

составляющие угла наклона вектора средней скорости к направлению основного течения  $\alpha_b$  и  $\alpha_r$ .

С помощью трубки Пито в тех же точках поперечного сечения потока измерялись продольные составляющие вектора средней скорости  $U$ . Так как углы между вектором средней скорости и направлением основного течения не превышали  $5-6^\circ$ , то горизонтальная и вертикальная составляющие вектора средней скорости в поперечном сечении потока определялись следующим образом:

$$V = U\alpha_r, \quad W = U\alpha_b.$$

Для того чтобы связать отклонение вектора средней скорости от направления основного потока и знак среднего значения записанного углового сигнала, полученного с термогидрометра, производилась тарировка по знаку углового смещения. Термогидрометр помещали в центр потока и балансировали мост  $ABCD$ . Отклоняли термогидрометр на заданный угол относительно измерительной нити и записывали сигнал. Определяли знак среднего значения углового сигнала, соответствующего повороту датчика. Тарировку проводили в вертикальной и горизонтальной плоскостях.

Диаграмма распределения значений поперечной составляющей вектора средней скорости, полученных в результате измерений, приведена на рис. 2. Доверительный интервал, посчитанный для вероятности 0,67, не превышал 0,1 см/с. Из экспериментальных данных, приведенных на рис. 2, следует, что в прибрежной зоне потока, ограниченной линией берега и вертикалью 6,5 см, происходит поперечная циркуляция жидкости, обладающая следующими особенностями.

1. Наиболее интенсивное поперечное движение жидкости происходит по краям указанной области, где скорость вторичного потока составляет примерно одну десятую продольной составляющей вектора средней скорости.

2. Жидкость циркулирует таким образом, что у берега она поднимается от дна к поверхности, а у вертикали 6,5 см опускается ко дну.

Таким образом, предложенная методика позволила получить основные характеристики поперечной циркуляции в прибрежной области русловых потоков и численные значения скорости этой циркуляции.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Бай Ш и И. Турбулентное течение жидкости и газов. М.: ИЛ, 1962, с. 66.  
[2] Perkins H. J. J. Fluid Mech., 1970, 44, N° 4, p. 721. [3] Мельникова О. Н., Петров В. П., Пыркин Ю. Г. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1983, 24, № 2, с. 76.

Поступила в редакцию  
01.02.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1983. Т. 24, № 4

УДК 532.517+621.373

#### СИНХРОНИЗАЦИЯ В СИСТЕМАХ СО СТРАННЫМ АТТРАКТОРОМ

Е. Н. Дудник, Ю. И. Кузнецов, И. И. Мянкова, Ю. М. Романовский

(кафедра физики колебаний)

Автоколебательные системы с хаотической динамикой имеют в фазовом пространстве динамических переменных странный аттрактор — притягивающее множество, внутри которого почти все соседние

траектории разбегаются [1—3]. Это разбегание траекторий обусловлено локальной неустойчивостью движений, которая и является причиной их хаотизма [1—2].

Явление синхронизации в динамических системах представляет собой мощный фактор упорядочения движений даже в случае обычных автоколебательных систем, имеющих в фазовом пространстве предельный цикл. Например, синхронизация часто применяется для стабилизации частоты автогенераторов. Можно сказать, что синхронизация\* противодействует тенденции к хаосу, проявляющейся в системах со странным аттрактором.

