фили среднеквадратичных значений пульсаций продольной $\sqrt{\overline{u'^2}}$ и вертикальной $\sqrt{\overline{w'^2}}$ компонент скорости течения по данным [7]. Причем кривые 1 получены путем обработки без применения фильтра, а кривые 2 — с применением фильтра типа «скользящее среднее». Авторы [7] делают вывод о сохранении формы профилей величин $\sqrt{\overline{u'^2}}$ и $\sqrt{\overline{w'^2}}$. Тогда можно предположить, что функция $\tilde{w}_0(z)$ будет такой, как показано на рис. 3. Абсолютные величины можно оценить из данных [1]. Из наличия вблизи $z=h_я$ точки перегиба и максимума функции $\tilde{w}_0$ следует, что $\tilde{w}_1'''(h_я)<0$. Если предположить, что функция $\tilde{w}_0'''$ непрерывна вблизи дна, то вследствие существования ламинарного подслоя вблизи него можно положить $\tilde{w}_0'''(0)=0$. Тогда, проинтегрировав соотношение (7) по z от 0 до $h_я$, получим комплексное уравнение для ω и k, из которого следует

$$\omega=\frac{k\bar{u}(h_я)\tilde{w}_0'(h_я)-k\tilde{w}_0(h_я)\bar{u}'(h_я)-k^3\int\bar{u}\tilde{w}_0dz}{\tilde{w}_0'(h_я)+k^2\int\tilde{w}_0dz}. \tag{8}$$

Данные [1] позволяют предположить, что наблюдаемые когерентные образования устойчивы (т. е. ω и k действительные). Поэтому величину k можно оценить из соотношения

$$k^2=\tilde{w}_0'(h_я)/\int\tilde{w}_0dz. \tag{9}$$

Используя (8) и (9), получим $\omega=5\cdot10^{-3}$ рад/с. Таким образом, можно сделать вывод, что предположение о роли когерентных структур в формировании структуры верхней контактной зоны течения не противоречит результатам экспериментов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Самолюбов Б. И., Пыркин А. Ю. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон., 1982, 23, № 6, с. 32. [2] Великанов М. А. Русловой процесс. (Основы теории). М.: Физматгиз, 1958. [3] Пыркин Ю. Г., Петров В. П., Самолюбов Б. И. Гидротехн. строительство, 1977, № 4, с. 9. [4] Репик Е. У., Соседко Ю. П. Сб. тр. III Всесоюз. семинара по моделям механики сплошной среды. Л., 1975, с. 7. [5] Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. 1. М.: Наука, 1965 [6] Пыркин А. Ю. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон., 1984, 25, № 1, с. 90. [7] Пыркин Ю. Г., Кузнецов А. А. Деп. ВИНИТИ № 847-78. М., 1978.

Поступила в редакцию
14.12.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 5

УДК 550.388.2

ДИФФУЗИЯ ЛУЧА В «ЛИНЕЙНОМ» ИОНОСФЕРНОМ СЛОЕ

В. Д. Гусев, О. К. Власова

(кафедра общей физики и волновых процессов)

Возможность описания рассеяния луча с помощью уравнения Эйнштейна—Фоккера в среде в среднем однородной со случайными флуктуациями показателя преломления подробно рассмотрена в работе [1]. Развитая там методика применяется в настоящей работе для среды с регулярным градиентом показателя преломления. Решение такой задачи представляет интерес, например, для ионосферного распространения радиоволн. Ниже рассмотрен случай наклонного падения волны на слой.

В работе [2] решена задача о распространении луча в среде со случайными неоднородностями и регулярным градиентом при наклонном распространении, но используемое там уравнение Эйнштейна—Фоккера записывалось на основании аналогии процесса рассеяния луча с броуновским движением. Существует, однако, фактор, ограничивающий эту аналогию и состоящий в том, что случайная сила, вызывающая броуновское движение, является функцией времени с малым радиусом корреляции по t (δ-коррелированность случайной силы — необходимое условие того, что процесс марковский), а флуктуации показателя преломления, играющие роль случайной силы в процессе рассеяния луча, представляют собой случайное поле $\mu(\mathbf{r})$ и явно не зависят от длины дуги l, выполняющей роль времени в процессе рассеяния луча.

