

стоты и второй гармоники описывается соотношением

$$\cos \Phi = \frac{\Delta k U_2(t)}{2U_1^2(t)}. \quad (4)$$

Отсюда видно, что на начальном этапе развития нелинейности, пока (см. (1)) $U_2(t) \sim U_1^2(0) \sim U_1^2(t)$, сдвиг фаз Φ не зависит от амплитуды основной волны $U_1(0)$. С увеличением $U_2(t)$ соотношение (1) нарушается, что соответствует появлению амплитудно-зависимых фазовых сдвигов. Согласно экспериментальным данным (см. рис. 1), происходит последовательное изменение Φ при взаимодействии вначале за счет изменения фазы основной волны Φ_1 , сопровождающего процесс ее трансформации во вторую гармонику; при дальнейшем увеличении амплитуды фаза второй гармоники Φ_2 меняется так, чтобы обеспечить обратный перенос энергии от второй гармоники к основной ПАВ.

Таким образом, приведенные экспериментальные результаты показывают, что высокая нелинейность слоистых структур может оказывать определяющее влияние на амплитудные и фазовые характеристики взаимодействующих волн по сравнению с процессами дисперсии и затухания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Зарембо Л. К., Красильников В. А. Введение в нелинейную акустику. М.: Наука, 1966. [2] Ахманов С. А., Хохлов Р. В. Проблемы нелинейной оптики. М.: Наука, 1965. [3] Красильников В. А., Подгорнов А. А., Солодов И. Ю. В кн.: Физика и химия твердого тела. М., 1982, с. 8—11. [4] Балакирев М. К., Богданов С. В., Федюхин Л. А. ЖТФ, 1980, 50, с. 2429. [5] Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. М.: Наука, 1979. [6] Красильников В. А., Лямов В. Е., Солодов И. Ю. Изв. АН СССР, сер. физ., 1971, 35, с. 944. [7] Можаяев В. Г., Солодов И. Ю. Акуст. журн., 1980, 26, с. 433.

Поступила в редакцию
24.02.84

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 5

УДК 533.9.01

МЕХАНИЗМ ОБРАЗОВАНИЯ ПРЕДВЕСТНИКА УДАРНОЙ ВОЛНЫ, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ ПО СЛАБОИОНИЗОВАННОЙ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ

А. В. Данилов, С. Ф. Теселкин

(кафедра общей физики для физического факультета)

1. Известно [1—3], что перед фронтом ударной волны (УВ), распространяющейся в слабоионизованной неизоэтермической плазме ($T_e \gg T_i$), образуется протяженная область возмущения заряженной компоненты. Степень сжатия в области возмущения в отличие от таковой в теплопроводностных предвестниках [4, 5] не является малой величиной и совпадает со степенью сжатия в вязком скачке уплотнения в нейтральной компоненте. Масштаб возмущенной области превышает длину свободного пробега ионов в газе нейтральных частиц в T_e/T_i раз.

Представляет интерес изучение процесса формирования стационарного профиля возмущения. Это позволяет, в частности, найти долю энергии УВ, передаваемую предвестнику. Ниже приводится ре-

шение задачи о движении поршня в слабоионизованной неизотермической плазме.

2. Для описания одномерных квазинейтральных движений заряженной компоненты слабоионизованной плазмы с $T_e \gg T_i$ при учете ион-нейтрального трения воспользуемся уравнениями одножидкостной гидродинамики Климонтовича—Сирина [6]

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \frac{\partial}{\partial x} \rho v = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{v_s^2}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \rho - v_{in} (v - v_n), \quad (2)$$

где ρ и v — массовая плотность и гидродинамическая скорость заряженной компоненты, v_{in} — эффективная частота столкновений ионов с нейтральными частицами, v_n — скорость нейтральной компоненты, $v_s = (T_e/M_i)^{1/2}$ — скорость ионного звука, которая ввиду большого пространственного масштаба электронной теплопроводности считается постоянной. Степень ионизации плазмы $\alpha = \rho/\rho_n$ будем считать достаточно малой для того, чтобы можно было пренебречь обратным влиянием заряженной компоненты на нейтральную. Область применимости последнего предположения будет рассмотрена ниже (формула (8)).

