определяющие парциальную намагниченность $\boldsymbol{m}_{ад}$, проекция которой на плоскость u, m_z вращается синфазно с полем, действующим в ВСК (см. (3)). Инверсия $m_{ад}$ происходит в моменты времени $\tau_n = n\pi/\Omega_0$, независимо от того, в каких количественных соотношениях находятся между собой $\varkappa_A$ и $\varkappa_0$. Инверсия полного вектора намагниченности зависит от соотношений этих параметров, поскольку они определяют величину остальных членов, входящих в выражение для m_z. Пусть в начальный момент $\tau=0$ $u(0)=v(0)=0$, $m_z(0)=1$. Тогда $C_1 \sin\psi_1 = -c$, $C_1 \cos\psi_1 = \sin\alpha - f$, $C_2 = (1-\nu a)\cos\alpha$.

В момент времени $\tau_1 = \pi/\Omega_0$ имеем:

$$m_z(\tau_1) = -e^{-\pi/\varkappa_0}[(\sin^2\alpha\cos\Omega_{эфф}\tau_1 + \cos^2\alpha) - f\sin\alpha\cos\Omega_{эфф}\tau_1 + c\sin\alpha\sin\Omega_{эфф}\tau_1 - \nu\alpha\cos^2\alpha] + f\sin\alpha + \nu a\cos^2\alpha. \quad (6)$$

Формулу (6) можно дополнительно упростить, положив $\Omega_{эфф}=2\Omega_0$ (т. е. $\Omega_A=\sqrt{3}\,\Omega_0$, $\alpha=\pi/6$). Теперь $m_z(\tau_1)$ будет зависеть только от $\varkappa_0$. Эта зависимость представлена ниже.

$\varkappa_0$	1	2	3	10	20	30	40	50	60	80
$m_z(\tau_1)$	0,65	0,25	−0,20	−0,67	−0,83	−0,89	−0,92	−0,94	−0,95	−0,96

С ростом $\varkappa_0$ $m_z(\tau_1)$ изменяет знак при $\varkappa_0 \simeq 3$ и затем стремится к $m_z(\tau_1) = -1$ (полная инверсия). Таким образом, при $\Omega_{эфф}=2\Omega_0$ для создания инверсии, близкой к полной, достаточно выполнить условие «быстрого прохождения» через резонанс: $\varkappa_0 \gg \pi$. Инверсия может быть достигнута и при выполнении обычного условия адиабатичности [3]: $\varkappa_A \gg \varkappa_0$, $(\alpha \simeq 0)$, но для этого требуются более сильные поля Ω_A, чем в случае $\Omega_{эфф}=2\Omega_0$.

Автор признателен Ю. Е. Дьякову за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Митропольский Ю. А. Проблемы асимптотической теории нестационарных колебаний. М.: Наука, 1964, с. 76. [2] Харкевич А. А. Спектры и анализ. М.: ГИТТЛ, 1957, с. 129. [3] Bloch F. Phys. Rev., 1946, 70, p. 460. [4] Гвоздовер С. Д., Магазаник А. А. ЖЭТФ, 1950, 20, с. 705. [5] Стейнфелд Дж. и др. В кн.: Лазерная и когерентная спектроскопия. М.: Мир, 1982, с. 235. [6] Бутылкин В. С. и др. В кн.: Резонансные взаимодействия света с веществом. М.: Наука, 1977, с. 81.

Поступила в редакцию
17.10.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1984, т. 25, № 4

УДК 530.12

О КОНВЕРСИИ ПЛОСКОЙ ГРАВИТАЦИОННОЙ ВОЛНЫ В КУЛОНОВСКОМ ПОЛЕ

В. И. Денисов

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Изучение взаимодействия гравитационных волн с электрическими и магнитными полями постоянно находится в центре внимания различных исследователей [1—4], так как эти процессы в принципе дают возможность регистрировать гравитационные волны по возникающей в результате взаимодействия электромагнитной волне. Для этой цели необходимо, чтобы в результате взаимодействия как можно большая часть энергии гравитационных волн превратилась в энергию электромагнитных волн.

