

- [1] Williams M. H., Bienkowski G. K. Phys. Fluids, 1979, 22, p. 641.
 [2] Авраменко Р. Ф., Рухадзе А. А., Теселкин С. Ф. Письма в ЖЭТФ, 1981, 34, с. 485. [3] Рухадзе А. А., Теселкин С. Ф. ЖТФ, 1982, 52, с. 2129.
 [4] Jaffrin M. Y. Phys. Fluids, 1965, 8, p. 606. [5] Жафрен М. И., Пробштейн Р. Ф. Журн. прикл. мех. и техн. физ., 1964, № 6, с. 6. [6] Климонтович Ю. Л., Силин В. П. ЖЭТФ, 1961, 40, с. 1213. [7] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.: ГИТТЛ, 1953, гл. IX, с. 403.

Поступила в редакцию
02.04.84

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 5

УДК 539.12

КЛАССИЧЕСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТИЧЕСКИХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ПРИ АКСИАЛЬНОМ КАНАЛИРОВАНИИ

Б. В. Холомай

(кафедра теоретической физики)

В настоящее время ведутся интенсивные исследования высококачественного излучения релятивистских заряженных частиц, находящихся в режиме каналирования в кристалле (см. обзоры [1—3]), существование которого было теоретически предсказано Кумаховым [4]. Анализ движения и излучения заряженных частиц при аксиальном каналировании проводился в работах [5, 6] на основе классических нерелятивистских уравнений движения для конкретных электрических полей и в [7] квазиклассическим операторным методом. В данной работе излучение заряженных частиц при аксиальном каналировании рассматривается на основе решения релятивистских уравнений движения для произвольных аксиально-симметричных электрических фокусирующих полей.

1. Уравнение движения. Движение релятивистской заряженной частицы при аксиальном каналировании будем рассматривать как движение частицы вдоль оси аксиально-симметричного фокусирующего электрического поля, потенциал которого равен $\Phi(r)$, на основе релятивистского «стационарного» уравнения Гамильтона—Якоби в цилиндрической системе координат r, φ, z :

$$\left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial z}\right)^2 - \frac{1}{c^2} [\mathcal{E} - e\Phi(r)]^2 + m^2 c^2 = 0, \quad (1)$$

где $e, m, \mathcal{E}$ соответственно заряд, масса и энергия частицы. Полный интеграл уравнения (1) имеет вид

$$S = -\mathcal{E}t + M\varphi + p_3 z + \int \sqrt{F(r)} dr,$$

где

$$F(r) = \left\{ \frac{1}{c^2} [\mathcal{E} - e\Phi(r)]^2 - \frac{M^2}{r^2} - p_3^2 - m^2 c^2 \right\},$$

M и p_3 — проекции момента импульса и импульса частицы на ось oz .

Используя теорему Якоби, уравнения движения заряда представим в следующем параметрическом виде, где параметром является переменная z :

$$t = \frac{1}{p_3 c^2} \int [\mathcal{E} - e\Phi(r)] dz; \quad \varphi = \frac{M}{p_3} \int \frac{dz}{r^2}; \quad \frac{dz}{dr} = \frac{p_3}{\sqrt{F(r)}}. \quad (2)$$

Определение реального потенциала электрического поля для каналированных частиц является весьма сложной задачей [8]. Точное аналитическое решение уравнений (2) существует только в нерелятивистском приближении для «кулоновского» и «параболического» потенциалов [5, 6]. Однако основные закономерности движения релятивистских частиц при аксиальном каналировании на основе уравнений (2) можно получить для произвольного фокусирующего электрического поля, предполагая, что заряд движется по спирали, совершая малые колебания в окрестности равновесного радиуса.

Вводя малую переменную $x = r - R$ и раскладывая функцию $F(r)$ с точностью $o(x^2)$ в окрестности равновесного радиуса R , уравнения движения получим в виде

$$t = \frac{z}{v_0} - dA \cos \tilde{z}; \quad r = R + A \sin \tilde{z}; \quad \tilde{z} = \frac{\tilde{\omega}}{v_0} z, \\ \varphi = \frac{\omega_0}{v_0} z + \frac{2A}{R} \frac{\omega_0}{\tilde{\omega}} \cos \tilde{z}. \quad (3)$$

Уравнения (3) представлены в виде, где выделена средняя скорость дрейфа заряда вдоль оси oz :

$$v_0 = p_3 c^2 \left[\frac{\mathcal{E}}{e} - e\Phi(R) - \frac{1}{4} A^2 e\Phi''(R) \right]^{-1}. \quad (4)$$