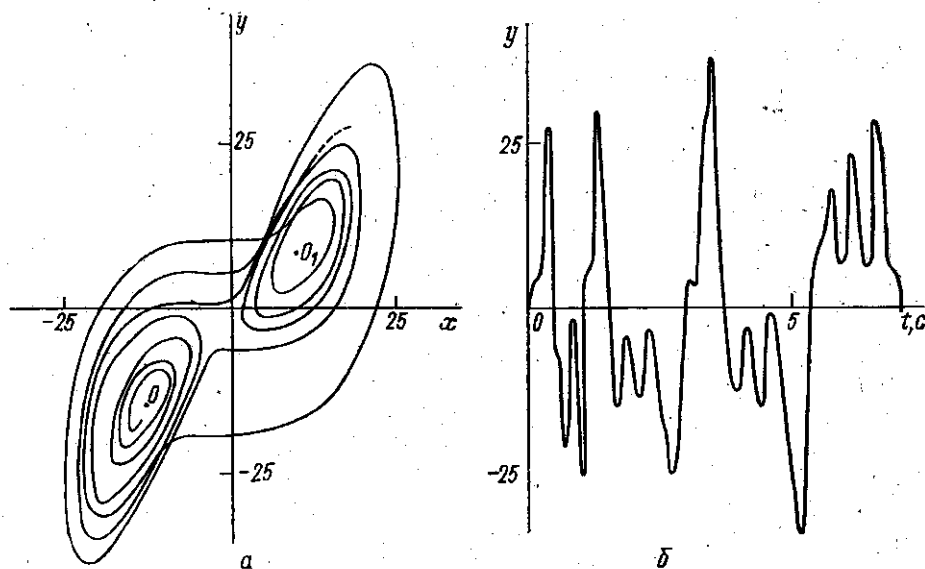


Рис. 1

В данной работе исследовалось влияние периодического внешнего воздействия на автоколебательную систему со странным аттрактором с целью изучения возможностей синхронизации таких систем. В качестве примера исследовалась «классическая» система Лоренца [4]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\sigma x + \sigma y, \\ \dot{y} &= -y + rx - xz, \\ \dot{z} &= -bz + xy, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x, y, z$  — динамические переменные,  $\sigma, r, b$  — параметры системы. Эта система описывает явление термоконвекции в плоском подогреваемом снизу слое жидкости [1—4], явления генерации в лазерах и мазерах [1, 2, 5] и явления в автоколебательных системах с инерционным возбуждением [6]. При определенных значениях параметров  $\sigma, r$  и  $b$  решения системы (1) имеют хаотический характер, и в фазовом пространстве динамических переменных в этом случае имеет место странный аттрактор [1—3].

Исследование неавтономного режима системы Лоренца проводилось на АВМ МН-17 при значениях параметров:  $r=55, \sigma=10, b=8/3$ , когда система (1) в автономном режиме имеет в фазовом пространстве странный аттрактор [1—3]. На рис. 1, а представлен фазовый портрет

системы (1) в автономном режиме в проекции на плоскость  $xy$ , а на рис. 1, б — изменение переменной  $y$  во времени. На рис. 1, а  $OO_1$  — особые точки фазового пространства [1—3]. Из рис. 1, б следует, что при хаотическом характере движений в системе можно выделить некоторый внутренний резонанс на частоте, среднестатистическое значение которой равно примерно 2Гц. Поэтому неавтономный режим системы изучался при внешних гармонических воздействиях в диапазоне частот, включающем это значение. Гармоническое внешнее воздействие подавалось в систему в виде возмущения координаты  $z$ :

$$z(t) = z_1(t) + A \cos 2\pi pt. \quad (2)$$

Здесь  $z_1(t)$  — собственные движения координаты  $z$ .

В результате исследования найдены две области значений амплитуд  $A$  и частот  $p$  внешнего гармонического воздействия, при которых

происходит полная регуляризация движений в системе Лоренца. На рис. 2, а представлен фазовый портрет системы в проекции на плоскость  $xy$  при  $p \approx 2,6$  Гц,  $A \approx 10$  и на рис. 2, б — изменение переменной  $y$  во