В работе Дубровича [1] показано, что при распространении плоской гравитационной волны через постоянное и однородное электромагнитное поле амплитуда возникшей электромагнитной волны линейно зависит от характерного размера области, занятой первичным электромагнитным полем. Таким образом, если постоянное и однородное электромагнитное поле создано во всем пространстве, то амплитуда рожденной в результате взаимодействия электромагнитной волны будет возрастать до бесконечности. Однако создать во всем пространстве постоянное и однородное электромагнитное поле невозможно. Поэтому нам представляется важным исследовать случай, когда постоянное, но неоднородное электромагнитное поле создано во всем пространстве. Примером такого поля может служить поле любой заряженной частицы.

Изучение взаимодействия гравитационных волн с электрическими и магнитными полями частиц важно еще и потому, что дает возможность оценить диссипацию энергии гравитационной волны при распространении ее через вещество.

Рассмотрим сначала в вакууме покоящуюся заряженную частицу (например, e^-, μ^-, р и т. д.), помещенную в начало координат. Будем считать, что исходное невозмущенное поле частицы имеет вид

$$\mathbf{E} = E_0 \frac{\mathbf{r}}{r^3} \Theta(r - r_0), \quad \Theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases} \tag{1}$$

Допустим, что вдоль оси z распространяется плоская эллиптически поляризованная гравитационная волна, компоненты которой в TT-калибровке записываются в виде

$$\begin{gathered} h^{11} = -h^{22} = h_0 \cos 2\beta \exp\{i(kz - \omega t)\}, \\ h^{12} = ih_0 \sin 2\beta \exp\{i(kz - \omega t)\}, \end{gathered} \tag{2}$$

где h_0 — амплитуда гравитационной волны, причем $h_0 \ll 1$. Степень эллиптичности поляризации волны измеряется величиной $\operatorname{tg} 2\beta$. Если $\operatorname{tg} 2\beta = 0$ или ∞, то волна является линейно-поляризованной; если $|\operatorname{tg} 2\beta| = 1$, то волна поляризована по кругу. При других значениях $\operatorname{tg} 2\beta$ волна является эллиптически поляризованной. Если $\operatorname{tg} 2\beta > 0$, то волна имеет правовинтовую поляризацию, если $\operatorname{tg} 2\beta < 0$, то — левовинтовую.

При наличии гравитационного поля общековариантные уравнения Максвелла принимают вид

$$\begin{gathered} \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^k} [\sqrt{-g}\, g^{il} g^{km} F_{lm}] = -\frac{4\pi}{c} j^i, \\ F_{ik,l} + F_{kl,i} + F_{li,k} = 0, \end{gathered} \tag{3}$$

где $F_{ik} = A_{k;i} - A_{i;k} \equiv A_{k,i} - A_{i,k}$ — тензор электромагнитного поля. В случае слабых гравитационных волн контравариантный метрический тензор и определитель g можно разложить по малому параметру $h_0 \ll 1$ — амплитуде волны:

$$g^{ik} = \overset{(0)}{g}{}^{ik} - h_0 \overset{(1)}{h}{}^{ik} - h_0^2 \overset{(2)}{h}{}^{ik} - \ldots, \tag{4}$$

$$-g = 1 + h_0 \overset{(1)}{h}{}_i^i + \ldots,$$

причем $g^{0i} = \overset{(0)}{g}{}^{0i}$ и $\overset{(1)}{h}{}_i^i = 0$ в силу TT-калибровки. Поэтому уравнения (3) в данном случае удобно решать методом теории возмущений. Для этого запишем четырехмерный вектор-потенциал A_i и 4-вектор тока в виде

$$A_i = \overset{(0)}{A}_i + h_0 \overset{(1)}{a}_i + h_0^2 \overset{(2)}{a}_i + \ldots,$$

