происходит быстрее, чем в случае медленной электрон-электронной релаксации (см. рис. 3, б).

В случае промежуточной внутризонной релаксации рост концентрации свободных электронов ограничен, но происходит быстрее, чем в случае медленной электрон-электронной релаксации.

Таким образом, проведенное исследование позволило определить концентрации и средние энергии электронов и дырок в фотовозбужденном полупроводнике для трех предельных случаев внутризонной релаксации.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Ulbrich R. Solid State Electronics, 1978, 21, р. 51. [2] Leheny R. F., Shah J. Solid State Comm., 1979, 31, р. 809. [3] Дубенская М. Г., Ильинова Т. М., Фортыгин А. А. Квант. электроника, 1984, 11, № 6, с. 10. [4] Водges T. F., Smirl A. L., Whesrett B. S. Opt. Comm., 1982, 43; N. 2, р. 128. [5] Богданкевич О. В., Дарзнек С. А., Елисеев П. Г. Полупроводниковые лазеры. М.: Наука, 1976.

Поступила в редакцию 08.06.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 4

УДК 621.385.831.087.004.15

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕГИСТРАЦИИ КАНАЛОВЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ УМНОЖИТЕЛЕЙ МЕТОДОМ АНАЛИЗА АМПЛИТУДНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НА ВЫХОДЕ НЕНАСЫЩЕННОГО КАНАЛА

Б. В. Марьин, Л. С. Новиков

(НИИЯФ)

Число электронов или заряд на выходе каналового умножителя (КЭУ), работающего в ненасыщенном режиме, т. е. в отсутствие ограничения амплитуды импульса полем пространственного заряда в канале, является величиной, функция вероятности которой зависит от ряда факторов: напряжения питания КЭУ, энергии регистрируемых частиц и их вида, среднего значения коэффи-

циента вторичной электронной эмиссии в канале и т. д.

Для описания функции вероятности появления М электронов на выходе КЭУ, работающего в ненасыщенном режиме, часто используется выражение вида [1, 2]

$$P(M) = \alpha e^{-\alpha M},\tag{1}$$

где 1/α — среднее число (математическое ожидание) электронов на выходе канала.

Однако это выражение во многих случаях недостаточно точно описывает наблюдаемые экспериментальные распределения выходного заряда, особенно при регистрации тяжелых частиц, выбивающих на входе КЭУ большое число электронов. Кроме того, соот-





ношение (1) никак не учитывает экспериментально наблюдаемой зависимости [3, 4] среднего усиления от вида и энергии регистрируемых частиц. В качестве примера на рис. 1 показана зависимость среднего

9

усиления детекторов ВЭУ-6 и ВЭУ-7 (в относительных единицах) от энергии регистрируемых электронов.

В настоящей работе получено аналитическое выражение для амплитудного распределения заряда на выходе КЭУ, работающего в ненасыщенном режиме, значительно лучше согласующееся с экспериментально определенными распределениями, в том числе и для случая  $m \gg 1$ . Полученное выражение позволяет определять эффективность регистрации КЭУ расчетным путем на основании анализа амплитудного распределения выходного заряда. При этом устраняются многитрудности, связанные с экспериментальными измерениями указанной величины.

При анализе формы амплитудного распределения выходного заряда КЭУ процесс умножения числа электронов в канале принципиально можно рассматривать как марковский процесс, дискретный в пространстве (число электронов n=1, 2...) и во времени (конечное число каскадов умножения), как это обычно делается при анализе характеристик приборов с дискретными динодными системами, например ФЭУ [5]. Подобная модель используется в работах [6, 7] для расчета средних коэффициентов усиления электронных умножителей с непрерывным динодом (КЭУ). Но получить при таком подходе достаточно простое аналитическое выражение для амплитудного распределения выходного заряда КЭУ не удается.

Более правильным, на наш взгляд, является другой подход к процессу умножения в канале — как к марковскому процессу, дискретному в пространстве, но непрерывному во времени. Для такой модели среднее число электронов  $(1/\alpha)$  на выходе канала находится как решение дифференциального уравнения [8]

$$dM = \lambda M dx$$
.

где dM — приращение числа электронов на длине dx канала;  $\lambda$  — постоянная величина, характеризующая эмиссионные свойства конкретного канала при данном напряжении питания; M — число электронов в точке x канала.

Для канала длиной *l* среднее усиление равно

$$M_{\rm cp} = \frac{1}{\alpha} = m e^{\lambda t}$$

где *m* — число электронов на входе канала, инициирующих процесс умножения.

