

РАДИОФИЗИКА

УДК 532.517

ПУТИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ АВТОКОЛЕБАНИЙ
В СИСТЕМАХ С ИНЕРЦИОННЫМ САМОВОЗБУЖДЕНИЕМ

П. С. Ланда, С. М. Перминов

(кафедра общей физики и волновых процессов)

В настоящее время известны следующие типы переходов к стохастичности в динамических системах [1, 2].

1) Рождение стохастичности в результате бесконечной последовательности бифуркаций удвоения периода (переход по Фейгенбауму) [3].

2) Жесткое рождение стохастических автоколебаний: при малом изменении параметра система скачком переходит в стохастический режим, далекий от предыдущего регулярного режима. Например, возможен переход от периодического движения к стохастическому или от стационарного к стохастическому.

3) Возникновение стохастичности через перемежаемость [4].

4) Образование стохастичности на торе (модель Рюэля—Тakensа) [5].

5) Возникновение странного аттрактора в результате разрушения тора в фазовом пространстве. Этот переход осуществляется или в результате бифуркаций удвоения квазипериода тора, или в результате его жесткого разрушения [6].

В работе [7] на примере генератора с инерционной нелинейностью показано, что в автостохастической системе в принципе возможны все пути перехода к хаосу.

Настоящая работа посвящена описанию переходов к стохастичности на примере автоколебательных систем с инерционным самовозбуждением [8, 9], описываемых следующими дифференциальными уравнениями:

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = -ky + f(x, \dot{x}, y) + B \cos(2\pi\nu t), \quad (1)$$

$$\dot{y} + \gamma y = hx + \varphi(x, y),$$

где $f(0, 0, 0) = f_x(0, 0, 0) = f_{\dot{x}}(0, 0, 0) = \varphi(0, 0) = \varphi_x(0, 0) = \varphi_y(0, 0)$.

Стохастичность в системе (1) может существовать при различных видах функций $f(x, \dot{x}, y)$ и $\varphi(x, y)$, например при

$$f(x, \dot{x}, y) = 0, \quad \varphi(x, y) = mx^2 \quad [10],$$

$$f(x, \dot{x}, y) = -gxy, \quad \varphi(x, y) = lx^2 \quad [11],$$

$$f(x, \dot{x}, y) = -bx^3, \quad \varphi(x, y) = px^2 + Qy^3 \quad [12].$$

1. **Переход к стохастичности в результате бесконечной последовательности бифуркаций удвоения периода.** Этот тип перехода к стохастичности обнаружен как в автономной системе (1) ($B=0$), так и в неавтономной при всех исследованных видах нелинейностей f и φ . Рассмотрим последовательность бифуркаций удвоения при $2\delta=0,5$, $\omega_0=1$, $\gamma=1$, $h=1$, $f(x, \dot{x}, y) = -20x^3$, $\varphi(x, y) = -x^2 - x^3$ и изменении параметра k .

При $k \leq k_0 = 1,25$ особая точка системы (1) в начале координат

устойчива. При $k > k_0$ она теряет устойчивость и в фазовом пространстве системы (1) возникает предельный цикл, амплитуда которого растет как $\sqrt{k - k_0}$ при увеличении k (мягкое возбуждение колебаний). Однотактный цикл с периодом T_0 существует при $k_0 < k < k_1$, где $k_1 = 13,8$. При $k = k_1$ однотактный цикл теряет устойчивость и в результате бифуркации удвоения периода в окрестности однотактного цикла рождается двухтактный цикл с периодом $2T_0$. Бифуркации удвоения периода соответствует прохождение мультипликатора однотактного цикла через -1 . Двухтактный цикл с периодом $2T_0$ существует при $k_1 < k < k_2$, где $k_2 = 18,6$. Значению $k = k_2$ также соответствует прохождение значения мультипликатора двухоборотного цикла через

-1 . При $k = k_2$ рождается четырехтактный цикл с периодом $4T_0$. При $k = k_3 = 19,5$ четырехтактный цикл теряет устойчивость и рождается 8-тактный цикл с периодом $8T_0$ и т. д.