$$j^i = \overset{(0)}{j}{}^i + h_0 \overset{(1)}{j}{}^i + \ldots, \tag{5}$$

где $\overset{(0)}{A}_i$, $\overset{(0)}{j}{}^i$ — невозмущенные вектор-потенциал поля и вектор тока, $\overset{(n)}{a}_i$, $\overset{(n)}{j}{}^i$ — поправки соответственно к вектор-потенциалу и вектору тока в n-м порядке теории возмущения, которые обусловлены действием гравитационных волн. Подставляя разложения (4) и (5) в уравнения (3), представим полученные уравнения в виде ряда по степеням h_0. Приравнивая к нулю выражения, играющие роль коэффициентов этого ряда, мы получаем уравнения Максвелла в приближении n-го порядка. Если ограничиться приближением первого порядка по h_0, то уравнения (3) запишутся в виде

$$\Box \overset{(0)}{A}{}^i = -\frac{4\pi}{c} \overset{(0)}{j}{}^i,$$

$$\Box \overset{(1)}{a}{}^i = -\frac{4\pi}{c} [j^i_{\text{int}} + \overset{(1)}{j}{}^i]. \tag{6}$$

Выражения для 4-вектора j^i_{int} имеют вид

$$q_{\text{int}} = -\frac{1}{4\pi} \operatorname{div} \mathbf{D}, \quad D^\alpha = \overset{(1)}{h}{}^{\alpha\beta} \overset{(0)}{E}_\beta, \tag{7}$$

$$j_{\text{int}} = \frac{c}{4\pi} \left\{ \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \operatorname{rot} \mathbf{B} \right\}, \quad B^\alpha = \overset{(1)}{h}{}^{\alpha\beta} \overset{(0)}{H}_\beta.$$

Таким образом, по заданному распределению зарядов и токов в отсутствие гравитационных волн мы можем определить исходное невозмущенное поле; после этого, используя полученное решение, а также линейную по h_0 поправку к 4-вектору тока, из уравнения (6) находим величину вектор-потенциала в первом порядке теории возмущения, обусловленную воздействием гравитационных волн на систему. Из выражений (7) видно, что в первом приближении воздействие гравитационных волн на исходное электромагнитное поле аналогично введению тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей среды, зависящих как от координат, так и от времени.

В рассматриваемом нами случае взаимодействия плоской гравитационной волны (2) с электрическим полем покоящейся точечной частицы (1) имеем:

$$\mathbf{B} = 0, \; D^2 = \frac{\partial D^1}{\partial \varphi}, \quad D^3 = 0, \quad \overset{(1)}{j}{}^i = 0,$$

$$D^1 = \frac{E_0}{r^2} \Theta(r - r_0) e^{i(kz - \omega t)} [\cos\varphi \cos 2\beta + i \sin\varphi \sin 2\beta] \sin\theta. \tag{8}$$

Будем считать далее, что ко всем величинам в формулах (2), (8) добавлены комплексно-сопряженные, так что все они являются вещественными.

Источники поля в выражении (8) заданы во всем пространстве, поэтому, записав решение уравнений (6) в виде запаздывающих потенциалов, произведем точный учет запаздывания. Так как источники поля (8) в этом случае разлагаются в ряд по сферическим функциям первого рода с бесконечным числом членов, то и решение (6) получим в виде ряда с бесконечным числом членов:

$$\overset{(1)}{a}_1 = A_0 [\cos\varphi \cos 2\beta + i \sin\varphi \sin 2\beta] A \exp(-i\omega t),$$

$$A = \sum_{n=1}^{\infty} i^n (2n+1) P_n^1(x) A_n(\xi), \quad \overset{(1)}{a}_2 = \frac{\partial \overset{(1)}{a}_1}{\partial\varphi}, \quad \overset{(1)}{a}_3 = 0, \tag{9}$$

где

$$x = \cos\theta, \ \xi = kr, \ A_0 = -\frac{E_0 k}{2} \pi \sqrt{\frac{\pi}{2}},$$

$$A_n(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\xi}} \left\{ i J_{n+1/2}(\xi) \int_{kr_0}^{\infty} \frac{du}{u^2} J^2_{n+1/2}(u) + \right.$$

$$\left. + (-1)^n \left[J_{-(n+1/2)}(\xi) \int_{kr_0}^{kr} \frac{du}{u^2} J^2_{n+1/2}(u) + J_{n+1/2}(\xi) \int_{\xi}^{\infty} \frac{du}{u^2} J_{n+1/2}(u) J_{-(n+1/2)}(u) \right] \right\}. \tag{10}$$