3. Рассмотрим плазму, заполняющую цилиндрическую трубу большого диаметра. С одной стороны труба закрыта поршнем, который в момент времени $t=0$ начинает двигаться в плазму со скоростью u . Движение нейтрального газа будет описываться уравнениями УВ вида

$$\rho_n = \rho_{n0} + (\rho_{n1} - \rho_{n0}) \theta(-x + ct); \quad v_n = u \theta(-x + ct), \quad (3)$$

где c — скорость фронта УВ, связанная с u известным соотношением [7], $\theta(z)$ — функция Хевисайда, индексы 0 и 1 относятся к величинам перед и за фронтом. Движение заряженной компоненты при $t > 0$ определяется из уравнений (1) — (2) с учетом (3), граничное и начальное условия имеют вид $v(ut, t) = u$; $v(x, 0) = 0$; $\rho(x, 0) = \rho_0$.

Отметим, что соотношения (3) справедливы лишь при условии применимости гидродинамического приближения для нейтрального газа, т. е. при $t \gg \tau_n$ и масштабах $L \gg l_n$, где τ_n и l_n — время и длина свободного пробега нейтральных частиц. В то же время уравнения (1) — (2) без столкновительного члена $v_{in}(v - v_n)$ применимы и при $t \ll v_{in}^{-1} \leq \tau_n$, совпадая в этом случае с уравнениями невязкой сжимаемой жидкости с постоянной температурой T_e [6]. Решение (1) — (2) при $t \ll v_{in}^{-1}$, следовательно, также совпадает с (3) с точностью до обозначений:

$$\rho = \rho_0 + (\rho' - \rho_0) \theta(-x + v_s t); \quad v = u \theta(-x + v_s t); \quad \rho' = \rho_0 \left(1 - \frac{u}{v_s}\right)^{-1}. \quad (4)$$

Изотермический разрыв (4) распространяется со скоростью v_s , опережая поршень на длину $v_s t$, так как $v_s \gg u$. Влияние дисперсии на структуру, описываемую уравнениями (4), т. е. неквазинейтральность плазмы, можно не учитывать при $v_s t \gg r_d$, где r_d — дебаевский радиус электронов. К моменту $t \sim v_{in}^{-1}$, когда «включаются» столкновения с нейтральными частицами, возмущенная область будет иметь характерные линейные размеры $L^* \sim l_n (T_e/T_i)^{1/2}$, где l_n — длина свободного пробега ионов.

4. Стационарная структура предвестника не может сформиро-

ваться за время $t \sim v_{in}^{-1}$, так как ее протяженность $v_s^2/(v_{in}c)$ много больше L^* . Рассмотрим эволюцию возмущения при $t \gg v_{in}^{-1}$. При таких временах ионно-звуковые колебания затухают, характерные скорости становятся много меньше v_s и уравнение (2) принимает вид

$$\frac{v_s^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + v_{in}(v - v_n) = 0.$$

Исключая v с помощью (1), получим

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_s^2 \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{v_{in}} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\bar{v} \partial \rho v_n}{\partial x} = 0. \quad (5)$$

Подчеркнем, что линейность уравнения (5) связана с малостью характерных скоростей по сравнению с v_s , но не с c . Интенсивность УВ ограничивается только отсутствием процессов ионизации.

Граничным условием для уравнения (5) с разрывными коэффициентами v_n и v_{in} ($v_{in} \sim \rho_n$) является условие

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial x} \right|_{x=ut} = 0.$$

Поскольку величина степени сжатия заряженной компоненты на стадии излучения $(\rho' - \rho_0)/\rho_0$ значительно меньше своего стационарного значения $(\rho_{n1} - \rho_{n0})/\rho_{n0}$, начальное условие можно задать в виде $\rho(x, 0) = \rho_0$. В то же время скорость плазмы уже при $t \ll v_{in}^{-1}$ в окрестности поршня равна u и в дальнейшем за фронтом УВ существенно не изменяется. Поэтому перед фронтом УВ плотность плазмы приближенно определяется решением задачи

$$\rho_t + \frac{v_s^2}{v_{in}} \rho_{xx} = 0; \quad \rho(x, 0) = \rho_0; \quad (6)$$

$$\left\{ \rho_x + \frac{v_{in} u}{v_s^2} \rho \right\} \Big|_{x=ct} = 0 \quad (x > ct, t > 0).$$

