_2}}t_2.$$

Средние значения матриц Паули равны (см. [8]):

$$\sigma_0 = \frac{(1+\xi\xi')}{2};\ \bar{\sigma} = \frac{\xi(1+\xi\xi')}{2}\mathbf{l} + \frac{(1-\xi\xi')}{2}\{[\mathbf{l}, [\mathbf{l}, \mathbf{k}]] +$$
$$+ i\xi[\mathbf{k}, \mathbf{l}]\}[1 - (\mathbf{k}, \mathbf{l})^2]^{-1/2}.$$

При суммировании по спину выражения (8), (9) переходят в соответствующие выражения, найденные по волновым функциям Клейна—Гордона.

Для осцилляторных потенциалов (7) интегралы (9) находятся точно (см. [4, 5]). В этом случае $|\Phi_2|^2$ и $|\Phi_3|^2$ как в членах без переворота спина, так и в членах с переворотом спина не зависят от начальной ориентации спина ξ. Таким образом, для потенциалов (7) радиационной самополяризации электронов не происходит. Это связано, по-видимому, с тем, что состояние электрона, описываемое волновой функцией (4), в декартовой системе координат не характеризуется выделенным моментом вращения.

В заключение автор считает своим приятным долгом поблагодарить за помощь в работе профессоров И. М. Тернова и В. Г. Багрова.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Кумахов М. А. ДАН СССР, 1976, **290**, с. 1077. [2] Базылев В. А. и др. ЖЭТФ, 1981, **80**, с. 608. [3] Байер В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М. Препринт № 80-03 ИЯФ. Новосибирск, 1980. [4] Жеваго Н. К. ЖЭТФ, 1978, **75**, с. 1390. [5] Базылев В. А., Глебов В. И., Жеваго Н. К. ЖЭТФ, 1980, **78**, с. 62. [6] Багров В. Г. и др. Точные решения релятивистских волновых уравнений. Новосибирск: Наука, 1982. [7] Синхротронное излучение. Под ред. А. А. Соколова и И. М. Тернова. М.: Наука, 1966. [8] Ternov I. M., Bagrov V. G., Khapaev A. M. Ann. Phys., 1968, **22**, p. 25.

Поступила в редакцию
06.09.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 2

УДК 537.531:535.3

О ТОНКОЙ СТРУКТУРЕ АТОМНЫХ ФАКТОРОВ РАССЕЯНИЯ В ДАЛЬНЕЙ ОБЛАСТИ *K*-КРАЕВ ПОГЛОЩЕНИЯ

Ю. В. Пономарев, Ю. А. Турутин

(кафедра общей физики и волновых процессов)

Анализ дальней тонкой структуры рентгеновских спектров поглощения (*EXAFS*) в последнее время стал эффективным методом исследования локальной атомной структуры [1]. При использовании традиционной методики поглощения наблюдаются осцилляции мнимой части атомного фактора рассеяния f'', но аналогичная тонкая структура присуща и его действительной части. Методы рентгеновской интерферометрии, в отличие от *EXAFS*, дают информацию о тонкой структуре действительной дисперсионной части атомного фактора рассеяния f' [2], а в спектрах полного внешнего отражения [3] и брэгговской дифракции [4] отражается тонкая структура как f'', так и f'. В данном сообщении обсуждается вопрос теоретического описания тонкой структуры атомного фактора рассеяния для целей получения структурной информации из спектров рассеяния рентгеновских лучей. Рассматриваются отличия тонкой структуры полного внешнего отражения (*ReflEXAFS*) от *EXAFS*.

Задачу описания тонкой структуры мнимой части атомного фактора рассеяния, линейно связанной с коэффициентом поглощения, можно считать решенной [5]. Для f' можно попытаться найти разумное приближение из дисперсионного соотношения общего вида (типа соотношений Крамерса—Кронига). В переменных ω и $\mathbf{h}$ (вектор рассея-