Скалярный потенциал Ф удобнее находить из калибровки Лоренца:

$$\Phi = -\frac{i}{k} \operatorname{div} \mathbf{a}.$$

Так как суммирование в выражении (9) начинается с $n=1$, то, исследуя (10), можно установить, что величина r_0 существенно влияет на величину $A_n(\xi)$ только при $r \sim r_0$; если расстояние от частицы до точки наблюдения значительно больше r_0, то можно считать $r_0=0$, так как в этом случае мы пренебрегаем в выражении для $A_n(\xi)$ величиной, которая существенно меньше сохраняемой. В дальнейшем будем исследовать поле в области, для которой $\varepsilon \gg 1$. С учетом всего этого получим

$$A_n(\xi) = \frac{i J_{n+1/2}(\xi)}{\pi n(n+1)\sqrt{\xi}} + \frac{(n+1) J_{n-1/2}(\xi) - n J_{n+3/2}(\xi)}{\pi n(n+1)(2n+1)\sqrt{\xi}}. \tag{11}$$

Легко убедиться, что величина $A_n(\xi)$ удовлетворяет условию излучения Зоммерфельда, что обеспечивает единственность решения уравнений (6) в неограниченном пространстве. Подставляя (11) в выражение (9), приведем его к виду

$$A = \frac{1}{\pi} \left\{ iF + \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{F}{\xi} \right\}, \quad F = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n (2n+1)}{n(n+1)} \frac{J_{n+1/2}(\xi)}{\sqrt{\xi}} P_n^1(x).$$

Используя разложение Бэйтмена и обобщая второй определенный интеграл Сонина [5], получим

$$F = -\frac{i\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}\sqrt{1-x^2}\,\xi} \{\exp(i\xi x) - \cos\xi - ix \sin\xi\}.$$

Таким образом, имеем окончательно

$$A=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\frac{(1+x)}{\pi\xi\sqrt{1-x^2}}\{\exp(i\xi x)-\exp(i\xi)\}.$$

В результате для напряженностей полей возникшей электромагнитной волны имеем

$$E_\varphi=\frac{ih_0E_0k^2(1+x)}{2\xi\sqrt{1-x^2}}[\sin 2\varphi\cos 2\beta-i\cos 2\varphi\sin 2\beta][\exp(i\xi x)-$$

$$-\exp(i\xi)]\exp(-i\omega t),$$

$$H_\theta=-\frac{ih_0E_0k^2(1+x)}{2\xi\sqrt{1-x^2}}[\sin 2\varphi\cos 2\beta-i\cos 2\varphi\sin 2\beta][x\exp(i\xi x)-$$

$$-\exp(i\xi)]\exp(-i\omega t),$$

$$H_\varphi=\frac{x}{2}\frac{\partial H_\theta}{\partial\varphi},\quad E_\theta=-\frac{x}{2}\frac{\partial E_\varphi}{\partial\varphi}.$$

После усреднения по времени интенсивность излучения электромагнитных волн в элемент телесного угла имеет вид

$$\frac{dI}{d\Omega}=\frac{ch_0^2E_0^2k^2}{32\pi}[1-\cos\xi(1-x)]\left[\frac{(1+x)^2(1+x^2)}{1-x}-(1+x)^3\cos 4\varphi\cos 4\beta\right]. \tag{12}$$