Таким образом, чтобы говорить о малом радиусе корреляции флуктуаций показателя преломления $\mu(\mathbf{r})$, необходимо в уравнениях луча перейти от длины дуги l к новой переменной, приближенно заменяющей l и являющейся одной из координат радиус-вектора [1]. Для этого достаточно, чтобы одна из координатных линий совпадала с невозмущенной траекторией луча. Поскольку при наклонном распространении невозмущенная траектория не является прямой в отличие от среды в среднем однородной, то система координат должна быть криволинейной.

Введем декартову систему координат $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$, направление оси $\bar{z}$ которой противоположно направлению регулярного градиента показателя преломления $n_p(\bar{z})$. Траектория луча, падающего на слой под углом ϑ^0, в среде без флуктуаций находится в плоскости ($\bar{y}$, $\bar{z}$) и определяется из уравнения [3]:

$$\frac{d\bar{z}}{d\bar{y}} = \frac{\sqrt{n_p(\bar{z}) - \sin^2\vartheta^0}}{\sin\vartheta^0}. \qquad (1)$$

Для интегрирования (1) надо знать зависимость $n_p(\bar{z})$, т. е. задать модель ионосферного слоя. Рассмотрим линейный слой, когда

$$\varepsilon_p(\bar{z}) = n_p^2(\bar{z}) = 1 - \bar{z}/z_0, \qquad (2)$$

z_0 характеризует размер слоя. Невозмущенная траектория луча является в этом случае параболой:

$$\bar{z}(\bar{y}) = -\frac{\bar{y}^2}{4z_0 s^{0^2}} + \bar{y}\,\mathrm{ctg}\,\vartheta^0, \quad s^0 = \sin\vartheta^0. \qquad (3)$$

Следуя предыдущим рассуждениям, введем систему координат параболического цилиндра [4] таким образом, чтобы одна из координатных линий описывала невозмущенную траекторию (3). Для этого рассмотрим новую декартову систему координат x, y, z, начало которой совпадает с фокусом параболы (3), т. е. связанную с первоначальной системой $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$ следующим соотношением:

$\mathbf{r} = \bar{\mathbf{r}} - \bar{\mathbf{r}}_ф$, где $\bar{\mathbf{r}}_ф\{0, 2z_0c^0s^0, z_0(c^{0^2} - s^{0^2})\}$, $c^0 = \cos\vartheta^0$.

В системе координат без черты уравнение невозмущенной траектории имеет вид

$$y^2/\tau_0^2 = -2z + \tau_0^2, \qquad (4)$$

где

$$\tau_0^2 = 2z_0 s^{0^2}.$$

Введем систему координат параболического цилиндра (x, τ, σ) так, что

$$x = x,\ \ y = \mp \sigma\tau,\ \ z = \frac{1}{2}(\tau^2 - \sigma^2). \tag{5}$$

Новые координатные поверхности представляют собой системы софокусных цилиндрических параболоидов с осью вдоль x:

$$y^2/\tau^2 = -2z + \tau^2,\ \ y^2/\sigma^2 = 2z + \sigma^2$$

и плоскостей $x = \text{const}$.

Таким образом, очевидно, что если задать две следующие координатные поверхности:

$$\tau^2 = \tau_0{}^2 \text{ и } x = 0,$$

то получаемая при их пересечении координатная линия будет совпадать с невозмущенной траекторией (4), а координата σ будет указывать положение луча на ней.

Уравнения луча в системе координат параболического цилиндра записываются следующим образом [5]:

$$\frac{dx}{dl} = S_x,\ \ \frac{d\tau}{dl} = \frac{S_\tau}{\sqrt{\sigma^2 + \tau^2}},\ \ \frac{d\sigma}{dl} = \frac{S_\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \tau^2}},$$

$$\frac{d}{dl}(nS_x) = \frac{\partial n}{\partial x},$$

$$\frac{d}{dl}(nS_\sigma) - nS_\tau \frac{\sigma \frac{d\tau}{dl} - \tau \frac{d\sigma}{dl}}{\tau^2 + \sigma^2} = \frac{\partial n}{\partial \sigma} \frac{1}{\sqrt{\sigma^2 + \tau^2}}, \tag{6}$$

$$\frac{d}{dl}(nS_\tau) + nS_\sigma \frac{\sigma \frac{d\tau}{dl} - \tau \frac{d\sigma}{dl}}{\tau^2 + \sigma^2} = \frac{\partial n}{\partial \tau} \frac{1}{\sqrt{\sigma^2 + \tau^2}}.$$

