УДК 621.3.038.6:621,384

ВЛИЯНИЕ СТОЛКНОВЕНИЙ АТОМОВ НА ШИРИНУ ЛИНИИ ИЗЛУЧЕНИЯ

В. А. Кливаденко

(кафедра общей физики и волновых процессов)

Целью настоящей работы является учет влияния столкновений атомов рабочей среды лазера на ширину спектра амплитудных и фазовых флуктуаций и исследование зависимости ширины линии излучения от параметров среды и амплитуды генерируемого поля. Ширина линии, как известно, определяется тепловыми флуктуациями и флуктуациями поляризации в режиме излучения. Главным при этом является вопрос об определении поляризационного шума рабочей среды лазера, поскольку тепловые флуктуации определяются известным соотношением Каллена—Вельтона. Расчет производится на основе квантового кинетического уравнения для элементов матрицы плотности в дипольном приближении.

В двухуровневой модели кинетическое уравнение в квазиклассическом приближении можно записать в виде четырех уравнений для элементов матрицы плотности f_a, f_b, f_{ab}, f_{ba} [1]:

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial t}+V\frac{\partial}{\partial R}\right)f_a(R,V,t)=\frac{i}{\hbar}(d_{ac}f_{ba}-d_{ba}f_{ab})E-\gamma_a(f_a-f_a^0)+I_a, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t}+V\frac{\partial}{\partial R}\right)f_b(R,V,t)=-\frac{i}{\hbar}(d_{ab}f_{ba}-d_{ba}f_{ab})E-\gamma_b(f_b-f_b^0)+I_b, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t}+V\frac{\partial}{\partial R}+i\omega_{ab}+\gamma_{ab}\right)f_{ab}(R,V,t)=\frac{i}{\hbar}(f_b-f_a)(d_{ba}E)+I_{ab}, \\ f_{ba}=f_{ab}^{*} \end{cases} \qquad (1)$$

где E — поле в резонаторе, I_n обозначает интеграл столкновений, конкретный вид которого зависит от рассматриваемой модели столкновений. Например, в модели сильных столкновений [2]

$$I_n=\nu_n f^0(V)\int f_n(R,V',t)\,dV'-\nu_n f_n(R,V,t),\quad n=a,\ b,\ ab,$$

ν_n — эффективная частота столкновений, $f^0(V)$ — максвелловское распределение.

Система (1) при заданном поле является системой линейных уравнений относительно f_n с источниками f_a^0, f_b^0, определяемыми накачкой, γ_n — диссипативные константы, обратные временам жизни и времени релаксации уровней a и b. В выражении для ширины линии излучения выделяем лишь вклад флуктуаций поляризации. Ищем решение (1) на интервале τ таком, что

$$\nu^{-1},\ \gamma^{-1}\ll\tau\ll\Delta\omega_\Phi^{-1},\ \Delta\omega_p^{-1},$$

где $\Delta\omega_\Phi$ — ширина спектра фазовых флуктуаций, $\Delta\omega_p$ — ширина полосы резонатора. В этом интервале поле E можно считать детерминированным. Усредняя систему (1) и вычитая из исходной, получим систему для отклонений $\delta f_n=f_n-\bar f_n$, $\delta D=\delta f_a-\delta f_b$ и $\delta N=\delta f_a+\delta f_b$:

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial t}+V\frac{\partial}{\partial R}+\gamma+\nu\right)\delta D=\frac{2i}{\hbar}(d_{ba}f_{ab}-d_{ab}f_{ba})E+\nu f^0(V)\int\delta D(R,V',t)\,dV', \\ \left(\frac{\partial}{\partial t}+V\frac{\partial}{\partial R}+\gamma+\nu\right)\delta N=\nu f^0(V)\int dN(R,V',t)\,dV', \end{cases} \qquad (2)$$

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial t} + V\frac{\partial}{\partial R} + i\omega_{ab} + \gamma_{ab} + \nu_{ab}\right)\delta f_{ab} = -\frac{i}{\hbar}(d_{ab}E)\,\delta D + \\ \qquad + \nu_{ab} f^0(V)\int \delta f_{ab}(R, V', t)\,dV', \\ \delta f_{ba} = \delta f^*_{ab}. \end{cases}$$

Здесь для упрощения дальнейших расчетов положено $\nu_a=\nu_b\equiv\nu$, $\gamma_a=\gamma_b\equiv\gamma$.