Окружим частицу сферической поверхностью радиуса $R\gg r_0$. Подсчитаем поток вектора Умова — Пойнтинга через эту поверхность. Если в полученном выражении оставить только главный член по обратным степеням R, то получим, что в единицу времени через сферу радиуса R проходит энергия

$$I=\frac{1}{4}ch_0^2E_0^2k^2\ln 2kR, \tag{13}$$

причем через заднюю (по отношению к направлению волны) полусферу проходит энергия

$$I=\frac{1}{4}ch_0^2E_0^2k^2\ln 2.$$

Рассмотрим теперь взаимодействие плоской гравитационной волны (2) с электрическим полем заряженной частицы при наличии вещества. При этом будем считать, что плотность вещества крайне мала и поэтому величина показателя преломления среды n близка к единице: $n=1+\delta$, $\delta\ll 1$. Для решения уравнений (6) удобно считать, что вектор $\mathbf{D}$ отличен от нуля только в шаре радиуса L с центром в начале координат, а вне шара $\mathbf{D}\equiv 0$, и лишь после решения этой вспомогательной задачи устремим L к бесконечности. Тогда в волновой зоне напряженности полей будут иметь вид

$$E_\varphi=\frac{-ikh_0E_0\sin\theta}{r(1+n^2-2n\cos\theta)}\gamma\exp\{-i(\omega t-kr)\}[\cos 2\beta\sin 2\varphi-i\sin 2\beta\cos 2\varphi],$$

$$E_r=H_r=0,\quad H_\theta=-E_\varphi,\quad H_\varphi=-E_\theta=-\frac{\cos\theta}{2}\frac{\partial E_\varphi}{\partial\varphi},$$

где

$$k=\frac{\omega n}{c},\quad \gamma=1-\frac{\sin kLa}{kLa},\quad a=\sqrt{1+n^2-2n\cos\theta}.$$

Для интенсивности излучения в элемент телесного угла получим, после усреднения по времени, следующее выражение:

$$\frac{dI}{d\Omega} = \frac{\omega^2 n^3 h_0^2 E_0^2}{8\pi c a^2} \sin^2\theta \cdot [1 + \cos^2\theta - \sin^2\theta \cos 4\varphi \cos 4\beta]\,\gamma^2.$$

Для полной интенсивности излучения электромагнитной волны имеем

$$I = \frac{\omega^2 n^3 h_0^2 E_0^2}{4c} \left\{ F\left(\frac{k(1+n)^2}{2n} L\right) - F\left(\frac{k(1-n)^2}{2n} L\right)\right\}, \tag{14}$$

где

$$F(x) = \frac{[16n^4 - (1+n^2)^4]\,L}{64n^6} \left\{ \frac{\cos x}{x} + \frac{\sin x}{x^2} - \frac{1}{x} - \frac{1}{6x^3}(1-\cos 2x) - \right.$$

$$\left. - \frac{\sin 2x}{6x^2} - \frac{\cos 2x}{3x} \right\} + \frac{(1+n^2)^3}{8n^5} \left\{ \ln x - 2\,\mathrm{ci}(x) + \mathrm{ci}(2x) + \frac{2\sin x}{x} - \right.$$

$$\left. - \frac{\sin 2x}{2x} - \frac{1}{4x^2}(1-\cos 2x) \right\}.$$

Таким образом, при $n > 1$ и $L \to \infty$ получим

$$I \simeq \frac{\omega^2 h_0^2 E_0^2 (1+n^2)^3}{16n^2 c} \ln\left|\frac{1+n}{n-1}\right|.$$

