Phys. Rev. A, 1982, 25, p. 3195. [9] Ахманов С. А., Коротеев Н. И. Методы нелинейной оптики в спектроскопии рассеяния света. М.: Наука, 1981. [10] Никитин С. Ю. Канд. дис. Физ. фак. МГУ, 1983. [11] Дьяков Ю. Е. Письма в ЖЭТФ, 1983, 37, с. 14. [12] Дьяков Ю. Е. и др. ЖЭТФ, 1983, 84, с. 2013. [13] Roy R. et al. Chem. Phys. Lett., 1982, 93, p. 603. [14] Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981. [15] Wilson-Gordon A. D., Friedman H. Chem. Phys. Lett., 1982, 89, p. 273.

Поступила в редакцию
09.11.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 5

УДК 530.12:531.51

УРАВНЕНИЕ ДИРАКА В 5- И 6-МЕРНЫХ ИСКРИВЛЕННЫХ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ МНОГООБРАЗИЯХ

Ю. С. Владимиров, А. Д. Попов

(кафедра теоретической физики)

В развиваемой нами программе построения единой многомерной теории гравитации, электромагнетизма и электрически заряженной материи [1, 2] существенным оказался переход от 5-мерных вариантов к 6-мерной теории, обладающей сигнатурой $(+-----+)$. Ранее нами уже отмечался ряд факторов, диктующих этот переход [1, 3]. В частности, ими являются: необходимость перенормировки масс, устранение фундаментального скалярного поля из уравнений движения, соображения 6-оптики, рассмотрение 15-параметрической группы конформных преобразований и др. В своих предыдущих работах мы ограничивались рассмотрением скалярной заряженной материи, что можно понимать как предварительное, грубое описание реальности. Следующим необходимым этапом является изучение уравнений спинорных частиц в многомерном (с $n>4$) искривленном пространственно-временном многообразии. В данной работе показано, что анализ многомерных уравнений Дирака, во-первых, усиливает старые доводы в пользу перехода к 6-мерному многообразию с указанной сигнатурой и, во-вторых, выявляет ряд новых факторов.

1. Прежде всего напомним характерные черты теории фермионов в 4-мерном искривленном пространстве-времени. Уравнения Дирака в пространстве-времени общей теории относительности можно записать по меньшей мере с помощью двух методов.

В первом методе используется *тетрадный формализм*, когда рассматриваются волновые функции ψ как компоненты биспинора в касательном (локальном) пространстве-времени Минковского. В этом случае уравнения Дирака имеют вид [4]

$$\left(-i\gamma^{\mu}\frac{\partial}{\partial x^{\mu}}+\frac{e}{\hbar c}A_{\mu}\gamma^{\mu}+\frac{i}{4}\Delta_{\mu\nu\sigma}\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma^{\sigma}+\frac{mc}{\hbar}\right)\psi=0, \qquad (1)$$

где $\gamma^{\mu}=g^{\mu}(\alpha)\gamma(\alpha)$, $g^{\mu}(\alpha)$ — компоненты тетрады, $\Delta_{\mu\nu\sigma}$ — коэффициенты вращения Риччи, m — наблюдаемая масса покоя частиц; греческие индексы принимают значения: 0, 1, 2, 3. Здесь $\gamma(\alpha)$ — известные постоянные матрицы Дирака, удовлетворяющие соотношению $\gamma(\alpha)\gamma(\beta)+\gamma(\beta)\gamma(\alpha)=2g(\alpha\beta)I_4$, $g(\alpha\beta)$ — метрический тензор пространства-времени Минковского, I_4 — единичная 4-рядная матрица.