Рассмотрим одномодовый режим генерации и представим поле E в виде [3]: $E=e_0E_0\exp(-i\omega_0 t+ik_0R)$. Введем для функций δf_{ab}, δf_{ba} медленно меняющиеся функции $\delta\tilde{f}_{ab}$, $\delta\tilde{f}_{ba}$:

$$\delta f_{ab}=\delta\tilde{f}_{ab}\exp(-i\omega_0 t+ik_0R),$$
$$\delta f_{ba}=\delta\tilde{f}_{ba}\exp(i\omega_0 t-ik_0R).$$

Для однородной и изотропной среды с хорошей степенью точности можно считать, что $\delta\tilde{f}_{ab}$ и $\delta\tilde{f}_{ba}$ не зависят от координат и времени. После перехода к фурье-компонентам по $\tau=t-t'$ и $\rho=R-R'$ для корреляций отклонений из (2) имеем систему

$$\begin{cases} (\gamma+\nu)(\delta D\delta\tilde{f}^*_{ab})_{\omega,k} = \frac{2i}{\hbar}\left[(d_{ab}e_0)(\delta\tilde{f}_{ab}\delta\tilde{f}^*_{ab}) - (d_{ba}e_0)(\delta\tilde{f}_{ba}\delta\tilde{f}^*_{ab})\right]E_0 + \\ \qquad + \nu f^0(V)\int(\delta D\delta\tilde{f}^*_{ab})\,dV', \\ (\gamma+\nu)(\delta N\delta\tilde{f}^*_{ab})_{\omega,k} = (\delta N\delta\tilde{f}^*_{ab})_{\tau=0} + \nu f^0(V)\int(\delta N\delta\tilde{f}^*_{ab})\,dV', \\ \Gamma(\delta\tilde{f}_{ab}\delta\tilde{f}^*_{ab})_{\omega,k} = \frac{i}{\hbar}(\delta D\delta\tilde{f}^*_{ab})(d_{ab}e_0)E_0 + \nu_{ab}f^0(V)\int(\delta\tilde{f}_{ab}\delta\tilde{f}'_{ab})\,dV' + \\ \qquad + (\delta\tilde{f}_{ab}\delta\tilde{f}^*_{ab})_{\tau=0}, \\ \Gamma^*(\delta\tilde{f}^*_{ab}\delta\tilde{f}^*_{ab})_{\omega,k} = \frac{i}{\hbar}(\delta D\delta\tilde{f}^*_{ab})(d_{ab}e_0)E_0 + \nu_{ab}f^0(V)\int(\delta\tilde{f}_{ab}\delta\tilde{f}^*_{ab})\,dV', \end{cases} \tag{3}$$

$$\Gamma = -i(\omega_0-\omega_{ab}-k_0V)+(\gamma_{ab}+\nu_{ab}).$$

В (3) необходимо учитывать начальные условия для корреляторов [4]:

$$(\delta\tilde{f}_{ab}\delta\tilde{f}^*_{ab})_{\rho,V,\tau=0} = \frac{(2\pi\hbar)^3}{2N}\,\delta(\rho)\,\delta(V-V')\,(f_a(P)+f_b(P)),$$
$$(\delta\tilde{f}_{ab}\delta\tilde{f}_{ab})_{\rho,V,\tau=0} = 0, \tag{4}$$
$$f_a(P) = n\left(\frac{2\pi\hbar}{mkT_1}\right)^{3/2}\exp\left(-\frac{E_a}{kT}-\frac{p^2}{2mkT}\right),$$

