

вая механика) операторы координат можно в первом приближении считать коммутирующими, однако появятся изменения, например, в задаче об атоме водорода. Действительно, в моделях (6), (9) с учетом (7), (10) теперь

$$x^\mu \approx i\hbar \sqrt{1 \mp \frac{m^2 c^2}{R^2}} \frac{\partial}{\partial p_\mu}$$

для $p_0 = E/c \gg p$, что фактически соответствует стандартной квантовой механике с перенормированной постоянной Планка: $\hbar \rightarrow \tilde{\hbar} = \hbar \sqrt{1 \mp m^2/m_{\text{pl}}^2}$ соответственно для (6) и (9), где $m/m_{\text{pl}} \sim 10^{-20}$. Вместо известной формулы для уровней энергии атома водорода получим

$$E \simeq mc^2 \left[1 - \frac{Z^2 e^4}{2n^2 c^2 \hbar^2} \left(1 \pm \frac{m^2}{m_{\text{pl}}^2} \right) - \frac{Z^4 e^8}{2n^4 \hbar^4 c^4} \left(\frac{n}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4} \right) \left(1 \pm \frac{2m^2}{m_{\text{pl}}^2} \right) \right]. \quad (11)$$

В заключение автор выражает глубокую благодарность доктору физ.-мат. наук Ю. С. Владимирову за неизменное внимание, многочисленные обсуждения и помощь в работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Snyder H. Phys. Rev., 1947, 71, p. 38. [2] Блохинцев Д. И. Пространство и время в микромире. М.: Наука, 1970. [3] Фок В. А. Изв. АН СССР, 1935, 2, с. 169. [4] Владимиров Ю. С., Кислов В. В. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон., 1984, 25, № 1, с. 11. [5] Кард П. ЖЭТФ, 1950, 20, с. 1144. [6] Мир-Касимов Р. М. ЖЭТФ, 1967, 52, с. 533. [7] Кадышевский В. Г. В кн.: Проблемы теоретической физики. (Посвящена памяти акад. И. Е. Тамма). М.: Наука, 1972. [8] Авербах В. Л., Медведев Б. В. ДАН СССР, 1949, 64, № 1, с. 41. [9] Ефимов Г. В. Нелокальные взаимодействия квантованных полей. М.: Наука, 1977. [10] Кадышевский В. Г. ЭЧАЯ, 1980, 11, № 1, с. 5. [11] Владимиров Ю. С. Системы отсчета в теории гравитации. М.: Энергоиздат, 1982. [12] Yang C. Phys. Rev., 1947, 72, p. 874. [13] Барут А., Рончка Р. Теория представлений групп и ее приложения. Т. 2. М.: Мир, 1980.

Поступила в редакцию
13.06.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 3

УДК 556.535.2

МЕХАНИЗМ ОБРАЗОВАНИЯ ПРИБРЕЖНОЙ СТРУИ В ПРЯМОМ РУСЛОВОМ ПОТОКЕ

О. Н. Мельникова, Г. Г. Хунджуа

(кафедра физики моря и вод суши)

Известно, что в прибрежной области русловых потоков наблюдаются струи, распространяющиеся вдоль берегов и не смешивающиеся с центральной частью потока (такие струи хорошо видны в естественных условиях при окрашивании их примесью). Между тем течение жидкости в русловых потоках является турбулентным и должно характеризоваться интенсивным перемешиванием. В связи с этим в работе [1] было высказано предположение, что существование прибрежных струй в русловых потоках связано с наличием так называемой жидкой границы, на которой турбулентный обмен практически отсутствует,

и которая обусловлена поперечной циркуляцией жидкости в прибрежной области потока.