Другой метод состоит в использовании *γ-матричной формулировки* общей теории относительности [5]. Это означает, что в качестве пере-

менных гравитационного поля выбираются дираковские матрицы γ_μ, зависящие от координат и связанные с метрическим тензором $g_{\mu\nu}$ искривленного пространства-времени соотношением

$$\gamma_\mu\gamma_\nu+\gamma_\nu\gamma_\mu=2g_{\mu\nu}I_4. \tag{2}$$

Величины γ_μ при координатных преобразованиях ведут себя как компоненты 4-вектора. В этом случае уравнения Дирака записываются в виде

$$\left\{-i\gamma^\mu\frac{\partial}{\partial x^\mu}+\frac{e}{\hbar c}A_\mu\gamma^\mu-\frac{i}{2}\gamma^\mu_{;\mu}-\frac{i}{8}(\gamma^\mu\gamma_{\mu;\nu}\gamma^\nu-\gamma^\nu\gamma_{\mu;\nu}\gamma^\mu)+\frac{mc}{\hbar}\right\}\psi=0. \tag{3}$$

Здесь $\gamma_{\mu;\nu}$ — ковариантная производная от вектора γ_μ. Легко показать, что уравнения (1) и (3) эквивалентны.

2. В 5-мерной теории достаточно использовать тот же самый набор γ-матриц Дирака. К четырем матрицам $\gamma(\alpha)$ следует добавить матрицу $\gamma(5)=\gamma(0)\gamma(1)\gamma(2)\gamma(3)$. Известно, что эти 5 матриц образуют полный антикоммутирующий набор: $\gamma(A)\gamma(B)+\gamma(B)\gamma(A)=2{}^5G(AB)I_4$, где ${}^5G(AB)$ — метрический тензор плоского 5-мерного многообразия с сигнатурой $(+----)$. Индексы A, B, ... принимают значения 0, 1, 2, 3, 5. В этом смысле можно сказать, что в 4-мерной теории использовался неполный набор γ-матриц [6].

При переходе к 5-мерному *искривленному* многообразию ограничимся случаями, когда ${}^5G_{AB}$ не зависит от x^5 (условие цилиндричности по x^5), тогда как Ψ зависит от x^5. Для перехода к стандартным обозначениям 4-мерной теории необходимо произвести несколько процедур [1]: 1) монадным методом осуществить 1+4 расщепление 5-мерного многообразия, тогда ${}^5G_{AB}=-\tilde{\lambda}_A\tilde{\lambda}_B+\tilde{g}_{AB}$, где $\tilde{\lambda}_A$ — пространственно-подобная монада, удовлетворяющая соотношениям: $\tilde{\lambda}_A\tilde{\lambda}^A=-1$, $\tilde{\lambda}^A\tilde{g}_{AB}=0$; $\tilde{g}_{AB}$ — 4-мерный метрический тензор; 2) сделать конформное преобразование ${}^5G_{AB}=\varphi^2\overset{*}{G}_{AB}$, где $\varphi^2=-{}^5G_{55}$, тогда $\tilde{\lambda}_A=\varphi\lambda_A$, $\tilde{g}_{AB}=\varphi^2g_{AB}$; 3) в специальной калибровке (соответствующей в 4-мерии хронометрической) произвести физическое отождествление 5-мерных геометрических и физических величин:

$$g_{\mu\nu}=-\frac{1}{{}^5G_{55}}\left({}^5G_{\mu\nu}-\frac{{}^5G_{5\mu}\,{}^5G_{5\nu}}{{}^5G_{55}}\right);\quad A_\mu=\frac{c^2}{2\sqrt{k}\,\varphi^2}\,{}^5G_{5\mu};\quad F_{\mu\nu}=\frac{\partial A_\nu}{\partial x^\mu}-\frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu}, \tag{4}$$

где $g_{\mu\nu}$ — физическая 4-мерная метрика, A_μ — векторный потенциал, $F_{\mu\nu}$ — тензор напряженности электромагнитного поля, φ будет пониматься как фундаментальное безмассовое скалярное поле.

