УДК 539.293.011.2

СТОХАСТИЧЕСКИЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ В ДВУХТЕМПЕРАТУРНОЙ ЭЛЕКТРОННО-ДЫРОЧНОЙ ПЛАЗМЕ В ПОЛУПРОВОДНИКЕ

В. Л. Бонч-Бруевич, Ле Ву Ки (Вьетнам)

(кафедра физики полупроводников)

§ 1. **Введение и постановка задачи.** Неравновесные состояния невырожденной электронно-дырочной плазмы в полупроводнике изучались во многих работах с различных точек зрения. В частности, в работе [1] исследовались нестационарные состояния плазмы, возникающей в полупроводнике при освещении его междузонно поглощаемым светом и нагреваемой этим же светом; нагрев связан с тем, что при $\hbar\omega - E^*_g > (3/2)T_0$ по крайней мере один из двух носителей заряда, появляющихся при поглощении одного фотона, приобретает избыток энергии над средним равновесным ее значением (здесь T_0 — температура решетки, ω — частота света, E^*_g — ширина запрещенной зоны, «перенормированная» на предмет учета возможной ее зависимости от концентрации и температуры (температур) носителей заряда). При этом было использовано адиабатическое приближение: рекомбинационное время считалось большим по сравнению с характерными временами обмена энергией как между электронами и дырками, так и между носителями заряда и решеткой. Однако при достаточно большой неравновесной концентрации носителей все указанные выше времена могут оказаться одного порядка. Тогда же может стать заметной и междузонная ударная рекомбинация, не принимавшаяся во внимание в работе [1].

В настоящей работе изучаются нестационарные состояния электронно-дырочной плазмы с учетом обоих этих обстоятельств. Выясняется, что при любом механизме рекомбинации регулярные автоколебания концентрации носителей заряда и электронной и дырочной температур могут смениться стохастическими. От механизма рекомбинации зависит лишь явный вид неравенств, определяющих условия возникновения рассматриваемой неустойчивости.

Примем ту же постановку задачи, что и в [1], т. е. будем считать, что неравновесные концентрации электронов и дырок, n и p, велики по сравнению с равновесными (и, следовательно, $n \simeq p$) и притом столь велики, что годится приближение электронной и дырочной температур, T_n и T_p (последние измеряются в энергетических единицах) *.

Будем считать возбуждение пространственно однородным. Тогда уравнения баланса энергии электронов и дырок и кинетики рекомбинации примут вид

$$\frac{3}{2}\frac{k}{dt}(nT_n) = -nR_{np} - nR_n + G_n, \tag{1}$$

$$\frac{3}{2}\frac{d}{dt}(nT_p) = nR_{np} - nR_p + G_p, \tag{2}$$

$$\frac{dn}{dt} = g - R_r - P_c. \tag{3}$$

* Условия применимости этой аппроксимации хорошо известны (см., например, [2, 3]).

Здесь R_{np}, R_n и R_p — темпы обмена энергией между электронами и и дырками, электронами и решеткой и дырками и решеткой (в интересующих нас условиях главную роль в последних двух процессах играет, видимо, деформационное рассеяние энергии на акустических фононах, в то время как импульс может рассеиваться и на заряженной примеси); $G_n(G_p)$ есть отнесенная к единице объема энергия, получаемая электронами (дырками) от света в единицу времени, g — темп неравновесной оптической генерации электронно-дырочных пар, R_r и R_c — темпы междузонной излучательной (и/или фононной) и ударной рекомбинации. Явные выражения для R_{np}, R_n и R_p хорошо известны (см., например, [2—4]). Для g, G_n и G_p воспользуемся теми же формулами, что и в [1]:

$$g=\nu\gamma J,\ G_{n,p}=g(\hbar\omega-E_g^*)\lambda_{n,p}, \tag{4}$$

где ν — квантовый выход, J — плотность потока фотонов, $\gamma\sim(\hbar\omega-E_g^*)^{1/2}$ — коэффициент поглощения света (в рассматриваемой задаче интересны только прямые переходы), λ_n и λ_p — доли энергии, получаемой, соответственно, электроном и дыркой (сверх E_g^*) в процессе создания пары (их отношение в случае прямых переходов обратно отношению соответствующих эффективных масс m_n и m_p). Наконец,

$$R_r=\alpha n^2,\ R_c=\alpha_c n^3, \tag{5}$$

где α и α_c — соответствующие коэффициенты рекомбинации; простоты ради мы будем считать их не зависящими от T_n и T_p.