Перейдем теперь в уравнениях (6) от дифференцирования по длине дуги к дифференцированию по переменной σ, используя соотношение $\dfrac{d\sigma}{dl} = \dfrac{S_\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \tau^2}}$:

$$\frac{dx}{d\sigma} = \frac{S_x\sqrt{\sigma^2 + \tau^2}}{S_\sigma},\ \ \frac{d\tau}{d\sigma} = \frac{S_\tau}{S_\sigma},$$

$$\frac{d}{d\sigma}(nS_x) = \frac{\partial n}{\partial x} \frac{\sqrt{\sigma^2 + \tau^2}}{S_\sigma};\ \ \frac{d}{d\sigma}(nS_\tau) + n\frac{\sigma \frac{d\tau}{dl} - \tau \frac{d\sigma}{dl}}{\sqrt{\tau^2 + \sigma^2}} = \frac{\partial n}{\partial \tau} \frac{1}{S_\sigma}, \tag{7}$$

где $S_\sigma = \mp\sqrt{1 - S_x^2 - S_\tau^2}$. Знак минус соответствует восходящей части траектории до точки отражения, поскольку в этой области $d\sigma/dl < 0$, знак плюс — нисходящей: от области отражения до выхода из слоя, так как здесь $d\sigma/dl > 0$. Величина σ меняется вдоль невозмущенной траектории от 0 ($\sigma = 0$ соответствует точке отражения луча) до значения $\sqrt{2z_0}\,c^0$, которое соответствует точке входа и выхода из слоя (5).

Пусть флуктуации показателя преломления малы, т. е.

$$n = n_\text{р} + \mu = n_\text{р} + \alpha\mu_1,\ \ \alpha \ll 1, \tag{8}$$

где $n_р$ удовлетворяет соотношению (2) и как функция переменных параболического цилиндра

$$n_р^2 = \frac{1}{z_0}\left[\tau_0^2 - \frac{1}{2}(\tau^2 - \sigma^2)\right]. \tag{9}$$

Следуя [2], воспользуемся малым параметром α в (8) и запишем решения уравнений (7) в виде

$$\begin{aligned} &x = x_0 + \alpha x_\alpha + O(\alpha^2),\ S_x = S_{x0} + \alpha S_{x\alpha} + O(\alpha^2),\\ &\tau = \tau_0 + \alpha\tau_\alpha + O(\alpha^2);\ S_\tau = S_{\tau 0} + \alpha S_{\tau\alpha} + O(\alpha^2). \end{aligned} \tag{10}$$

При отсутствии флуктуаций ($\alpha=0$) луч распространяется вдоль невозмущенной траектории, т. е.

$$x_0 = S_{x0} = S_{\tau 0} = 0,\ \tau_0 = \sqrt{2z_0}\, s^0. \tag{11}$$

Уравнения первого приближения получим, дифференцируя (7) по α и полагая затем $\alpha=0$. При этом следует учесть, что $n_р = n_р(\alpha, \sigma)$ (9, 10). В результате получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} &\frac{dx_\alpha}{d\sigma} = S_{x\alpha}\sqrt{\sigma^2+\tau_0^2},\quad \frac{d}{d\sigma}(n_0 S_{x\alpha}) = \frac{\partial\mu_1}{\partial x}\sqrt{\sigma^2+\tau_0^2},\\ &\frac{d\tau_\alpha}{d\sigma} = S_{\tau\alpha},\ \frac{d}{d\sigma}(n_0 S_{\tau\alpha}) = f_{\mu_1} - 4\tau_\alpha\ddot{n}_0 - S_{\tau\alpha}\dot{n}_0,\ f_{\mu_1} = \frac{\partial\mu_1}{\partial\tau} + \frac{\tau_0}{\sigma^2+\tau_0^2}\mu_1, \end{aligned} \tag{12}$$

где

$$n_0 = n_р(\alpha=0) = \frac{\sqrt{\sigma^2+\tau_0^2}}{\sqrt{2z_0}}.$$

Точка означает дифференцирование по σ.