В *γ-матричной формулировке* 5-мерной теории искривленного пространственно-временного многообразия основными переменными становятся компоненты матриц $\tilde{\gamma}_A$, удовлетворяющие соотношениям

$$\tilde{\gamma}_A\tilde{\gamma}_B+\tilde{\gamma}_B\tilde{\gamma}_A=2\,{}^5G_{AB}I_4. \tag{5}$$

Компонентам 5-вектора $\tilde{\gamma}_A$ можно монадным методом сопоставить скаляр и 4-мерные γ-матрицы:

$$\gamma=\tilde{\gamma}_A\tilde{\lambda}^A=\frac{1}{\varphi}\tilde{\gamma}_5;\quad \gamma_\mu=\frac{1}{\varphi}\tilde{\gamma}_Ag^A_\mu=\frac{1}{\varphi}\tilde{\gamma}_\mu+\frac{2\sqrt{k}}{c^2}A_\mu\gamma. \tag{6}$$

Легко показать, что из (5) при учете (4) следуют соотношения (2) и $\gamma\gamma_\mu+\gamma_\mu\gamma=0$, $\gamma^2=-1$.

5-мерные уравнения Дирака следует записать по аналогии с (3):

$$\left\{-i\tilde{\gamma}^A\frac{\partial}{\partial x^A}-\frac{i}{2}\tilde{\gamma}^A_{;A}-\frac{i}{8}(\tilde{\gamma}^A\tilde{\gamma}_{B;A}\tilde{\gamma}^B-\tilde{\gamma}^B\tilde{\gamma}_{B;A}\tilde{\gamma}^A)+\frac{\tilde{m}c}{\hbar}\right\}\tilde{\tilde{\Psi}}=0, \quad (7)$$

где $\tilde{\gamma}_{B;A}$ — ковариантная производная от $\tilde{\gamma}_B$ относительно 5-мерных символов Кристоффеля; $\tilde{m}$ — «затравочная» масса, β — некоторая матрица. Произведя вышеперечисленные процедуры, используя (6) и конформно перенормируя $\tilde{\tilde{\psi}}=\tilde{\psi}/\varphi^2$, эти уравнения можно привести к виду

$$\left\{-i\gamma^\mu\frac{\partial}{\partial x^\mu}-i\frac{2\sqrt{k}}{c^2}A_\mu\gamma^\mu\frac{\partial}{\partial x^5}-\frac{i}{2}\gamma^\mu_{;\mu}-\frac{i}{8}(\gamma^\mu\gamma_{\mu;\nu}\gamma^\nu-\gamma^\nu\gamma_{\mu;\nu}\gamma^\mu)-\right.$$

$$\left.-\frac{i\sqrt{k}}{4c^2}F_{\mu\nu}\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma+i\gamma\frac{\partial}{\partial x^5}+\beta\varphi\frac{\tilde{m}c}{\hbar}\right\}\tilde{\Psi}=0, \quad (8)$$

где $\gamma_{\mu;\nu}$ означает ковариантную производную от γ_μ по 4-мерным символам Кристоффеля.

Это уравнение можно получить и в *пентадной формулировке* 5-мерной теории. В последнем случае следует ввести ортонормированную пентаду $G_A(B)$. Переменные матрицы $\tilde{\gamma}_B$ связаны с постоянными матрицами $\gamma(A)$ соотношением $\gamma(A)=\tilde{\gamma}_B G^B(A)$.

Не углубляясь в обсуждение более глубоких вопросов зависимости величин от дополнительной координаты, постулируем $\tilde{\Psi}$ в виде

$$\tilde{\Psi}=\tilde{\psi}(x^\mu)\exp\left(\frac{iec}{2\sqrt{k}\hbar}x^5\right), \quad (9)$$

тогда уравнение Дирака (8) представляется в форме

$$\left\{-i\gamma^\mu\frac{\partial}{\partial x^\mu}+\frac{e}{\hbar c}A_\mu\gamma^\mu+\frac{i}{4}\Delta_{\mu\nu\sigma}\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\sigma-\frac{i\sqrt{k}}{4c^2}F_{\mu\nu}\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{ec}{2\sqrt{k}\hbar}\gamma+\beta\varphi\frac{\tilde{m}c}{\hbar}\right)\right\}\tilde{\psi}=0, \quad (10)$$

что обобщает уравнение (3).