Обозначим через E_g неперенормированную ширину запрещенной зоны, связав ее с E_g^* с помощью феноменологического соотношения [1]

$$E_g^*=E_g[1-(a_n x+a_p y+bn^p)], \tag{6}$$

где $x=T_nT_0^{-1}$, $y=T_pT_0^{-1}$, a_n, a_p, b и p — параметры (такие, что выражение в квадратных скобках непременно положительно). Тогда для g и $G_{n,p}$ получим

$$g=g_0(1+\psi)^{1/2},\ G_{n,p}=G_{n,p;0}(1+\psi)^{3/2},$$

где $g_0\sim(\hbar\omega-E_g)^{1/2}$ и $G_{n,p;0}=g_0(\hbar\omega-E_g)\lambda_{n,p}$ — величины, соответствующие темпам генерации частиц и энергии при $n\to 0$. При ограниченных значениях x и y функция ψ, отражающая зависимость перенормированной ширины запрещенной зоны от T_n, T_p и n, аппроксимируется выражением

$$\psi=\alpha_n x+\alpha_p y+\beta z^p, \tag{7}$$

где z — безразмерная (в единицах $(g_0/\alpha)^{1/2}$) концентрация носителей заряда, а коэффициенты α_n, α_p и β получаются из a_n, a_p и b умножением, соответственно, на $E_g(\hbar\omega-E_g)^{-1}$ и $E_g(\hbar\omega-E_g)^{-1}(g_0\alpha^{-1})^{p/2}$. Условие, ограничивающее область применимости формулы (7), связано с тем, что мы рассматриваем невырожденные газы электронов и дырок. Это означает, что формула (6) может быть оправданна, лишь если перенормированная ширина запрещенной зоны в несколько раз превышает T_0. Проще всего обеспечить это условие, полагая, как и в [1], что выражение (7) оправданно лишь в ограниченной области фазового пространства, а при $\alpha_n x+\alpha_p y+\beta z^p\to\infty$ функция ψ выходит на насыщение: $\psi\to\psi_\infty$.

Уравнения (1)—(3) в безразмерных переменных x, y, z примут вид

$$\dot{z}x+x\dot{z}=-\frac{z^2(x-y)}{\tau_{np}\,x^{3/2}}-\frac{zx^{1/2}(x-1)}{\tau_n}+\bar{G}_{n,0}(1+\psi)^{3/2}, \tag{8a}$$

$$z\dot{y} + y\dot{z} = \frac{z^2(x-y)}{\tau_{np}\, x^{3/2}} - \frac{zy^{1/2}\,(y-1)}{\tau_p} + \overline{G}_{p,0}\,(1+\psi)^{3/2}\,, \tag{8б}$$

$$\dot{z} = \tau_r^{-1}\,(z_0^2 - z^2) - \tau_c^{-1} z^3, \tag{8в}$$

$$\tau_c = \alpha_c \alpha^{-1}\, g_0, \quad \tau_r = (g_0 \alpha)^{-1/2}\,, \tag{9}$$

$$z_0^2 = (1+\psi)^{1/2}\,,\ \overline{G}_{n,p;0} = \frac{2}{3}\,\lambda_{n,p}\,(\hbar\omega - E_g)\,\tau_r^{-1} T_0^{-1}. \tag{10}$$

Первые слагаемые в правых частях (8а) и (8б) написаны в принимаемом ниже предположении, что $xm_p(m_n+m_p)^{-1} \gg ym_n(m_n+m_p)^{-1}$. Через τ_{np}, τ_n и τ_p здесь обозначены, как и в [1], параметры размерности времени, характеризующие соответственно темпы передачи энергии при рассеянии электронов на дырках, электронов на фононах и дырок на фононах (акустических).