где E_a — энергия уровня a. Для интенсивностей источников амплитудной и фазовой компонент поляризационного шума справедливы выражения [3]

$$\begin{aligned} (\xi_a^2) &= \frac{(4\pi)^2N^2}{4V}\int\left(\frac{|d_{ab}|^2}{3}(\delta\tilde{f}_{ab}\delta\tilde{f}^*_{ab})_{\omega,0} - \right. \\ &\quad \left. -(e_0d_{ab})^2(\delta\tilde{f}_{ba}\delta\tilde{f}^*_{ab})_{\omega,0} + \text{к. с.}\right)\frac{dPdP'}{(2\pi\hbar)^6}, \\ (\xi_\Phi^2) &= \frac{(4\pi)^2N^2}{4V}\int\left(\frac{|d_{ab}|^2}{3}(\delta\tilde{f}_{ab}\delta\tilde{f}^*_{ab})_{\omega,0} + \right. \\ &\quad \left. +(e_0d_{ab})^2(\delta\tilde{f}_{ba}\delta\tilde{f}^*_{ab})_{\omega,0} + \text{к. с.}\right)\frac{dPdP'}{(2\pi\hbar)^6}. \end{aligned} \tag{5}$$

Ширина линии излучения $\Delta\omega$ для одной бегущей волны связана с интенсивностью источника поляризационного шума соотношением [3]

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0^2}{E_0^2}\langle\xi_\Phi^2\rangle.$$

Решая систему (3) с условиями (4) и подставляя в (5), получим

$$\langle\xi_a^2\rangle = 2\,\mathrm{Re}\left\{A^{-1}\int\frac{(\delta\widetilde{f}_{ab}\delta\widetilde{f}^*_{ab})_{\tau=0}\,dV}{\Gamma\,[1+a_H E_0^2(\gamma_{ab}+\nu_{ab})((A\Gamma^*)^{-1}+(B\Gamma)^{-1})]}\right\},$$

$$\Delta\omega = 2\,\mathrm{Re}\left\{\frac{\omega_0^2}{E_0^2}A^{-1}\int\frac{(\delta\widetilde{f}_{ab}\delta\widetilde{f}^*_{ab})_{\tau=0}\,[1+2a_H E_0^2(\gamma_{ab}+\nu_{ab})(B\Gamma^*)^{-1}]}{\Gamma\,[1+a_H E_0^2(\gamma_{ab}+\nu_{ab})((A\Gamma^*)^{-1}+(B\Gamma)^{-2})]}\right\}. \qquad (6)$$

Здесь

$$A = 1-\left(\nu_{ab}+2(\gamma_{ab}+\nu_{ab})\frac{\nu}{\gamma}a_H E_0^2\right)\int\frac{f^0(V)}{\Gamma}dV,$$

$$B = 1-\nu_{ab}\int\frac{f^0(V)dV}{\Gamma},\quad a_H = \frac{|d_{ab}|^2}{3\hbar^2(\gamma_{ab}+\nu_{ab})(\gamma+\nu)}.$$

В приближении неподвижных атомов в (6) можно положить $f^0(V) = \delta(V)$. В этом случае

$$\Delta\omega = \frac{(4\pi)^2 n\,|d_{ab}|^2\,\omega_0^2(\rho_a^0+\rho_b^0)}{6VE_0^2}\gamma_{ab}\frac{1+2a_H E_0^2}{(\omega_0-\omega_{ab})^2+\gamma_{ab}^2(1+2a_H E_0^2)},$$

что полностью соответствует результату, полученному в работе [3]. Для газовых лазеров с неоднородно уширенной линией (т. е. $\gamma_n \ll \Delta\omega_D$, где $\Delta\omega_D$ — доплеровское уширение) выражение (6) принимает более простой вид. Принимая также $\nu_n \ll \Delta\omega_D$ (слабые столкновения), упростим (6) в двух случаях.