Рассматривая вероятностную модель умножения [8], можно получить выражение для функции распределения числа электронов на выходе канала:

$$P(M) = {\binom{M-1}{M-m}} \alpha^m (1-\alpha)^{M-m}.$$
 (2)

Так как  $M \gg m$ , то выражение (2) после несложных преобразований приводится к распределению Эрланга [9]

$$P(M) \simeq \frac{\alpha^m M^{m-1}}{(m-1)!} e^{-\alpha M}.$$

В реальном случае при облучении входа КЭУ моноэнергетичным пучком частиц вероятность появления m вторичных электронов на входе канала описывается некоторой функцией f(m) с математическим ожиданием b. Функция распределения числа электронов на выходе канала при этом определяется как

$$\omega(M) = \sum_{m=1}^{\infty} f(m) \frac{\alpha^m M^{m-1}}{(m-1)!} e^{-\alpha M},$$

а математическое ожидание такого распределения  $\mathscr{E}(M) = b/\alpha$ , т. е. пропорционально числу электронов на входе канала.

Поскольку в большинстве случаев f(m) есть распределение Пуассона, можно записать

$$\omega(M) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{b^m e^{-b}}{m!} \frac{a^m M^{m-1}}{(m-1)!} e^{-\alpha M}.$$
 (3)

После преобразования выражения (3) получается распределение, известное в теории вероятности как рандомизированная гамма-плотность [10]:

$$\omega(M) = \alpha b e^{-b} e^{-\alpha M} \frac{I_1(2 \sqrt{abM})}{\sqrt{abM}}$$

где I<sub>1</sub> — модифицированная функция Бесселя первого порядка от мнимого аргумента. Для такого распределения математическое ожидание и дисперсия соответственно определяются как

$$\mathcal{E}(M) = M_{cn} = b/\alpha, \quad D = 2b/\alpha^2.$$

На рис. 2, а представлено семейство характеристик  $\omega(M/a)/a = = f(M/a)$ , построенных для разных значений *b*. Для сравнения на рис. 2, б приведены в относительных единицах экспериментальные ам-



Рис. 2. Семейство кривых  $\frac{1}{a} \omega \left(\frac{M}{a}\right) = f\left(\frac{M}{a}\right)$  для различных b-a. Экспериментальные амплитудные распределения детектора ВЭУ-6 для различных энергий электронов: 50 эВ (1), 100 эВ (2), 300 эВ (3), 10 кэВ (4) и 2 кэВ (5) — 6

плитудные распределения выходного заряда каналового умножителя ВЭУ-6, полученные при облучении входа КЭУ потоками электронов различных энергий. На основании анализа амплитудных распределений выходного заряда КЭУ может быть найдена эффективность регистрации, которая определяется как  $\zeta = 1 - f(0)$ , или, для случая  $f(m) = b^m e^{-b}/m!$ , как  $\zeta = 1 - e^{-b}$ . Рассмотрим один из возможных способов определения эффективности регистрации  $\zeta$ .

Среднее усиление канала, определенное из полученного экспериментального амплитудного распределения заряда на выходе канала,

$$M_{\rm cp} = \sum_{M=1}^{n} \frac{M_i N_i}{\Sigma N},\tag{4}$$

где  $M_i$  — номер канала анализатора,  $N_i$  — число сосчитанных импульсов в канале  $M_i$ ,  $\Sigma N$  — общее число сосчитанных импульсов в n каналах анализатора, связано с теоретическим значением среднего усиления  $b/\alpha$  соотношением

$$M_{\rm cp} = \frac{b}{a} \cdot \frac{1}{1 - f(0)} = \frac{b}{a} \cdot \frac{1}{1 - e^{-b}} = \frac{b}{a} \cdot \frac{1}{\zeta}.$$
 (5)

Если b < 0.05, то  $1 - e^{-b} \cong b$ , а

$$M_{\rm cp} = M'_{\rm cp} \cong 1/\alpha. \tag{6}$$

Величину  $M'_{cp}$  легко получить из соотношения (4), облучая КЭУ частицами, рентгеновским или ультрафиолетовым излучением с заведомо низкой эффективностью регистрации (b < 0.05).



Рпс. 3. Кривые эффективности регистрации электронов различных энергий детектора ВЭУ-6, полученные по предложенной методнке Из соотношений (5), (6) после экспериментального определения величин  $M_{\rm cp}$  и  $M'_{\rm cp}$  можно вычислить значение эффективности регистрации  $\zeta$ :

$$M_{\rm cp}/M'_{\rm cp} = -\ln(1-\zeta)/\zeta.$$

На рис. З приведены полученные таким методом зависимости эффективности ВЭУ-6 от энергий электронов. Заштрихованной зоной показана область значений эффективности регистраций электронов, измеряемых в разных работах.