В настоящей работе сделана попытка выявления механизма образования жидкой границы в турбулентном русловом потоке. Было проведено исследование поля скорости в прибрежной области поперечного сечения потока на модели прямого потока с закрепленным дном. Ширина потока составляла 1 м, длина — 15 м, глубина — 9 см, уклон — 0,001, максимальная средняя скорость на оси потока достигала величины $V_0 = 76$ см/с. Для визуализации струи в поток вблизи уреза воды по тонкой трубке вводился раствор туши, при этом в результате перемешивания окрашивалась только узкая полоса береговой зоны потока

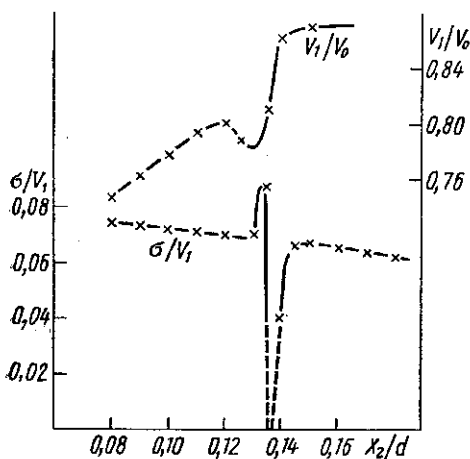


Рис. 1

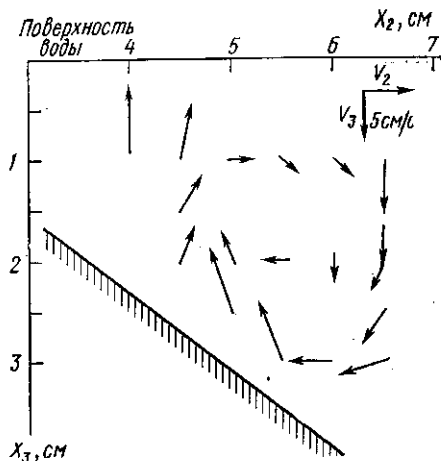


Рис. 2

шириной 7 см на всем его протяжении. Измерения велись с помощью датчиков, укрепленных на тележке, лежащей на бортах лотка в исследуемом сечении потока. На этой же тележке размещалась регистрирующая аппаратура. Измерения пульсаций скорости проводились с помощью сконструированного нами трехкомпонентного термогидрометра постоянного тока [2]. Трубкой Пито измерялась продольная составляющая вектора средней скорости V_1 . По данным измерений определялись вертикальная α_v и горизонтальная α_r составляющие угла между вектором средней скорости и направлением основного потока. Кроме того, определялась величина интенсивности турбулентности σ/V_1 , где σ — среднеквадратичное отклонение пульсаций скорости. Вертикальная и горизонтальная поперечные компоненты вектора средней скорости вычислялись следующим образом:

$$V_3 = V_1 \alpha_v, \quad V_2 = V_1 \alpha_r.$$

Результаты измерений приведены на рис. 1 и 2. На рис. 1 по оси абсцисс отложена безразмерная поперечная координата $X'_2 = X_2/d$, где d — полуширина канала. По оси ординат отложены величина V_1/V_0 и величина σ/V_1 . На рис. 2 в виде стрелок дается распределение проекции вектора средней скорости на поперечное сечение потока в показанном масштабе.

При определении величин поперечных составляющих скорости доверительный интервал при доверительной вероятности 0,68 не превышал 0,1 см/с.

Отметим, что характер зависимостей, приведенных на рис. 1, остался неизменным на всех глубинах.

Из данных, представленных на рис. 1, видно, что в профиле безразмерной средней скорости в прибрежной области потока имеется локальный минимум. Вследствие этого справа от минимума градиент средней скорости принимает экстремальное значение.

Величина интенсивности турбулентности, как видно из рис. 1, медленно убывает в направлении оси потока. Однако в области большого градиента средней скорости на профиле интенсивности турбулентности наблюдается сначала возрастание величины σ/V_1 , а затем глубокий и резкий минимум, сосредоточенный вблизи координаты $X'_2 = X_{гр} = 0,135$.

Необходимо отметить, что положение минимума интенсивности турбулентности совпадает с границей прибрежной струи, наблюдаемой визуально при ее подкрашивании. Результаты измерений и визуальных наблюдений свидетельствуют о том, что на границе прибрежной струи нарушается турбулентный обмен и в узкой области потока течение переходит в ламинарное. В связи с этим необходимо рассмотреть вопрос об устойчивости движения потока в области вертикали $X_{гр}$.