Рассмотрим два частных случая: а) $\beta=1$ и б) $\beta=-\gamma$. В обоих случаях массовая матрица в (10) не является диагональной. Однако ее можно диагонализовать преобразованием спинора $\tilde{\psi}=S\tilde{\psi}=\exp(\Phi\gamma(5))\psi$, где Φ подбирается так, чтобы коэффициент перед недиагональной частью обратился в нуль [7].

а) При $\beta=1$ массовый член приводится к диагональному виду при $\operatorname{tg}2\Phi_a=-e/2\sqrt{k}m_a\varphi$. После такого преобразования уравнение (10) записывается в форме

$$\left\{-i\gamma^\mu\frac{\partial}{\partial x^\mu}+\frac{e}{\hbar c}A_\mu\gamma^\mu+\frac{i}{4}\Delta_{\mu\nu\sigma}\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\sigma-\right.$$

$$\left.-\frac{i\sqrt{k}}{4c^2}F_{\mu\nu}\frac{\varphi\tilde{m}+\gamma(5)\,e/(2\sqrt{k})}{m}\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma(5)+\frac{cm}{\hbar}\right\}\psi_1=0. \quad (11)$$

Здесь итоговая масса $m=\sqrt{e^2/(4k)+\tilde{m}_a^2\varphi^2}$ слагается из двух частей: вклада от электрического заряда $m_0=e/(2\sqrt{k})$ и «затравочной» массы $\tilde{m}_a$. Первый вклад чрезвычайно велик по сравнению с наблюдаемой массой электрона ($e/(2\sqrt{k})\sim10^{-5}$ г), поэтому для согласования (11)

с уравнением Дирака для электрона необходимо положить «затравочную» массу мнимой и имеющей тот же порядок, что и m_0. Заметим, что аналогичная ситуация имела место и при выборе знака перед затравочным массовым членом в 5-мерном уравнении Клейна—Фока [1, с. 224].

В уравнении (11) возникло дополнительное слагаемое (сумма скаляра и псевдоскаляра), описывающее взаимодействие частиц с электромагнитным полем через аномальный магнитный момент (АММ). Характерно то, что при наблюдаемом значении массы m АММ очень велик — порядка $e/(mc^2)$ — значительно больше экспериментально наблюдаемых АММ реальных частиц.

б) При $\beta=-\gamma$ диагонализация достигается при $\Phi_б=-\pi/4$. В этом случае уравнение (10) принимает вид

$$\left\{-i\gamma^\mu\frac{\partial}{\partial x^\mu}+\frac{e}{\hbar c}A_\mu\gamma^\mu+\frac{i}{4}\Delta_{\mu\nu\sigma}\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\sigma-\right.$$
$$\left.-\frac{i\sqrt{k}}{4c^2}F_{\mu\nu}\gamma^\mu\gamma^\nu+\frac{cm}{\hbar}\right\}\psi_2=0. \qquad (12)$$

Здесь также наблюдаемая масса $m=e/(2\sqrt{k})-\tilde{m}_б\varphi$ определяется разностью «электромагнитной массы» m_0 и «затравочной» массы $\tilde{m}_б$. В дополнительном слагаемом (члене Фирца—Паули) АММ имеет величину $(e/(mc^2))(m/m_0)\sim(e/(mc^2))\cdot 10^{-23}$, на несколько порядков меньшую экспериментальной верхней границы АММ протона и электрона, т. е. не противоречит наблюдаемым данным. Важно отметить также, что этот член приводит к нарушению CP-инвариантности. С другой стороны, известно, что при учете взаимодействия Фирца—Паули нельзя применять теорию возмущений в силу неперенормируемости взаимодействий через АММ. В работе Барута [8] приводится ряд доводов в пользу учета члена с АММ, вводимого им на основе иных соображений.

Соответственно этим двум возможностям частицы, описываемые уравнением (12), можно назвать обычными, а уравнением (11) — экзотическими, как это предлагает Кадышевский [9]. Заметим, что в развиваемой им теории возникают частицы аналогичных двух типов.