Равновесный радиус вращения находится из условия минимума функции $F(r)$:

$$\frac{e\Phi'(R)}{c^2} \left[\frac{\mathcal{E}}{e} - e\Phi(R) \right] = \frac{M^2}{R^3}.$$

Амплитуда A , частота колебаний $\tilde{\omega}$ и частота вращения ω_0 определяются равенствами

$$A = \sqrt{\frac{a}{b}}, \quad \tilde{\omega} = \frac{v_0 \sqrt{b}}{p_3}, \quad \omega_0 = \frac{M v_0}{p_3 R^2}, \\ a = F(R), \quad b = -\frac{1}{2} F''(R), \quad d = \frac{e\Phi'(R)}{c^2 \sqrt{b}}.$$

Если потенциал электрического поля имеет вид

$$e\Phi(r) = u_0 r^\mu,$$

то в приосевом приближении, которое имеет место при каналировании заряженных частиц $\left(\left| \frac{e\Phi(r)}{\mathcal{E}} \right| \ll 1 \right)$, получим следующие выражения для параметров, характеризующих движение заряда:

$$R = \left[\frac{M^2 c^2}{\mu u_0 \mathcal{E}} \right]^{\frac{1}{2+\mu}}; \quad \omega_0 = \frac{M c^2}{\mathcal{E} R^2}; \quad \tilde{\omega} = \sqrt{2+\mu} \omega_0; \quad v_0 = \frac{p_3 c^2}{\mathcal{E}}. \quad (5)$$

Для потенциалов кулоновского ($\mu \neq -1$) и параболического ($\mu = 2$) типов частоты вращения совпадают с частотами вращения, найденными в [5, 6] на основе точных решений уравнений движения.

Из выражения для частоты колебаний (5) следует ограничение на величину μ ($\mu > -2$). Подобное ограничение, так же как и связь между частотами ω_0 и $\tilde{\omega}$, существует и для движения заряда в фокусирующем магнитном поле [9, 10]. Существенное различие в характере движения в аксиально-симметричном электрическом поле от дви-

жения в аксиально-симметричном фокусирующем магнитном поле состоит в том, что в электрическом поле возникают продольные колебания (вдоль оси симметрии), которые отсутствуют в магнитном поле.

2. Излучение. Используя стандартные методы классической электродинамики [11], найдем следующее выражение для спектрально-углового распределения средней по времени полной мощности излучения с точностью $O(A^2)$ в элемент угла $d\Omega = \sin\theta d\theta$ заряда, движение которого определяется уравнениями (3):

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{e^2 R^2}{c^3 (1 - \beta_0 \cos \theta)} \sum_{n=1}^{\infty} (I_{\varphi} + I_{\theta}), \quad (6)$$

$$I_{\varphi} = [\omega_0 \omega J'_n(q)]^2 \delta(\omega', \omega) + \left(\frac{\omega_1 g_1 A}{R} \right)^2 \delta(\omega', \omega_1) + \left(\frac{\omega_2 f_1 A}{R} \right)^2 \delta(\omega', \omega_2),$$

$$I_{\theta} = \left[\frac{c}{R} (\omega_0 n \operatorname{ctg} \theta - \beta_0 \omega \sin \theta) J_n(q) \right]^2 \delta(\omega', \omega) + \left(\frac{\omega_1 g_2 A}{R} \right)^2 \delta(\omega', \omega_1) + \left(\frac{\omega_2 f_2 A}{R} \right)^2 \delta(\omega', \omega_2),$$

$J_n(q)$ — функция Бесселя; $\delta(\omega', \omega) = \begin{cases} 1, & \omega' = \omega \\ 0, & \omega' \neq \omega \end{cases}$, где введены следующие обозначения:

$$g_1 = \frac{1}{2} (a_1 + b_1), \quad g_2 = \frac{1}{2} [(a_2 - b_2) \cos \theta + (a_3 + b_3) \sin \theta],$$

$$f_1 = \frac{1}{2} (a_1 - b_1), \quad f_2 = \frac{1}{2} [(a_2 + b_2) \cos \theta + (a_3 - b_3) \sin \theta],$$

$$a_1 = \frac{n\tilde{\omega}c}{\omega'R \sin \theta} J_n(q) - \omega_0 R \left(\omega'd + \frac{2n\omega_0}{R\tilde{\omega}} \right) J'_n(q), \quad q = \frac{\omega'R \sin \theta}{c}, \quad \beta_0 = \frac{v_0}{c},$$

$$a_2 = \tilde{\omega} J'_n(q) - \frac{\omega_0 n c}{\sin \theta} \left(d + \frac{2n\omega_0}{R\tilde{\omega}\omega'} \right) J_n(q), \quad a_3 = v_0 \left(\omega'd + \frac{2n\omega_0}{R\tilde{\omega}} \right) J_n(q),$$

$$b_1 = \omega_0 [J'_n(q) - q J''_n(q)],$$

$$b_2 = \omega_0 n \left[J'_n(q) - \frac{2}{q} J_n(q) \right], \quad b_3 = \omega' \beta_0 \sin \theta J'_n(q).$$