В работах Серрина [3], Джозефа [4] и других исследуется устойчивость движения потока на основе анализа изменения энергии возмущений $E = \frac{1}{2} \langle |U|^2 \rangle$. Если $E \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, то поток устойчив относительно возмущений любой амплитуды. Этот критерий в [5] записан так:

$$E(t) \leq E(0) \exp \left\{ N \left(\frac{Re}{r} - 1 \right) \right\}, \quad (1)$$

где N — диссипируемая энергия возмущений, Re — параметр данного потока: $Re = V_0 d / \nu$,

$$r^{-1} = \max_H \frac{|D_m| E}{N}, \quad (2)$$

где D_m — минимальное собственное значение тензора скоростей деформации, записанного в диагональном виде, а H — все кинематически допустимые векторы [4].

Из (1) следует, что если $Re < r$, то, как показано в [3] для стационарного потока и в [4] для более общего случая, единственно устойчивым является основной невозмущенный поток, т. е. в нашем случае ламинарный. Отметим, что в отличие от параметра Re , характеризующего физические свойства данного потока, величина r меняется по сечению потока как функция поля скорости. Следовательно, в турбулентном потоке могут существовать ограниченные области, в которых r превысит значение Re , что будет соответствовать переходу турбулентного режима движения потока в ламинарный.

Применяя этот результат к исследуемому потоку, покажем, что в области $X_{гр}$ происходит резкое увеличение r . Полагая, что осредненная кинетическая энергия пульсационного движения E пропорциональна σ/V_1 , и используя соотношение, предложенное Колмогоровым [6]: $N \approx E^{3/2} / l$, где l — путь смешения, получим выражение

$$r^{-1} \sim \frac{E}{N} \sim \frac{l}{(\sigma/V_1)^{1/2}}. \quad (3)$$

Из (3) и (2) находим, что величина r пропорциональна интенсивности турбулентности и обратно пропорциональна пути смешения, или масштабу основных энергонесущих вихрей: $r \sim \left(\frac{\sigma}{V_1} \right)^{1/2} / l$.

Рассмотрим изменение r в области вертикали $X_{гр}$. Слева от $X_{гр}$ σ/V_1 растет, и затем форма кривой $\sigma/V_1=f(X_2)$ резко меняется на очень узком интервале X_2 , что могло быть зафиксировано в эксперименте при условии значительного уменьшения масштаба основных энерго-несущих вихрей турбулентности. Уменьшение интенсивности турбулентности на вертикали $X_{гр}$ позволяет предположить, что масштаб основных энерго-несущих образований стремится в этой области к микро-масштабу турбулентности. Это обеспечивает возрастание r , достаточное для выполнения условия $r > Re$.

Отметим, что уменьшение масштаба турбулентных образований происходит в области максимального градиента средней скорости потока на вертикали $X_{гр}$. Аналогичные изменения масштабов турбулентных образований происходят в области больших градиентов средней скорости вблизи твердой границы потока. Следовательно, при больших градиентах средней скорости величина основных энерго-несущих турбулентных образований обратно пропорциональна градиенту средней скорости. Причем существует критическое значение масштаба этих вихрей, при котором турбулентное движение становится неустойчивым и сменяется ламинарным, что и наблюдается на жидкой границе и в области, близкой к стенке.

Из (1) следует, что, так как параметр потока Re не меняется по сечению потока, смена устойчивости потока при $Re/r-1=0$ у стенки и на жидкой границе должна происходить при одном значении r или, в соответствии с (3), при одном l . Полагая, что l определяется градиентом средней скорости, можно заключить, что существует критическое значение $\partial V_1/\partial X_2$, при котором турбулентное движение становится неустойчивым и сменяется ламинарным. Оценим численное значение критического градиента средней скорости, представив его в безразмерном виде:

$$K = \frac{\partial V_1}{\partial X_2} \frac{\nu}{V_0^2}$$

Нами были проведены вычисления величины $K_{кр}$ для стенки по результатам обзора [7] и по нашим данным для границы прибрежной струи. В результате расчетов были получены близкие значения: $K_{кр}=(2 \div 3) \cdot 10^{-4}$ для стенки, $K_{кр}=1,2 \cdot 10^{-4}$ для жидкой границы. Полученные данные позволяют заключить, что если поперечный градиент средней скорости не превышает приведенного значения $K_{кр}$, то турбулентный режим движения жидкости в потоке устойчив, если же $K \geq K_{кр}$, то турбулентный режим сменяется ламинарным.