Представление об изменениях формы предельного цикла в фазовом пространстве системы (1) дает рис. 1, на котором изображены координаты циклов при пересечении

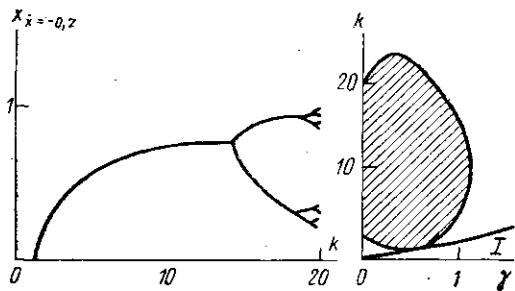


Рис. 1

Рис. 2

траекториями плоскости $\dot{x} = -0,2$.

Бифуркационные значения параметра $k = k_i$ связаны законом Фейгенбаума [3]

$$\frac{k_i - k_{i-1}}{k_{i+1} - k_i} = \delta_i, \quad \lim_{i \rightarrow \infty} \delta_i = \delta = 4,669201,$$

где i — номер бифуркации, δ — число Фейгенбаума.

2. Жесткое возникновение стохастичности. Обнаружено, что в пространстве параметров системы (1) при $f(x, \dot{x}, y) = -gxy$, $\varphi(x, y) = lx^2$ существуют области, для которых в фазовом пространстве имеются сразу два аттрактора (два притягивающих множества); устойчивая точка в начале координат и странный аттрактор. В зависимости от начальных условий траектория попадает в область притяжения либо устойчивой точки, либо странного аттрактора. Аналогичный случай наблюдался и при изучении решений системы Лоренца [13]. На рис. 2 показана штриховкой область стохастичности при сечении пространства параметров плоскостью $k \div \gamma$. Цифрой I обозначена область, где устойчива особая точка в начале координат.

Зафиксируем $\gamma = 0,5$ и будем изменять параметр k . При $k < k_1 = 1,98$ особая точка в начале координат устойчива, но уже при $k = k_2 = 1,91$ в фазовом пространстве существует странный аттрактор. Чтобы понять механику этого перехода к стохастичности, перейдем от рассмотрения поведения траекторий в трехмерном фазовом пространстве к двумерному отображению Пуанкаре плоскости $x = 0$ в себя [11]. В области странного аттрактора это отображение представляет собой узкую полоску, и поэтому его можно приближенно заменить одномерным отображением $L_{n+1} = F(L_n)$, где L_n — координата, отсчитываемая вдоль этой полоски [11]. Отображение $L_{n+1} = F(L_n)$ при $k = 1,9245$ ($k_2 < k < k_1$) представлено на рис. 3, а. Оно имеет две точки пересечения с биссектрисой (точки A и B на рис. 3, б). Точ-

ка A — «притягивающая» точка (если $L_n < L_B$, то траектория попадает в точку A). Точка A соответствует устойчивой особой точке в начале координат фазового пространства.

Точка B неустойчива, т. е. при $L_n < L_B$ траектория попадает в точку A , при $L_n > L_B$ траектория попадает в область странного аттрактора, обведенную на рис. 3, *а* пунктиром. Отображение в области странного аттрактора в среднем растягивающее и не имеет неподвижных точек. Точка B соответствует неустойчивому циклу в фазовом пространстве системы (1), который разделяет области притяжения нулевой особой точки и странного аттрактора.

При $k = k_1$ точки A и B сливаются, что соответствует слиянию неустойчивого цикла и устойчивой особой точки, точка A теряет устойчивость и в фазовом пространстве системы (1) остается один аттрактор — странный. Участки отображения вблизи точек A, B при $k < k_1, k \approx k_1, k > k_1, k \gg k_1$ показаны на рис. 3, *б*.