Излучение заряда происходит на частотах

$$\omega = \frac{n\omega_0}{(1 - \beta_0 \cos \theta)}, \quad \omega_1 = \frac{n\omega_0 - \tilde{\omega}}{(1 - \beta_0 \cos \theta)}, \quad \omega_2 = \frac{n\omega_0 + \tilde{\omega}}{(1 - \beta_0 \cos \theta)}.$$

Мощность излучения (6) представлена в виде разложения по «л»- и «σ»-компонентам линейной поляризации [10].

Вклад в полную мощность излучения энергии колебаний пропорционален A^2 и является существенным для релятивистских энергий в выражении для $v_0 = c\beta_0$ (4), что приводит к «сдвигу» максимальной частоты излучения (см. [5]).

В заключение автор считает своим приятным долгом поблагодарить за помощь в работе профессоров В. Г. Багрова и И. М. Тернова.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ахиезер А. И., Шульга Н. Ф. УФН, 1982, 137, с. 1. [2] Beloshitsky V. V., Komarov F. F. Phys. Reports, 1982, 93, p. 117. [3] Базылев В. А., Жеваго Н. К. УФН, 1982, 137, с. 605. [4] Кумахов М. А. ДАН СССР, 1976,

230, с. 1077. [5] Кумахов М. А., Трикалинос Х. Г. ЖЭТФ, 1980, 78, с. 1624. [6] Базылев В. А. и др. ЖЭТФ, 1981, 80, с. 608. [7] Байер В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М. ЖЭТФ, 1981, 80, с. 1348. [8] Кумахов М. А. УФН, 1975, 115, с. 427. [9] Schott G. A. Electromagnetik Radiation. Cambridge, 1912. [10] Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон. М.: Наука, 1974. [11] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Наука, 1967.

Поступила в редакцию
04.04.84

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1984, т. 25, № 5

УДК 551.515.2

ТУРБУЛЕНТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В МОДЕЛИ ПРИРОДНОГО ВИХРЯ

И. А. Морезов, А. А. Соловьев

(кафедра молекулярной физики)

Измерений турбулентных характеристик атмосферных и океанических вихрей сравнительно мало. Поэтому при описании вихревых образований широко используются различные способы предвычисления турбулентных напряжений [1]. Они, как правило, основываются на гипотезе пути смешения. При сильной неравновесности и развитой турбулентности в вихревых течениях нарушаются линейные феноменологические соотношения переноса. Формально эти эффекты приводят к необходимости учета отрицательных значений коэффициента турбулентного обмена [2]. Априори неясно, каким образом и когда следует вносить поправки в феноменологические соотношения турбулентного переноса.

В ряде работ [3—6] предлагается следующий вариант замыкания уравнений Рейнольдса. В турбулентном переносе учитывается вклад не от градиентов осредненных скоростей, а от осредненных скоростей. До сих пор не проверялась гипотеза замыкания уравнений турбулентности, согласно которой в выражении для турбулентных напряжений одновременно учитываются как градиентная, так и конвективная составляющие переноса.

В данной работе указанная гипотеза проверяется экспериментально на лабораторной модели природного вихря, в которой ранее были замечены эффекты отрицательной турбулентной вязкости [7]. Конструкция вихревого генератора, использованного в работе, описана в [8]. В модели воздушного вихря с вертикальной осью высотой 0,21 м на уровне 0,205 м от нижнего конца измерялись турбулентные напряжения методом лазерной анемометрии [8].

Расчет турбулентных напряжений проводился по формуле, предложенной в [6]:

$$\overline{u'v'} = -\beta w, \quad (1)$$

где β — некоторая эмпирическая константа.

Одновременно рассчитывались значения турбулентных напряжений по формуле

$$\overline{u'v'} = v_x \left(\frac{dv}{dr} - \frac{v}{r} \right), \quad (2)$$

где v_x — коэффициент горизонтальной турбулентности. В полуэмпирических моделях коэффициент турбулентной вязкости в вихрях вычис-