Следует отметить, что причины возникновения критического градиента средней скорости потока могут быть различными. У стенки критический градиент скорости обусловлен «прилипанием» жидкости, а на границе прибрежной струи — локальным минимумом на профиле средней скорости (см. рис. 1). Возникновение минимума связано с перераспределением средней скорости, обусловленным передачей части энергии поступательного движения жидкости на поддержание поперечной циркуляции в прибрежной области потока (циркуляция скорости в поперечном сечении потока, определенная по данным, полученным в нашем эксперименте, показана на рис. 2).

Перераспределение энергии движения жидкости в потоке с поперечной циркуляцией скорости можно показать на основе анализа уравнений движения. Для этого рассмотрим движение стационарного турбулентного потока, описываемого системой уравнений Рейнольдса. Чтобы получить уравнения энергии, воспользуемся стандартной процеду-

рой: умножим каждое из уравнений на соответствующую компоненту скорости, сложим полученные уравнения, поделим на V_2 и проинтегрируем по координате X_2 . Получим (в обозначениях [8])

$$\frac{1}{2} V_1^2 = -\frac{1}{2} (V_2^2 + V_3^2) - \int_{X_2} \left[\frac{1}{2} \frac{V_3}{V_2} \frac{\partial}{\partial X_3} (V_1^2 + V_2^2 + V_3^2) + \frac{V_i}{\rho V_2} \frac{\partial P}{\partial X_i} - \nu \frac{V_i}{V_2} \nabla^2 V_i + \frac{V_i}{V_2} \frac{\partial V_i V_j'}{\partial X_j} + \frac{V_i}{V_2} \frac{\partial \overline{V_i^2}}{\partial X_i} \right] dX_2, \quad (4)$$

где использовано правило суммирования по повторяющемуся индексу. В правой части (4) первый член отрицателен, и если он не равен нулю, то происходит уменьшение доли энергии продольного движения за счет передачи части энергии на поперечное движение. Величина второго члена правой части (4) в рассматриваемой области потока определяется производной $\partial V_1 / \partial X_3$, так как величины V_2 и V_3 меняются на границах области симметричным образом: производные от них равны по порядку, но имеют разный знак. Следовательно, присутствие поперечной циркуляции в прибрежной области потока обуславливает снижение продольной составляющей скорости на вертикали $X_{гр}$.

В заключение сформулируем основные выводы.

1. В сдвиговой области исследуемого прямого потока обнаружена поперечная циркуляция жидкости.

2. Показано, что поперечная циркуляция жидкости в прибрежной области потока определяется минимумом на профиле средней скорости, который приводит к возникновению экстремального значения градиента средней скорости вблизи вертикали $X_{гр}$.

3. Показано, что в области большого градиента скорости происходит изменение турбулентной структуры потока: возрастает интенсивность турбулентности и уменьшается масштаб турбулентных образований. Из проведенного анализа следует, что это приводит к уменьшению отношения осредненной кинетической энергии пульсационного движения к энергии диссипации. При достижении критического значения этого отношения на вертикали $X_{гр}$ происходит переход турбулентной формы движения потока в ламинарную, чем можно объяснить появление ламинарной границы между прибрежной и центральной областями потока.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Мельникова О. Н. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон., 1981, 22, № 2, с. 84. [2] Мельникова О. Н., Петров В. П., Пыркин Ю. Г. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон., 1983, 24, № 2, с. 76. [3] Серрин Дж. Математические основы классической механики жидкости. М.: ИЛ, 1963, с. 237. [4] Джозеф Д. Устойчивость движений жидкости. М.: Мир, 1981, с. 37—39. [5] Homsy G. J. Fluid Mech., 1975, 68, p. 191. [6] Колмогоров А. Н. Изв. АН СССР, сер. физ., 1942, 6, № 1—2, с. 56. [7] Ибрагимов М. Х. Структура турбулентного потока и механизм теплообмена в каналах. М.: Атомиздат, 1978, с. 59, 96. [8] Бай Ши И. Турбулентное течение жидкости и газов. М.: ИЛ, 1962, с. 21.

Поступила в редакцию
17.06.83