Сопоставляя (10), (11), (12), запишем уравнения луча с точностью до $O(\alpha^2)$:

$$\begin{aligned} &\dot{x} = S_x\sqrt{\sigma^2+\tau_0^2},\ \dot{S}_x = -\frac{\dot{n}_0}{n_0}S_x + \frac{\alpha}{n_0}\frac{\partial\mu_1}{\partial x}\sqrt{\sigma^2+\tau_0^2},\ \dot{\tau} = S_\tau,\\ &\dot{S}_\tau = -\frac{\dot{n}_0}{n_0}S_\tau + \frac{\alpha}{n_0}f_{\mu_1} - 4\alpha\tau_\alpha\frac{\ddot{n}_0}{n_0} - \alpha S_{\tau\alpha}\frac{\dot{n}_0}{n_0}, \end{aligned} \tag{13}$$

τ_α и $S_{\tau\alpha}$ находим из решения системы уравнений (12), записав ее в виде дифференциального уравнения второго порядка:

$$\frac{d}{d\sigma}(n_0\dot{\tau}_\alpha) = f_{\mu_1} - 4\tau_\alpha\ddot{n}_0 - \dot{\tau}_\alpha\dot{n}_0.$$

Решения имеют вид

$$\begin{aligned} &\tau_\alpha = \frac{\sqrt{2z_0}\sqrt{\tau_0^2-\sigma^2}}{\tau_0^2+\sigma^2}J(\sigma),\\ &S_{\tau\alpha} = \sqrt{2z_0}\left[\frac{\tau_0^2-\sigma^2}{\tau_0^2+\sigma^2}\Phi(\sigma) - \frac{4\sigma\tau_0^2}{(\tau_0^2+\sigma^2)^2}J(\sigma)\right], \end{aligned} \tag{14}$$

где

$$\Phi(\sigma) = \frac{\tau_0^2+\sigma^2}{(\tau_0^2-\sigma^2)^2}\int_{\sigma_0}^{\sigma} f_{\mu_1}(\sigma')\frac{\tau_0^2-\sigma'^2}{\sqrt{\tau_0^2+\sigma'^2}}d\sigma',\ J(\sigma) = \int_{\sigma_0}^{\sigma}\Phi(\sigma')\,d\sigma'.$$

Функции τ_α и $S_{\tau\alpha}$, как следует из анализа формул (14), не имеют особенностей во всей области изменения σ.

Предполагая далее, что случайные поля $\partial\mu_1/\partial x$ и f_{μ_1} гауссовы с малым радиусом корреляции по σ, применим схему перехода от динамических уравнений (13) к уравнению Эйнштейна—Фоккера [1]. Находим коэффициенты уравнения Эйнштейна—Фоккера [1]

$$v_x = \sqrt{\sigma^2+\tau_0^2}\,S_x,\ v_\tau = S_\tau,\ v_{S_x} = -\frac{\dot n_0}{n_0}S_x,$$
$$v_{S_\tau} = -\frac{\dot n_0}{n_0}S_\tau;\ F_{xx'} = F_{\tau\tau'} = F_{x\tau'} = A_x = A_\tau = 0, \tag{15}$$

$$F_{S_xS_x'} = F_{S_\tau S_\tau'} = \frac{D\sqrt{\sigma^2+\tau_0^2}}{n_0^2};\ F_{S_xS_\tau'} = A_{S_x} = A_{S_\tau} = 0, \tag{16}$$

где

$$D = \overline{\mu_1^2}/r_0, \tag{17}$$

$r_0 = \left\{-\int\limits_0^\infty \frac{d\rho(r)}{dr}\frac{1}{r}dr\right\}^{-1}$ — радиус корреляции флуктуаций показателя преломления, $\rho(r)$ — нормированный коэффициент корреляции изомерных флуктуаций показателя преломления. Коэффициенты (16) вычислены в предположении, что регулярные свойства среды меняются медленно по сравнению с величиной изменения σ:

$$|\sigma-\sigma_0| \ll \left|\frac{dn_0}{d\sigma}\right|_{\min}^{-1} = \frac{\sqrt{2z_0}}{c^0}, \tag{18}$$