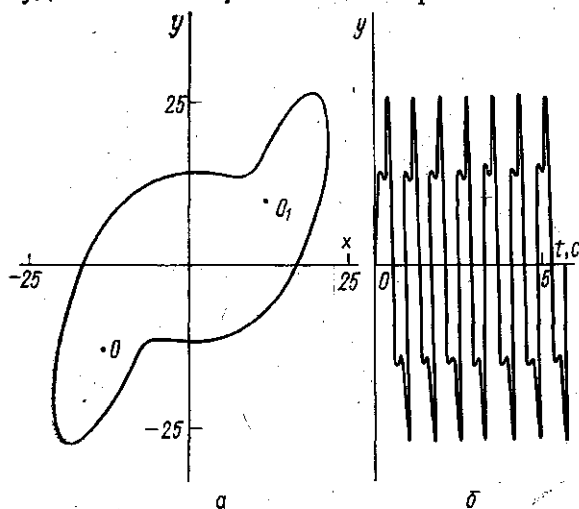


Рис. 2

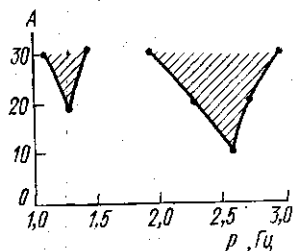


Рис. 3

времени. Странный аттрактор системы Лоренца в этом случае превращается в предельный цикл, охватывающий обе особые точки  $OO_1$  фазового пространства. Частота регулярных движений  $\nu_1 = p/2$ . Решения системы Лоренца регуляризуются также при подаче внешнего гармонического воздействия на частотах, близких по величине к  $p \approx \nu_1 \approx 1,3$  Гц. В этом случае странный аттрактор системы также превращается в предельный цикл, охватывающий обе особые точки  $OO_1$ . Частота регулярных движений при этом  $\nu_2 = p$ .

На рис. 3 представлены области параметров  $A$  и  $p$  внешнего гармонического воздействия, внутри которых наблюдается полная регуляризация хаотической динамики системы Лоренца при возмущении координаты  $z$ . Характер этих областей и характер регуляризованных движений позволяют говорить о возможности синхронизации хаотической динамики системы Лоренца периодическим внешним воздействием. Следует отметить, что синхронизация хаотической динамики имеет порог по амплитуде внешнего воздействия, зависящий от кратности частоты воздействия. Это объясняется наличием механизма локальной неустойчивости движений в автоколебательных системах со странным аттрактором.

Из полученных результатов следует, что в автоколебательных системах со странным аттрактором возможна синхронизация хаотической динамики периодическим внешним воздействием. Наблюдаемая при синхронизации полная регуляризация хаотической динамики таких систем есть следствие общих свойств явления синхронизации.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Рабинович М. И. УФН, 1978, 125, с. 121. [2] Гапонов-Грехов А. В., Рабинович М. И. УФН, 1979, 128, с. 579. [3] Странные аттракторы. М.: Мир, 1981. [4] Lorenz E. N. J. Atmos. Sci., 1963, 20, p. 130. [5] Ораевский А. Н. Квант. электроника, 1981, 8, № 1, с. 130. [6] Бабицкий В. И., Ланда П. С. ДАН СССР, 1982, 266, № 5, с. 1087.

Поступила в редакцию  
24.02.83

Поправки к статье В. И. Шестакова,  
опубликованной в № 2 — 1983 г.

1. По всей статье знаки  $\Rightarrow$  и  $\Rightarrow$  имеют один и тот же смысл.

2. Первую фразу § 3 на с. 60 следует читать:

Параллельное соединение (П-соединение)  $N(A)$  с  $N(B)$  будем, как и прежде [1], обозначать символом  $N(A) + N(B)$ , а  $N$ -полусник, содержащий эту цепь, — символом  $N((A) + (B))$ .

3. Начало первой фразы в Примере 4 (с. 64) следует читать:

Преобразуя П-цепь  $m \cdot (N(A) + N(x))$  сначала по формуле (4), ...

4. Формулу (D3) (с. 65) следует читать:

$$N(p) \Rightarrow \begin{cases} N(\bullet), & \text{если } p \Leftrightarrow T, \\ N(\quad), & \text{если } p \Leftrightarrow F. \end{cases} \quad (D3)$$

5. В реферате статьи всюду вместо  $N(X)$ ,  $N(A)$ ,  $N(B)$  следует читать  $N(X)$ ,  $(A)$ ,  $N(B)$ .