Эта задача имеет точное решение

$$\begin{aligned} \rho(x, t) = & \frac{\rho_0}{2} \left\{ 1 + \operatorname{erf} \left(\frac{v_{in}^{1/2} x}{2v_s t^{1/2}} \right) \right\} + \exp \left\{ -\frac{cv_{in}(x-ct)}{v_s^2} \right\} \times \\ & \times \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{v_{in}^{1/2}(x-2ct)}{2v_s t^{1/2}} \right) \right] + \rho_0 \frac{c-2u}{c-u} \left\{ \exp \left\{ -\frac{u(c-u)v_{in}t}{v_s^2} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{uv_{in}(x-ct)}{v_s^2} \right\} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{v_{in}^{1/2}(x-2ut)}{2v_s t^{1/2}} \right) \right] - \right. \\ & \left. - \exp \left\{ -\frac{cv_{in}(x-ct)}{v_s^2} \right\} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{v_{in}^{1/2} x}{2v_s t^{1/2}} \right) \right] \right\}. \quad (7) \end{aligned}$$

На рис. 1 изображена эволюция профилей плотности и скорости заряженной компоненты. За фронтом плотность постоянна с точностью до членов, малых по параметру c/v_s , и равна $\rho(ct, t)$.

При $t \rightarrow \infty$ выражение (7) стремится к стационарному в системе фронта профилю

$$\rho(x, t) = \rho_0 \left[1 + \left(\frac{\rho_{n1}}{\rho_{n0}} - 1 \right) \exp \left\{ -\frac{cv_{in}(x-ct)}{v_s^2} \right\} \right],$$

полученному в работе [2]. Время формирования стационарной структуры порядка $v_{in}^{-1} T_e/T_i$. Результаты экстраполяции решений (4) и (7) на времена $t \sim v_{in}^{-1}$ согласуются друг с другом (рис. 2), что подтверждает правильность постановки задачи (6). Отметим, что формула (7) справедлива не только для задачи о движении поршня, но и для случая вхождения УВ в плазму с достаточно резкой границей.

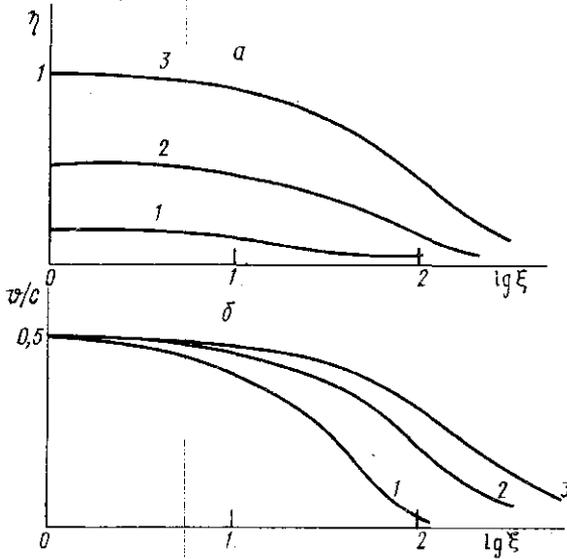


Рис. 1. Зависимость плотности (а) и скорости (б) плазмы от расстояния до фронта УВ: $t = 10 v_{in}^{-1}$ (1), $100 v_{in}^{-1}$ (2), $t \rightarrow \infty$ (3); $\eta = (\rho - \rho_0)/\rho_0$, $\xi = v_{in}(x - ct)/c$, $v_s/c = 10$, $u/c = 0,5$, $\rho_{n1}/\rho_{n0} = 2$

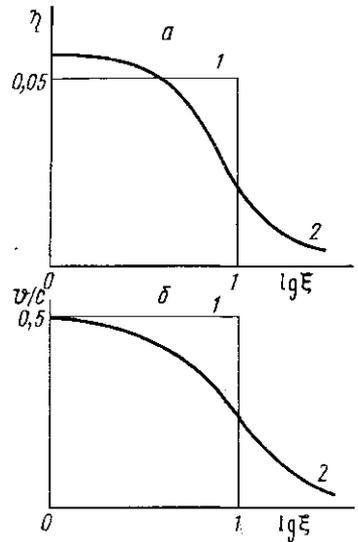


Рис. 2. Зависимость плотности (а) и скорости (б) плазмы от расстояния до фронта УВ при $t = v_{in}^{-1}$ (экстраполяция) по формуле (4) — 1 и по формуле (7) — 2; η , ξ , v_s/c , u/c , ρ_{n1}/ρ_{n0} — как на рис. 1