3. В 6-мерном плоском пространственно-временном многообразии необходимо иметь 6 матриц $\Gamma(N)$, удовлетворяющих соотношениям $\Gamma(M)\Gamma(N)+\Gamma(N)\Gamma(M)=2^6G(MN)I_8$, где ${}^6G(MN)$ — 6-мерный метрический тензор плоского многообразия с сигнатурой $(+-----+)$; индексы M, N принимают значения: 0, 1, 2, 3, 5, 6. Как известно, матрицы $\gamma(\mu)$ и $\Gamma(M)$ являются образующими алгебр Клиффорда соответственно $C(1,3)\otimes\mathbf{C}$ и $C(2,4)\otimes\mathbf{C}$, причем алгебра $C(2,4)\otimes\mathbf{C}$ представляется в виде произведения алгебр $C(1,3)\otimes\mathbf{C}$ и $C(1,1)$ [10]. Выберем в качестве используемых здесь образующих алгебры $C(2,4)\otimes\mathbf{C}$ матрицы:

$$\Gamma(\mu)=\begin{pmatrix}0 & \gamma(\mu)\\ \gamma(\mu) & 0\end{pmatrix};\ \Gamma(5)=\begin{pmatrix}0 & -I_4\\ I_4 & 0\end{pmatrix};\ \Gamma(6)=-i\begin{pmatrix}0 & \gamma(5)\\ \gamma(5) & 0\end{pmatrix}. \qquad (13)$$

Следовательно, матрицы $\Gamma(N)$ являются 8-рядными, а волновая функция Ψ в таком многообразии должна иметь 8 компонент.

В *искривленном* 6-мерном многообразии имеем

$$\tilde{\Gamma}_M\tilde{\Gamma}_N+\tilde{\Gamma}_N\tilde{\Gamma}_M=2\,{}^6G_{MN}I_8, \qquad (14)$$

где ${}^6G_{MN}$ — 6-мерная риманова метрика. В согласии с изложенным

в [1, с. 249] выберем ${}^6G_{MN}$ в виде ${}^6G_{MN} = \begin{pmatrix} {}^5G_{AB} & 0 \\ 0 & \varphi^2 \end{pmatrix}$, где ${}^5G_{AB}$ — 5-мерная метрика, использованная в предыдущем разделе. Предположим также, что все компоненты ${}^6G_{MN}$ не зависят от координат x^5 и x^6 (условие цилиндричности по x^5 и x^6).

Уравнение Дирака следует записывать в виде

$$\left\{-i\tilde{\Gamma}^N \frac{\partial}{\partial x^N} - \frac{i}{2}\tilde{\Gamma}^N_{;N} - \frac{i}{8}\left(\tilde{\Gamma}^M \tilde{\Gamma}_{N;M} \tilde{\Gamma}^N - \tilde{\Gamma}^N \tilde{\Gamma}_{N;M} \tilde{\Gamma}^M\right) + \tilde{\beta}\tilde{m}\right\} \tilde{\Psi} = 0, \quad (15)$$

где $\tilde{\Gamma}_{N;M}$ — ковариантная производная от $\tilde{\Gamma}_N$ относительно 6-мерных символов Кристоффеля, остальные обозначения прежние.

Для перехода к 4-мерной записи уравнения (15) следует произвести те же процедуры, что были указаны в предыдущем разделе, лишь с тем отличием, что теперь используется диадный формализм, т. е. операция 1+1+4-расщепления, когда метрический тензор представляется в виде ${}^6G_{MN} = -\tilde{\lambda}_M \tilde{\lambda}_N + \tilde{\sigma}_M \tilde{\sigma}_N + \tilde{g}_{MN}$, причем $\tilde{\lambda}_M \tilde{\sigma}^M = 0$, $\tilde{\sigma}_M \tilde{\sigma}^M = 1$. Кроме того, необходимо произвести конформную перенормировку волновой функции $\tilde{\Psi} = \varphi^{-5/2}\tilde{\Psi}$. В итоге (15) приводится к виду

$$\left\{-i\Gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} - i\frac{2\sqrt{k}}{c^2} A_\mu \Gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^5} + \frac{i}{4}\Delta_{\mu\nu\sigma}\Gamma^\mu\Gamma^\nu\Gamma^\sigma - \right.$$

$$\left. - i\frac{\sqrt{k}}{4c^2} F_{\mu\nu}\Gamma^\mu\Gamma^\nu\Gamma(5) + i\Gamma(6)\frac{\partial}{\partial x^6} - i\tilde{\beta}\tilde{m}\varphi\right\}\tilde{\Psi} = 0, \quad (16)$$