Если же считать $n=1$, то выражение (14) примет вид

$$I = \frac{1}{4c}\,\omega^2 h_0^2 E_0^2 \ln 2kL.$$

Легко убедиться, что это выражение совпадает с ранее полученным выражением (13) для полной интенсивности излучения в случае взаимодействия в вакууме. Таким образом, в случае взаимодействия плоской гравитационной волны с полем заряженной частицы полученные выражения полей **E** и **H** электромагнитной волны, возникающей в результате взаимодействия, при $\xi \gg 1$ конечны при любых значениях углов θ и φ. Интенсивность излучения в элемент телесного угла (12) также конечна при всех значениях углов θ и φ. При $\theta=0$ $dI/d\Omega=0$, при $\theta=\sqrt{\pi/\xi}$ она максимальна и при дальнейшем возрастании угла θ имеет ряд максимумов, причем значения этих максимумов убывают с ростом угла θ. Все максимумы разделены нулевыми минимумами. Из формулы (13) следует, что в случае взаимодействия плоской волны (2) с полем (1) в вакууме через сферу радиуса R в единицу времени проходит энергия рожденной электромагнитной волны, пропорциональная $\ln 2kR$, следовательно, полная интенсивность излучения электромагнитных волн бесконечна, а поэтому бесконечно и полное сечение процесса взаимодействия. Однако этот результат является следствием чрезмерно идеализированной постановки задачи. Полная интенсивность излучения электромагнитных волн, а следовательно, и сечение взаимодействия становятся конечными величинами при введении показателя преломления среды, который нарушает когерентный рост потока энергии электромагнитных волн в результате взаимодействия плоской гравитационной волны (2) с кулоновским полем частицы (1). Совершенно аналогичное влияние оказывает и экранирующее воздействие полей других частиц [6]. Поэтому при оценке эффективности процесса взаимодействия плоской гравитационной волны с кулоновским полем частицы необходимо очень тщательно учитывать все факторы, которые нарушают идеализированную постановку задачи в вакууме (наличие показателя преломления вещества $n \neq 1$, экранирующее влияние зарядов других частиц и т. д.), которые нарушат когерентный рост потока и обеспечат конечность его величины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Дубрович В. К. Сообщения САО, 1972, № 6, с. 27. [2] Брагинский В. Б. и др. ЖЭТФ, 1973, 65, № 5, с. 1729. [3] Денисов В. И., Логунов А. А. ЭЧАЯ, 1982, 13, № 4, с. 757. [4] Григорьев В. И. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон., 1982, 23, № 3, с. 34. [5] Ватсон Г. Н. Теория бесселевых функций. М.: ИЛ, 1949. [6] Денисов В. И. Изв. вузов. Физика, 1978, № 1, с. 137.

Поступила в редакцию
31.10.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 4

УДК 533.932

ДИНАМИКА ПОПЕРЕЧНОГО КАТАФОРЕЗА В НЕ—ХЕ СМЕСИ В УСЛОВИЯХ ИМПУЛЬСНОЙ МОДУЛЯЦИИ РАЗРЯДНОГО ТОКА

А. М. Девятов, В. М. Шибков, Л. В. Шибкова

(кафедра электроники)

Для оптимизации работы существующих газоразрядных устройств и целенаправленной разработки и конструирования новых приборов, использующих в качестве рабочего вещества смесь газов, необходимо всестороннее изучение физических процессов, протекающих в плазме разряда в этих смесях. Одной из особенностей такой плазмы является разделение компонент смеси в продольном и радиальном направлениях [1]. Это явление существенно снижает коэффициент полезного действия приборов, работающих на смесях газов. Следует отметить, что явление продольного разделения довольно подробно изучено [2—5], тогда как экспериментальных данных о радиальном разделении и особенно о динамике этого процесса в настоящее время практически нет.

В качестве объекта исследования была выбрана смесь инертных газов гелия и ксенона, которая характеризуется высокой степенью разделения компонент смеси (из-за большого различия потенциалов ионизации). Зависимость уровня радиального разделения компонент смеси в положительном столбе разряда постоянного тока подробно исследована нами в работе [6]. В настоящей работе изучается динамика установления распределения плотности примеси по сечению разрядной трубки. К поперечному градиенту концентрации атомов примеси могут приводить такие механизмы [7, 8], как «ионный ветер»; передача кинетической энергии, которую приобретают ионы в радиальном электрическом поле, атомам газа; термодиффузия. Однако оценки показывают, что в условиях эксперимента радиальное разделение за счет этих процессов пренебрежимо мало по сравнению с наблюдаемым. Если же рассчитать степень поперечного перераспределения компонент смеси в предположении, что механизмом разделения является радиальный катафорез, то согласование расчетной и измеренной величин [6] оказывается удовлетворительным.

Радиальный ход концентрации атомов ксенона в основном состоянии определялся по измеренным методом [6] поперечным распределениям интенсивностей линий гелия и ксенона в разрядной трубке диа-