а радиус корреляции r_0 мал по сравнению с расстоянием, пройденным лучом:

$$r_0 \ll |\sigma_0-\sigma|\sqrt{\sigma^2+\tau_0^2}. \tag{19}$$

Заметим, что структура правой части уравнения для S_τ отлична от структуры правой части уравнения для S_x (13), во-первых, тем, что вместо $\partial\mu_1/\partial x$ записана функция f_{μ_1} (12), и, во-вторых, наличием дополнительных членов, содержащих случайные функции τ_α и $S_{\tau\alpha}$ (14). Нетрудно показать, что учет этих особенностей приводит к поправкам в приведенных выражениях для $F_{S_\tau S_\tau'}$ и $F_{S_xS_\tau'}$, которые малы, если справедливы условия (18), (19).

Таким образом, уравнение Эйнштейна—Фоккера, соответствующее системе динамических уравнений (13), с учетом (15)—(17) имеет вид

$$\frac{\partial W}{\partial\sigma} + \sqrt{\sigma^2+\tau_0^2}\,(\mathbf{S}_\perp\nabla_{\mathbf{r}_\perp}W) -$$
$$-\frac{\dot n_0}{n_0}(\mathbf{S}_\perp\nabla_{\mathbf{s}_\perp}W) - 2\frac{\dot n_0}{n_0}W - \frac{D}{n_0^2}\sqrt{\sigma^2+\tau_0^2}\,\Delta_{\mathbf{s}_\perp}W = 0, \tag{20}$$

$$\mathbf{S}_\perp\{S_x, S_\tau\},\ \mathbf{r}_\perp(x,\tau),\ \nabla_{\mathbf{r}_\perp}W = \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{1}{\sqrt{\sigma^2+\tau_0^2}}\frac{\partial W}{\partial\tau}.$$

Начальные условия задачи:

$$W(\sigma=\sigma_0,\mathbf{S}_\perp,\mathbf{r}_\perp) = \delta(\mathbf{S}_\perp)\,\delta(\mathbf{r}_\perp).$$

Для решения (20) используем известный метод [6]: вводим новую функцию χ так, что $W=n_0^2\chi$. Как функция переменных

$$\rho_x=x-S_x n_0 L_x,\ p_x=n_0 S_x,\ \rho_\tau=\tau-S_\tau n_0 L_\tau,\ p_\tau=n_0 S_\tau,$$

где

$$L_x=\int\limits_{\sigma_0}^{\sigma}\frac{\sqrt{\sigma'^2+\tau_0^2}}{n_0(\sigma')}\,d\sigma',\quad L_\tau=\int\limits_{\sigma_0}^{\sigma}\frac{d\sigma'}{n_0(\sigma')},$$

функция χ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial}{\partial\sigma}\chi(\boldsymbol{\rho}_\perp,\mathbf{p}_\perp,\sigma)-D\sqrt{\sigma^2+\tau_0^2}\left[\frac{\partial^2\chi}{\partial p_x^2}-2L_x\frac{\partial^2\chi}{\partial p_x\partial\rho_x}+\right.$$

$$\left.+L_x^2\frac{\partial^2\chi}{\partial\rho_x^2}+\frac{\partial^2\chi}{\partial p_\tau^2}-2L_\tau\frac{\partial^2\chi}{\partial p_\tau\partial\rho_\tau}+L_\tau^2\frac{\partial^2\chi}{\partial\rho_\tau^2}\right]=0$$

и начальным условиям

$$\chi(\sigma=\sigma_0,\mathbf{p}_\perp,\boldsymbol{\rho}_\perp)=\delta(\mathbf{p}_\perp)\delta(\boldsymbol{\rho}_\perp).$$

Решение такой задачи известно [6]. Для функции W в переменных $\mathbf{S}_\perp$, $\mathbf{r}_\perp$ получим

$$W=\frac{n_0^2}{4\pi^2\sqrt{\Delta_\tau\Delta_x}}\times$$

$$\times\exp\left\{-\frac{A_x n_0^2\Delta_\tau S_x^2+A_\tau n_0^2\Delta_x S_\tau^2+2B_x\Delta_\tau n_0 x S_x+2B_\tau\Delta_x n_0\tau S_\tau+b(\Delta_\tau x^2+\Delta_x\tau^2)}{2\Delta_\tau\Delta_x}\right\},\quad(21)$$