где

$$\Gamma_\mu = \frac{1}{\varphi}\tilde{\Gamma}_M g^M_\mu = \frac{1}{\varphi}\tilde{\Gamma}_\mu + \frac{2\sqrt{k}}{c^2} A_\mu \Gamma(5); \quad \Gamma(5) = \tilde{\Gamma}_N \tilde{\lambda}^N; \quad \Gamma(6) = \tilde{\Gamma}_N \tilde{\sigma}^N. \quad (17)$$

Ограничимся случаем, когда матрица $\tilde{\beta}$ имеет вид $\tilde{\beta} = \begin{pmatrix} 0 & I_4 \\ I_4 & 0 \end{pmatrix}$. Представляя 8-компонентную функцию $\tilde{\Psi}$ в виде двух 4-компонентных функций $\tilde{\Psi} = \begin{pmatrix} \tilde{\Psi}_1 \\ \tilde{\Psi}_2 \end{pmatrix}$ и используя (13), уравнение (16) можно записать в виде двух независимых 4-рядных уравнений:

$$i\left\{-\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} - \frac{2\sqrt{k}}{c^2} A_\mu \gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^5} + \frac{1}{4}\Delta_{\mu\nu\sigma}\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\sigma - \frac{\sqrt{k}}{4c^2} F_{\mu\nu}\gamma^\mu\gamma^\nu + \right.$$

$$\left. + I_4 \frac{\partial}{\partial x^5} - i\gamma(5)\frac{\partial}{\partial x^6} - i\tilde{m}\varphi\right\}\tilde{\Psi}_1 = 0; \quad (18)$$

$$i\left\{-\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} - \frac{2\sqrt{k}}{c^2} A_\mu \gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^5} + \frac{1}{4}\Delta_{\mu\nu\sigma}\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\sigma + \frac{\sqrt{k}}{4c^2} F_{\mu\nu}\gamma^\mu\gamma^\nu - \right.$$

$$\left. - I_4 \frac{\partial}{\partial x^5} - i\gamma(5)\frac{\partial}{\partial x^6} - i\tilde{m}\varphi\right\}\tilde{\Psi}_2 = 0. \quad (19)$$

Постулируем циклическую зависимость $\tilde{\psi}$ от x^5 и x^6:

$$\tilde{\Psi}_1 = \tilde{\psi}_1(x^\mu)\exp\left(i\frac{ec}{2\sqrt{k}\hbar}x^5 + i\mu_1 x^6\right); \quad \tilde{\Psi}_2 = \tilde{\psi}_2(x^\mu)\exp\left(i\frac{ec}{2\sqrt{k}\hbar}x^5 + i\mu_2 x^6\right). \quad (20)$$

(Более общие случаи здесь обсуждать не будем.) После подстановки этих выражений в (18) и (19) получаем уравнения, аналогичные (10)

с массовыми матрицами

$$\tilde{M}_1 = m_0 + \tilde{m}\varphi + i\gamma(5)\mu_1; \quad \tilde{M}_2 = -(m_0 - \tilde{m}\varphi) + i\gamma(5)\mu_2.$$

Изменим четность спинора $\tilde{\psi}_2$, перейдя к $\tilde{\psi}_2' = \gamma(5)\tilde{\psi}_2$, при этом $\tilde{M}_2' = -\tilde{M}_2$. Проведем независимую диагонализацию массовых матриц $\tilde{M}_1$ и $\tilde{M}_2'$, производя киральные преобразования $\tilde{\psi}_1 = \psi_1 \exp(i\Phi_1\gamma(5))$ и $\tilde{\psi}_2' = \psi_2 \exp(i\Phi_2\gamma(5))$. Диагонализация имеет место при $\operatorname{th} 2\Phi_1 = -\mu_1/m_0 + \tilde{m}\varphi$, $\operatorname{th} 2\Phi_2 = \mu_2/m_0 - \tilde{m}\varphi$, при этом соответственно $m_1 = [(m_0 + \tilde{m}\varphi)^2 - \mu_1^2]^{1/2}$, $m_2 = [(m_0 - \tilde{m}\varphi)^2 - \mu_2^2]^{1/2}$. Потребуем равенство масс $m_1 = m_2$ спиноров ψ_1 и ψ_2. Это возможно в двух случаях.