Следует заметить, что истинные времена релаксации энергии суть не τ_{np}, τ_n и τ_p, а $\tau_{np}z^{-1}x^{3/2}$, $\tau_n x^{-1/2}$ и $\tau_p y^{-1/2}$. Поэтому, коль скоро величины τ_n, τ_p и τ_r — одного порядка, обмен энергией между электронами и решеткой происходит быстрее, чем рекомбинация (что и оправдывает использование единого времени τ_r, не зависящего от энергии электронов и дырок; простоты ради мы будем пренебрегать и возможной, в принципе, зависимостью τ_r от T_n и T_p).

§ 2. **Особые точки.** Особые точки системы (8а)—(8в), отвечающие стационарным значениям концентрации носителей заряда и электронной и дырочной температур, определяются, если приравнять нулю правые части уравнения (8а)—(8в).

Обозначим соответствующие значения переменных через x_0, y_0, z_0 (в принципе может быть и не одна система решений). В дальнейшем нас будет интересовать случай сильного нагрева носителей заряда какого-нибудь одного типа, например электронов. Соответственно будем считать, что

$$x_0 \gg y_0,\ z_0, \quad \alpha_n x_0 \gg 1 + \alpha_p y_0 + \beta z^p. \tag{11}$$

При этом, разумеется, должно соблюдаться условие $\psi \leqslant \psi_\infty$ (согласно сказанному ранее, при больших значениях x_0 (и/или y_0 и/или z_0) функция ψ выходит на насыщение). Тем самым обеспечивается абсолютная неустойчивость возможной особой точки на бесконечности.

В условиях (11) x_0, y_0, z_0 легко находятся. Рассмотрим два предельных случая.

А. Доминирует излучательная или фононная рекомбинация: $\tau_r \ll \tau_c z_0^{-1}$. При этом

$$z_0 = (\alpha_n x_0)^{1/4}, \quad x_0 = \alpha_n^5 (\tau_n \overline{G}_{n,0})^4, \quad y_0 = 1 + \zeta^3 x_0^{3/2}. \tag{12а}$$

Б. Доминирует ударная рекомбинация: $\tau_r \gg \tau_c z_0^{-1}$. При этом

$$z_0 = (\alpha_n x_0)^{1/6} (\tau_r/\tau_c)^{-1/3}, \quad x_0 = \alpha_n^8 (\tau_r/\tau_c)^2 (\tau_n \overline{G}_{n,0})^6, \quad y_0 = \zeta^2 x_0, \tag{12б}$$

где $\zeta = (\lambda_p \tau_p / (\lambda_n \tau_n))^{1/3}$.

Формулы (12а) и (12б) справедливы, если, соответственно,

$$(\tau_n \overline{G}_{n,0})^7 > \frac{7^7}{6^6}\,\lambda \alpha^{8,5} \quad \text{и} \quad (\tau_n \overline{G}_{n,0})^{11} \gg \frac{11^{11}}{10^{10}}\,\lambda\, \alpha^{14,5} \left(\frac{\tau_r}{\tau_c}\right)^{-2/3}, \tag{13}$$

причем в обоих случаях $\tau_n \overline{G}_{n,0} \alpha^{3/2} \gg 1$. Условия, при которых реализуются, соответственно, случаи *А* и *Б*, в явном виде определяются значениями параметра

$$\xi = \frac{2}{3}\,\tau_r \tau_c^{-1} \lambda_n\,(\hbar\omega - E_g)\, T_0^{-1} \alpha_n^{3/2}. \tag{14}$$

При $\xi \ll 1$ и $\xi \gg 1$ доминирует, соответственно, фононная (и/или излучательная) или ударная рекомбинация.