Из рис. 3 видно, что при $k \gg k_1$ отображение практически параллельно биссектрисе, и, попав на этот участок, траектория совершает

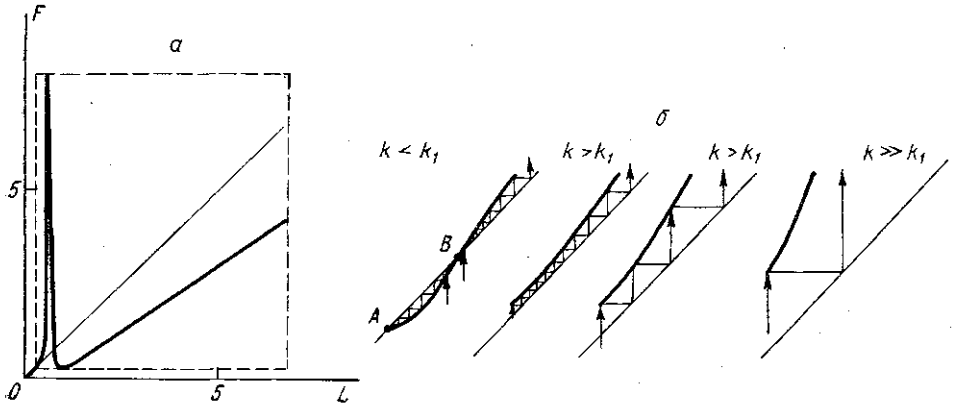


Рис. 3

большое количество колебаний примерно с одинаковой амплитудой — в реализации возникают «ламинарные» участки, которые перемежаются с «турбулентными» участками, т. е. возникает явление, похожее на перемежаемость [1, 4].

Для спектра такой стохастичности характерно смещение пиков в низкочастотную область по сравнению со спектром стохастических колебаний, возникающих в результате бифуркаций удвоения периода. Это продемонстрировано на рис. 4, где приведены спектры системы (1) при $k=2$ («перемежающаяся» стохастичность) — сплошная кривая и $k=5$ (стохастичность, возникающая в результате последовательности бифуркаций удвоения периода) — пунктир. При увеличении параметра k , как видно из рис. 3, длительность «ламинарной» фазы уменьшается и «перемежаемость» исчезает.



Рис. 4

3. Переход к стохастичности через разрушение тора наблюдался лишь в неавтономной системе (1) ($B \neq 0$). Рассмотрим этот переход при $2\delta = 0,75, \omega_0 = 1, k = 20, \gamma = 1, h = 1, \varphi(x, \dot{x}, y) = -17,5x^3, \varphi(x, y) = -x^2 - x^3$. В такой системе в некотором диапазоне B и ν возможна синхронизация стохастических автоколебаний периодической внешней

силой [13]. На рис. 5, а для рассматриваемого случая показаны области синхронизации на основной частоте (область I) и на второй гармонике (область II) [12].

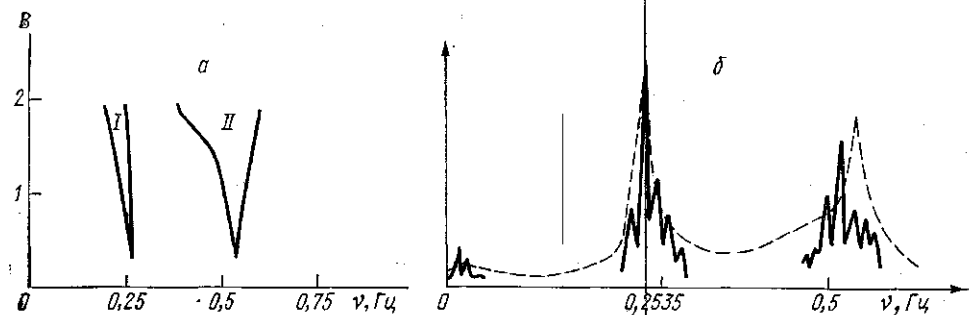


Рис. 5

В областях синхронизации в фазовом пространстве системы (1) странный аттрактор заменяется на двухоборотный цикл. Переход от синхронизации к стохастичности при изменении параметра ν осуществляется при $B < 1,3$ путем образования и разрушения тора, при $B > 1,4$ — путем бифуркации удвоения периода.