5. Долю потока энергии УВ, уходящей в предвестник, можно оценить, зная качественно структуру возмущения при $t \sim v_{in}^{-1}$. К этому времени на формирование предвестника затратится энергия $\varepsilon \approx T_e \times (\rho' - \rho_0)/M_i$, где M_i — масса иона, поэтому выражение для потока энергии в предвестник имеет вид

$$S \approx \frac{\rho' - \rho_0}{M_i} T_e v_s = \frac{\rho_n}{M_i} T_e u.$$

Поток энергии от поршня к УВ определяется выражением

$$S_0 = \frac{\rho_{n1}}{M_i} T_{n1} u.$$

Условие малости обратного воздействия заряженной компоненты на нейтральную имеет вид

$$k = \frac{S}{S_0} = \alpha \frac{T_e}{T_{n1}} \frac{\rho_{n0}}{\rho_{n1}} \ll 1. \quad (8)$$

В заключение авторы благодарят проф. А. А. Рухадзе и проф. А. Ф. Александрова за внимание к работе и обсуждение результатов.

- [1] Williams M. H., Bienkowski G. K. Phys. Fluids, 1979, 22, p. 641.
 [2] Авраменко Р. Ф., Рухадзе А. А., Теселкин С. Ф. Письма в ЖЭТФ, 1981, 34, с. 485. [3] Рухадзе А. А., Теселкин С. Ф. ЖТФ, 1982, 52, с. 2129.
 [4] Jaffrin M. Y. Phys. Fluids, 1965, 8, p. 606. [5] Жафрен М. И., Пробштейн Р. Ф. Журн. прикл. мех. и техн. физ., 1964, № 6, с. 6. [6] Климонтович Ю. Л., Силин В. П. ЖЭТФ, 1961, 40, с. 1213. [7] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.: ГИТТЛ, 1953, гл. IX, с. 403.

Поступила в редакцию
02.04.84

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 5

УДК 539.12

КЛАССИЧЕСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ПРИ АКСИАЛЬНОМ КАНАЛИРОВАНИИ

Б. В. Холомай

(кафедра теоретической физики)

В настоящее время ведутся интенсивные исследования высококачественного излучения релятивистских заряженных частиц, находящихся в режиме каналирования в кристалле (см. обзоры [1—3]), существование которого было теоретически предсказано Кумаховым [4]. Анализ движения и излучения заряженных частиц при аксиальном каналировании проводился в работах [5, 6] на основе классических нерелятивистских уравнений движения для конкретных электрических полей и в [7] квазиклассическим операторным методом. В данной работе излучение заряженных частиц при аксиальном каналировании рассматривается на основе решения релятивистских уравнений движения для произвольных аксиально-симметричных электрических фокусирующих полей.

1. Уравнение движения. Движение релятивистской заряженной частицы при аксиальном каналировании будем рассматривать как движение частицы вдоль оси аксиально-симметричного фокусирующего электрического поля, потенциал которого равен $\Phi(r)$, на основе релятивистского «стационарного» уравнения Гамильтона—Якоби в цилиндрической системе координат r, φ, z :

$$\left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial z}\right)^2 - \frac{1}{c^2} [\mathcal{E} - e\Phi(r)]^2 + m^2 c^2 = 0, \quad (1)$$

где e, m, \mathcal{E} соответственно заряд, масса и энергия частицы. Полный интеграл уравнения (1) имеет вид

$$S = -\mathcal{E}t + M\varphi + p_3 z + \int \sqrt{F(r)} dr,$$

где

$$F(r) = \left\{ \frac{1}{c^2} [\mathcal{E} - e\Phi(r)]^2 - \frac{M^2}{r^2} - p_3^2 - m^2 c^2 \right\},$$

M и p_3 — проекции момента импульса и импульса частицы на ось oz .

Используя теорему Якоби, уравнения движения заряда представим в следующем параметрическом виде, где параметром является переменная z :

$$t = \frac{1}{p_3 c^2} \int [\mathcal{E} - e\Phi(r)] dz; \quad \varphi = \frac{M}{p_3} \int \frac{dz}{r^2}; \quad \frac{dz}{dr} = \frac{p_3}{\sqrt{F(r)}}. \quad (2)$$