Используя данный метод, можно легко измерять эффектив-

ность регистрации, не прибегая к измерениям интенсивности входного потока, до значений ζ>0,1.

Точность измерений  $\zeta$  таким методом для умножителей типа ВЭУ-6 с учетом погрешностей определения параметров  $M_{\rm cp}$  и  $M'_{\rm cp}$  составляет около 10%.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Wolber W. G., Klettke B. D., Graves P. W. Rev. Sci. Instr., 1970, 41, р. 724. [2] Марьин Б. В., Тельцов М. В. Приб. и техн. эксперимента, 1976, № 1, с. 164. [3] Вайсберг О. Л. и др. В кн.: Вопросы атомной науки и техники. Ядерное приборостроение. М.: Атомиздат, 1976. Вып. 33, с. 109. [4] Филдс, Берг, Оран. Приборы для научных исследований, 1977, № 8, с. 139. [5] Долинов В. К., Новиков Л. С., Росляков Р. И. Приб. и техн. эксперимента, 1975, № 2, с. 174. [6] Аdams J., Мапley В. W. IEEE Trans. Nucl. Sci., 1966, NS-13, р. 88. [7] Schmidt K. C., Непdee С. F. Ibid., р. 100. [8] Баруча-Рид А. Т. Элементы теории марковских процессов и их приложения. М.: Наука, 1969. [9] Хастингс Н., Пикок Дж. Справочник по статистическим распределениям. М.: Статистика, 1980. [10] Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 2. М.: Мир, 1967.

Поступила в редакцию 23.06.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 4

#### УДК 539.12.01

### МИГРАЦИЯ ОДНОФОТОННОГО ПАКЕТА В ПЕРИОДИЧЕСКИ Деформированной кристаллической решетке

## В. Бужек (Чехословакия)

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

В работе [1] на основе последовательного микроскопического подхода была переведена на «квантовый язык» теорема погашения Эвальда—Озеена [2]. На базе квантовой теории была посчитана функция эволюции однофотонного пакета, распространяющегося в идеальной бесконечно протяженной кубической решетке. Был установлен эффект погашения, который заключается в том, что поле вторичного излучения в веществе можно описать в виде суммы двух членов, один из которых удовлетворяет волновому уравнению в вакууме и описывает точное «гашение» падающей волны, тогда как второй удовлетворяет волновому уравнению для распространяющегося со скоростью с/п излучения (n — коэффициент преломления).

Предлагаемая работа посвящена квантовому рассмотрению миграции однофотонного пакета в периодически деформированном кристалле. Кристалл может быть деформирован, например, акустической волной, скорость которой много меньше скорости излучения, и поэтому перемещением акустической волны в кристалле можно пренебречь.

Описание теоретической модели. Обсуждаемая ниже задача является модельной: вместо реального вещества рассматривается бесконечно протяженная периодически деформированная кубическая решетка, в узлах которой неподвижно закреплены «атомы» — двухуровневые центры (см., например, [3]), могущие испускать и поглощать фотоны. В модели не учитываются прямые взаимодействия между отдельными центрами. Такая модель (в литературе часто называемая моделью Ли — см. [4]), хотя в ней и не учтены явления, обусловленные тепловым движением и диссипацией, является подходящей теоретической основой для исследования самых характерных черт миграции фотонов в кристаллах.

В качестве фотонов рассматриваются безмассовые, бесспиновые Θ-бозоны. Это упрощение несущественно — поляризационные эффекты можно учесть (см. [5]), но вместе с тем полезно, так как упрощает выкладки.

Гамильтониан взаимодействия между Ө-бозонами (ради простоты последние будем в дальнейшем называть фотонами) и центрами, из которых построен кристалл, имеет в дипольном приближении следующий вид:

$$H_{\rm B3} = \sum_{f=-\infty}^{\infty} (\bar{V}_f N_f \Theta_f^{(-)} + V_f \bar{N}_f \Theta_f^{(+)}) = \sum_f (H_f^{(-)} + H_f^{(+)}).$$
(1)

Дипольное приближение уместно, когда длина волны излучения много больше размеров атомов (более подробно см. [3]).  $\overline{N}_f$ ,  $\overline{V}_f(N_f, V_f)$  яв-