где

$$A_{x,\tau}=a_{x,\tau}-2h_{x,\tau}L_{x,\tau}+bL_{x,\tau}^2,\quad B_{x,\tau}=h_{x,\tau}-bL_{x,\tau},$$

$$a_{x,\tau}=2\int\limits_{\sigma_0}^{\sigma}\sqrt{\sigma'^2+\tau_0^2}\,L_{x,\tau}^2(\sigma')D(\sigma')\,d\sigma',\quad b=2\int\limits_{\sigma_0}^{\sigma}D(\sigma')\sqrt{\sigma'^2+\tau_0^2}\,d\sigma',\qquad(22)$$

$$h_{x,\tau}=2\int\limits_{\sigma_0}^{\sigma}D(\sigma')\sqrt{\sigma'^2+\tau_0^2}\,L_{x,\tau}(\sigma')\,d\sigma',\quad\Delta_{x,\tau}=a_{x,\tau}b-h_{x,\tau}^2.$$

Для вычисления коэффициентов (22) необходимо выяснить зависимость $D(\sigma)$. Выражая дисперсию $\overline{\mu^2}$ через дисперсию флуктуаций диэлектрической проницаемости $\overline{\varepsilon^2_{\text{фл}}}$, которая в условиях ионосферы практически не меняется с высотой, получим для коэффициента диффузии (17) следующее выражение:

$$D=\frac{D^*}{4n_0^2(\sigma)},$$

где

$$D^*=\overline{\varepsilon^2_{\text{фл}}}/r_0=\text{const}.$$

Из общего решения (21) нетрудно получить распределения для флуктуаций направления и смещения луча. Флуктуации направления луча подчиняются нормальному закону:

$$W(S_x,S_\tau)=\frac{n_0^2}{2\pi b}\exp\left\{-\frac{n_0^2(S_x^2+S_\tau^2)}{2b}\right\},\qquad(23)$$

где b на выходе из ионосферного слоя равно

$$b_{\text{вых}}=2D^*z_0\ln\operatorname{ctg}(\vartheta^0/2).$$

Распределение малых углов рассеяния $\vartheta_р$, $\varphi_р$ следует из (23):

$$W(\vartheta_р, \varphi_р)=\frac{n_0^2}{2\pi b}\exp\left\{-\frac{n_0^2(s_0^2\varphi_р^2+\vartheta_р^2)}{2b}\right\}, \tag{24}$$

где $s_0=\sin\vartheta_0$, ϑ_0—полярный угол, задающий направление касательного к лучу вектора в среде без флуктуаций.

Флуктуации смещения луча от невозмущенной траектории подчинены гауссову закону:

$$W(x, \tau)=\frac{1}{2\pi\sqrt{A_xA_\tau}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{A_x^2}+\frac{\tau^2}{A_\tau^2}\right]\right\}.$$

Дисперсия смещений положения луча может быть записана в виде

$$A_{x,\tau}=\frac{D^*z_0}{2}\int\limits_{\sigma_0}^{\sigma}\frac{1}{\sqrt{\sigma^2+\tau_0^2}}[L_{x,\tau}(\sigma')-L_{x,\tau}(o)]^2d\sigma'.$$

На выходе из ионосферного слоя дисперсия смещений в плоскости, перпендикулярной плоскости распространения, равна

$$A_x(\text{вых})=4D^*z_0^3\left\{c^0-s^{0^2}\ln\operatorname{ctg}\frac{\vartheta^0}{2}+2c^{0^2}\ln\operatorname{ctg}\frac{\vartheta^0}{2}\right\}. \tag{25}$$

Результат (25) совпадает с вычисленной в работе [7] дисперсией смещений пучка в плоскости, перпендикулярной плоскости падения. Отклонение координаты τ от невозмущенного положения характеризуется дисперсией

$$A_\tau(\text{вых})=\frac{16D^*}{3}z_0^2\ln^3\operatorname{ctg}\frac{\vartheta^0}{2}.$$