1. Слабые поля ($a_н E_0^2 \ll 1$). Из (6) получаем

$$\langle\xi_a^2\rangle = \frac{(4\pi)^2 n\,|d_{ab}|^2\sqrt{\pi}\,(\rho_a^0+\rho_b^0)}{12V\Delta\omega_D}\left\{1+\frac{\sqrt{\pi}}{\Delta\omega_D}\left(\nu_{ab}+2(\gamma_{ab}+\nu_{ab})\frac{\nu}{\gamma}a_H E_0^2\right)\right\},$$

$$\Delta\omega = \frac{(4\pi)^2 n\,|d_{ab}|^2\sqrt{\pi}\,(\rho_a^0+\rho_b^0)\omega_0^2}{12V\Delta\omega_D E_0^2}\left\{1+\frac{\sqrt{\pi}\,\nu_{ab}}{\Delta\omega_D}+\left[1+\frac{4\sqrt{\pi}\,(\gamma_{ab}+\nu_{ab})\nu}{\Delta\omega_D\gamma}\right]a_H E_0^2\right\}, \qquad (7)$$

$$\rho_a^0 = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3}\int f_a^0 dP.$$

При $\nu_n = 0$ (7) также совпадет с результатом работы [3].

2. Сильные поля ($a_н E_0^2 \gg 1$).

$$\langle\xi_a^2\rangle = \frac{(4\pi)^2 n\,|d_{ab}|^2\sqrt{\pi}\,(\rho_a^0+\rho_b^0)}{12V\Delta\omega_D}\left\{\left(1+\frac{\sqrt{\pi}\,(\gamma_{ab}+\nu_{ab})\nu}{\gamma\Delta\omega_D}\right)\frac{1}{\sqrt{a_H E_0^2}}+\frac{\sqrt{\pi}\,\nu_{ab}}{\Delta\omega_D}\right\},$$

$$\Delta\omega = \frac{(4\pi)^2 n\,|d_{ab}|^2 \sqrt{\pi}\,(\rho_a^0 + \rho_b^0)\omega_0^2}{12\sqrt{\Delta\omega_D}\,E_0^2} \left\{ \sqrt{a_H E_0^2} \left(1 + \frac{\sqrt{\pi}\,(\gamma_{ab} + \nu_{ab})\nu}{\gamma\Delta\omega_D} \right) + \frac{\sqrt{\pi}\,\nu_{ab}}{\Delta\omega_D} \right\}.$$

Из (8) вытекает, что в сильных полях с ростом амплитуды поля происходит сужение спектра амплитудных и фазовых флуктуаций. Эффект подавления флуктуаций с ростом средней интенсивности поля экспериментально наблюдался в работе [5], где приводятся результаты экспериментального исследования флуктуаций интенсивности третьей гармоники, генерируемой в условиях трехфотонного резонанса с переходом $3s$—$5p$ паров натрия. Наблюдалось уменьшение относительной дисперсии интенсивности третьей гармоники до величины, меньшей относительной дисперсии интенсивности накачки.

Таким образом, проведенное в настоящей работе исследование зависимости спектра амплитудных и фазовых флуктуаций поляризации рабочей среды лазера от столкновений атомов и амплитуды поля позволяет уже в простейшей двухуровневой модели получить аналитические выражения для ширины линии излучения, которые качественно подтверждаются в эксперименте.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Климонтович Ю. Л. Кинетическая теория электромагнитных процессов. М.: Наука, 1980. [2] Раутиан С. Р. и др. Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. М.: Наука, 1979. [3] Климонтович Ю. Л. УФН, 1970, **101**, с. 577. [4] Асмарян Э. А., Хлыбов Г. Н. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон., 1972, **13**, № 4, с. 414. [5] Дьяков Ю. Е. и др. В кн.: Тез. докл. XI Всесоюз. конф. по когерент. и нелин. оптике. Ереван, 1982, с. 601.

Поступила в редакцию
06.04.84