Отметим, что в рассмотренных выше условиях система (8а)—(8в) имеет единственную особую точку в конечной области.

§ 3. **Устойчивость особой точки.** Исследование устойчивости особой точки производится стандартным путем. Опуская элементарные, но довольно громоздкие выкладки, сформулируем здесь лишь результаты, справедливые в условиях (12а) и (12б).

Случай А: особая точка есть неустойчивый (трехмерный) узел или фокус, если

$$\tau_{np}^{-1} > 2{,}5\,\tau_r^{-1} x_0^{3/2} + 1{,}5\,\zeta x_0^{3/2}\,\tau_r^{-1}\,(x_0/\alpha_n)^{1/4}\,, \tag{15}$$

$$\tau_{np}^{-1} > 1{,}34\,\tau_r^{-1}\,x_0^{3/2}\,[1 + 4{,}5\,\zeta^2\tau_r\tau_n\tau_p^{-2}\,(x_0/\alpha_n)^{1/4}\,]^{-1}\,, \tag{16}$$

$$\tau_{np}^{-1} > \frac{1}{12}\,\tau_n^{-1} x_0^{7/4}\,\alpha_n^{-5/4}\,[1 + \sqrt{1 + 36\,\zeta\tau_n\tau_p^{-1}}\,]. \tag{17}$$

Если знак одного (или двух) из этих неравенств меняется на обратный, то особая точка превращается в седло-узел (седло-фокус). При изменении знаков всех неравенств особая точка становится устойчивой.

В правой части (15) формально следовало бы оставить только второе слагаемое. Однако большой множитель $(x_0/\alpha_n)^{1/4}$ может скомпенсироваться малым фактором ζ. По аналогичной причине сохранены оба слагаемых в квадратных скобках в (16) и второе слагаемое под знаком корня квадратного в (17) (в последнем случае малость ζ может скомпенсироваться большим численным множителем). Если, как мы предполагали, величины τ_r, τ_n и τ_p — одного и того же порядка, то наиболее мягким оказывается неравенство (16). Какое из двух оставшихся неравенств более жесткое — зависит от значения параметра $\zeta\tau_n\alpha_n/(4\tau_p)$. Если он больше (меньше) единицы, то самое жесткое — неравенство (15) (неравенство (17)).

Заметим, что неравенства (15)—(17) ограничивают значения τ_{np} сверху. Этот, казалось бы, парадоксальный вывод на самом деле имеет ясный смысл: при $x_0 \to \infty$ практически исчезает рассеяние электронов на дырках и особая точка становится устойчивой. С другой стороны, заранее ясно, что в отсутствие нагрева никакой неустойчивости быть не может.

Случай Б: здесь неустойчивый узел или фокус не возникает. Особая точка представляет собой седло-узел (седло-фокус), если выполняется хотя бы одно из неравенств:

$$\tau_{np}^{-1} > (\tau_r/\tau_c)^{2/3}\,\tau_p^{-1}\,\alpha_n^{1/6}\,x_0^{5/3}\left[\frac{7}{3}\,\tau_p\tau_r^{-1} + \zeta x_0^{1/6}\left(\frac{\tau_r}{\tau_c}\,\alpha_n\right)^{-1/3}\right], \tag{18}$$

$$\tau_{np}^{-1} > \zeta\left(\frac{\tau_r}{\tau_c}\right)^{2/3} x_0^{11/6}/(6\,\tau_n\alpha_n^{1/6}). \tag{19}$$

Если оба эти неравенства не выполняются, то особая точка устойчива. Видимо, неравенство (19) мягче, чем (18).