Дисперсии смещений положения луча в декартовой системе координат следуют из формул преобразования (5):

$$A_y=\sigma^2A_\tau,\quad A_z=\tau_0{}^2A_\tau.$$

Остановимся на обсуждении области применимости полученного решения. Помимо условия (8), ограничивающего флуктуации показателя преломления, при получении коэффициентов уравнения Эйнштейна—Фоккера были наложены требования (18) и (19). Запишем их для величин $\Delta l_0=|\sigma_0-\sigma|\sqrt{\sigma^2+\tau_0^2}$, представляющих собой отрезки длины, проходимые лучом и отсчитываемые вдоль невозмущенной траектории:

$$r_0\ll\Delta l_0\ll 2z_0\operatorname{tg}\vartheta^0. \tag{26}$$

Неравенство (26) — это условие того, что процесс диффузии луча, записанный с помощью динамических уравнений (13), является приближенно марковским.

Сопоставим результаты работы [2] с полученными в настоящей статье. Заметим сначала, что такое сопоставление затруднительно в связи с тем, что под σ в [2] подразумевается длина реальной траектории луча. Если же понимать под σ длину невозмущенной траектории луча $\sigma_н$, то следует учесть, что при этом совершается ошибка, поскольку уравнения луча в [2] записаны с точностью до $O(\alpha^2)$, а заменив

σ на $\sigma_{н}$, мы отбрасываем члены порядка α:

$$\frac{df}{d\sigma} = (\mathbf{S}\nabla_r) f = (\mathbf{S}_0\nabla_r) f + \alpha (\mathbf{S}_\alpha\nabla_r) f = \frac{df}{d\sigma_н} + \alpha (\mathbf{S}_\alpha\nabla_r) f.$$

Закон распределения малых углов рассеяния совпадает при таком сопоставлении с выражением (24). Дисперсии смещений луча A_y, A_z значительно отличаются от соответствующих выражений в [2].

В заключение отметим, что замена длины дуги луча координатой, отсчитываемой вдоль невозмущенной траектории [1], при наклонном распространении возможна в аналитическом виде лишь для линейного слоя диэлектрической проницаемости. Вероятно, что с помощью машинной обработки можно исследовать и другие модели среды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Кляцкин В. И., Татарский В. И. Изв. вузов. Радиофизика, 1971, **14**, с. 706. [2] Комиссаров В. М. Изв. вузов. Радиофизика, 1966, **9**, № 2, с. 292. [3] Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967. [4] Маделунг Э. Математический аппарат физики. М.: ГИФМЛ, 1960. [5] Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980. [6] Чандрасекар С. Стохастические проблемы в физике и астрономии. М.: ГИФМЛ, 1947. [7] Гусев В. Д., Приходько Л. И. Геомагнетизм и аэрономия, 1976, **16**, с. 826.

Поступила в редакцию
14.12.83

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 5

УДК 523.8.08

РЕНТГЕНОВСКИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ НА ИСЗ «ПРОГНОЗ-9»

М. И. Кудрявцев, С. И. Свертилов

(НИИЯФ)

1/VII 1983 г. в СССР осуществлен запуск ИСЗ «Прогноз-9». «Прогноз-9» — это высокоапогейный космический аппарат, в начале полета имевший следующие основные параметры орбиты: расстояние до Земли в апогее 720 тыс. км, в перигее 380 км, период обращения 27 сут [1]. Ось вращения спутника ориентирована на Солнце, период вращения — около двух минут.

Аппаратура, установленная на ИСЗ «Прогноз-9», предназначена для ряда космофизических экспериментов, в том числе изучения космического рентгеновского излучения. Существенной особенностью рентгеновских экспериментов на ИСЗ «Прогноз-9» является одновременная регистрация рентгеновского излучения и регистрация заряженных частиц различных сортов в широких диапазонах энергий. Благодаря этому можно изучать фоновые возрастания потоков рентгеновского излучения, обусловленные возрастаниями потоков заряженных частиц и при необходимости исключать имитацию рентгеновских событий заряженными частицами.

На ИСЗ «Прогноз-9» установлен сцинтилляционный спектрометр РХ-1, обеспечивающий измерение потоков рентгеновского излучения в диапазонах 10÷50, 25÷50, 50÷100 и 100÷200 кэВ [2].

Временное разрешение в эксперименте с прибором РХ-1 определяется в основном возможностями бортовых систем, запоминающих и передающих информацию. В указанном эксперименте предусмотрены два основных режима работы телеметрической системы. Первый —