1) Первый случай соответствует равной нулю «затравочной» массе, т. е. $\tilde{m} = 0$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu \to m_1 = m_2 = \sqrt{m_0^2 - \mu^2}$. Тогда уравнения (19) приобретают вид

$$\left\{ -i\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} + \frac{e}{\hbar c} A_\mu \gamma^\mu + \frac{i}{4} \Delta_{\mu\nu\sigma} \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\sigma - \right.$$

$$\left. - i \frac{\sqrt{k}}{4c^2} F_{\mu\nu} \frac{\gamma(5)\, e/(2\sqrt{k}) - i\mu\varphi}{m} \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma(5) + \frac{mc}{\hbar} \right\} \psi_{1,2} = 0. \qquad (21)$$

Здесь массы имеют наблюдаемые значения (например, для электрона), тогда как АММ имеют аномально большие значения порядка $e/(mc^2)$, т. е. оба спинора являются экзотическими.

2) Во втором случае $\tilde{m} \neq 0$, $\mu_2 = 0$, и уравнения (18)—(19) запишутся в виде

$$\left\{ -i\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} + \frac{e}{\hbar c} A_\mu \gamma^\mu + \frac{i}{4} \Delta_{\mu\nu\sigma} \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\sigma + \right.$$

$$\left. + \frac{e}{m} \left(\frac{m_0 + \tilde{m}\sigma}{8m_0} - i\gamma(5) \frac{\mu_1}{8m_0} \right) F_{\mu\nu} \gamma^\mu \gamma^\nu + \frac{mc}{\hbar} \right\} \psi_1 = 0; \qquad (22)$$

$$\left\{ -i\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} + \frac{e}{\hbar c} A_\mu \gamma^\mu + \frac{i}{4} \Delta_{\mu\nu\sigma} \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\sigma - i \frac{\sqrt{k}}{4c^2} F_{\mu\nu} \gamma^\mu \gamma^\nu + \frac{mc}{\hbar} \right\} \psi_2 = 0, \qquad (23)$$

т. е. 8-рядное уравнение (16) распадается на два 4-рядных уравнения для экзотического (ψ_1) и нормального (ψ_2) спиноров, которые представляют собой левую и правую компоненты спинора 6-мерной теории. Таким образом, данный случай 6-мерной теории объединяет в себе два частных случая 5-мерной теории, рассмотренной в предыдущем пункте, и соответствует двум возможностям теории, развиваемой Кадышевским [9].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Владимиров Ю. С. Системы отсчета в теории гравитации. М.: Энергоиздат, 1982. [2] Попов А. Д. В кн.: Исследования по классической и квантовой теории гравитации. Днепропетровск, 1983, с. 21. [3] Владимиров Ю. С., Козленков А. А. Изв. вузов. Физика, 1984, № 7, с. 65. [4] Фок В. А. В кн.: Альберт Эйнштейн и теория гравитации. М.: Мир, 1979, с. 415—433. [5] Мицкевич Н. В. Физические поля в общей теории относительности. М.: Наука, 1969, с. 136. [6] Salingaros N. J. Math. Phys., 1982, 23, p. 1. [7] Dereli T., Tucker R. W. Nucl. Phys., 1982, B 209, p. 217. [8] Barut A. O., Czech. J. Phys., 1982, B 32, p. 370. [9] Кадышевский В. Г. ЭЧАЯ, 1980, 11, № 1, с. 5. [10] Coquereaus R. Phys. Lett., 1982, 115 B, p. 389.

Поступила в редакцию
14.11.83