§ 4. **Физические следствия.** Очевидно, в силу абсолютной неустойчивости бесконечности наличие неустойчивого узла (фокуса) означает, что должен возникнуть хотя бы один предельный цикл: будут иметь место периодические автоколебания концентрации носителей заряда и электронной и дырочной температур. С другой стороны, если особая точка есть седло-узел или седло-фокус, то могут возникнуть как перио-

дические, так и стохастические автоколебания (ср. [7]). При наличии неизбежного «внешнего» (т. е. не учитываемого явно в системе (8а)—(8в)) шума последняя возможность кажется более вероятной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Бонч-Бруевич В. Л., Ле Ву Ки. ЖЭТФ, 1984, 86, с. 1320. [2] Басс Ф. Г., Гуревич Ю. Я. Горячие электроны и сильные электромагнитные волны в плазме полупроводников и газового разряда. М.: Наука, 1975. [3] Дыкман И. М., Томчук П. М. Явления переноса и флуктуации в полупроводниках. Киев, 1981. [4] Сивухин Д. В. В кн.: Вопросы теории плазмы. М.: Атомиздат, 1964, с. 81. [5] Пуанкаре А. Новые методы небесной механики. Избранные труды. Т. 2. М.: Наука, 1972. [6] Бутенин Н. В., Неймарк Ю. Н., Фуфаев Н. А. Введение в теорию нелинейных колебаний. Гл. 7. М.: Наука, 1976. [7] Бонч-Бруевич В. Л., Ле Ву Ки. ЖЭТФ, 1983, 85, с. 1701.

Поступила в редакцию
27.02.84

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1985, т. 26, № 1

УДК 533.6.011.72

О РАСПРОСТРАНЕНИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ПО СМЕСИ ГАЗОВ

Ф. В. Шугаев, А. Е. Кондрашов, Е. Н. Фоменко

(кафедра молекулярной физики)

При взаимодействии ударной волны с возмущениями различного рода форма волны и ее интенсивность меняются, а сами возмущения при прохождении через фронт волны усиливаются. В данной работе теоретически рассмотрено взаимодействие ударной волны с малыми возмущениями и экспериментально исследован частный случай такого взаимодействия — падение ударной волны на неоднородную область покоящегося газа.

1. Взаимодействие ударной волны с возмущениями в виде плоских волн исследовалось в работах [1—4]. Обзор полученных результатов и некоторые новые данные приводятся в работе [5]. Ниже решение дается в более полном виде по сравнению с [5]. Рассмотрен также случай взаимодействия плоской ударной волны с пространственными возмущениями. Перейдем к рассмотрению конкретных случаев.

1°. *Отражение плоской акустической волны от ударной.* Уравнения падающей и отраженной акустических волн возьмем в виде

$$\frac{\delta p_2^{(1)}}{p_1} = \varphi\,(n_i^{(1)}a^i - Mc_1k_0t),\quad \frac{\delta p_2^{(2)}}{p_1} = \psi\,(n_i^{(2)}a^i + Mc_1k_0t),\quad n_1^{(1)} = \cos\theta,$$

$$n_2^{(1)} = \sin\theta > 0,\quad n_2^{(2)} < 0,\quad x_1^1 = a^1,\quad x_1^2 = \varepsilon a^2,\quad x_2^1 = (1-\varepsilon)\,Mc_1t + \varepsilon a^1,$$

$$x_2^2 = \varepsilon a^2,\quad \varepsilon = \rho_1/\rho_2,\quad k_0 = \sqrt{q/w},\quad q = 2\gamma M^2 - \gamma + 1,$$

$$w = (\gamma - 1)\,M^2 + 2,\quad p_2 = p_{20} + \delta p_2,\quad \gamma = c_p/c_v.$$

Здесь a^i — лангранжевы координаты, $x_1{}^i$, $x_2{}^i$ — эйлеровы координаты частицы перед и за волной, n_i — проекции единичной нормали к фронту акустической волны в системе координат x^1x^2, θ — угол падения возмущения на фронт ударной волны, p_1, p_2 — давление перед и за ударной волной, p_{20} — давление за невозмущенной ударной волной ρ — плотность, c — скорость звука. Верхние индексы (1) и (2) относятся к падающей и отраженной волнам. Считается, что фронт ударной волны параллелен оси x^2, а скорость ударной волны направлена вдоль оси x^1.