Рассмотрим переход от синхронизации к стохастичности подробно в области частот $\nu \in [0,249; 0,255]$, $B = 1$. При $\nu = \nu_{\text{крит}1} = 0,2535$ в системе (1) возникают биения, это приводит к появлению в спектре пиков на частотах $m\nu_2$, $\nu + n\nu_2$, $m = 1, 2, 3, \dots$, $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots$; ν_2 — частота биений (рис. 5, б, сплошная линия). Моменту образования в фазовом пространстве тора соответствует выход на единичную окружность пары комплексно-сопряженных мультипликаторов цикла. При $\nu < \nu_{\text{крит}1}$ число различимых в спектре частот $m\nu_2$ и $\nu + n\nu_2$ растет, частота ν_2 незначительно изменяется.

При $\nu = \nu_{\text{крит}2} = 0,2504$ происходит бифуркация удвоения квазипериода тора ($T_{\text{тор}} = 1/\nu_2$), в результате чего в спектре появляются частоты $m\nu_2/2$ и $\nu + n\nu_2/2$. При $\nu = 0,249$ мы уже не можем различить отдельные частоты $\nu + n\nu_2/2$ и спектр становится практически сплошным (рис. 5, б, пунктир).

Второй путь рождения странного аттрактора в результате разрушения тора (через потерю гладкости) не наблюдался.

Приведенные данные позволяют сделать вывод, что в рамках динамических систем одного класса при различных параметрах возможны различные пути перехода к стохастичности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ескман J. P. Rev. Mod. Phys., 1981, 53, p. 643. [2] Гапонов-Грехов А. В., Рабинович М. И. Препринт № 87 Ин-та прикладной физики АН СССР. Горький, 1983. [3] Фейгенбаум М. УФН, 1983, 141, с. 343. [4] Mappleville P., Romeau Y. Physica, 1980, 1 D, p. 219. [5] Рюэль Д., Такенс Ф. В кн.: Странные аттракторы. Под ред. Я. Г. Синая, Л. П. Шильникова. М.: Мир, 1981, с. 117—152. [6] Анищенко В. С. В кн.: Лекции по электронике СВЧ и радиофизике (6-я зимняя школа-семинар инженеров). Саратов, 1983, с. 69. [7] Анищенко В. С., Астахов В. В., Летчфорд Г. Е., Сафонова М. А. Изв. вузов. Радиофизика, 1983, 26, с. 832. [8] Бабицкий В. И., Ланда П. С. ДАН СССР, 1982, 266, с. 1087. [9] Бабицкий В. И., Ланда П. С. В кн.: Динамика систем. Горький, 1983, с. 147. [10] Colle P., Tresser C. Phys. Lett., 1979, 72 A, p. 268. [11] Ланда П. С., Ольховой А. Ф., Перминов С. М. Изв. вузов. Радиофизика, 1983, 26, с. 566. [12] Ольховой А. Ф., Перминов С. М. Деп. ВИНТИ № 4787-83 от 29.08.1983. [13] Дудник Е. Н., Кузнецов Ю. И., Минако-

УДК 621.385.6

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА С ВОЛНАМИ ИМПЕДАНСНОГО ВОЛНОВОДА

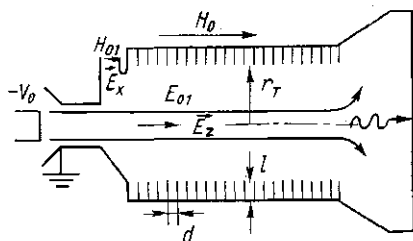
А. М. Афонин, А. Д. Поезд

(кафедра радиофизики СВЧ)

Введение. Использование замедляющих электродинамических структур типа гофрированного или диафрагмированного волновода для генерации СВЧ излучения с помощью сильноточных релятивистских электронных потоков известно по многим работам [1, 2, 3]. К достоинствам таких систем можно отнести простоту конструкции, легкость получения генерации и ее стабильный модовый состав. Пространственное развитие поперечного сечения замедляющей системы и переход к генераторам поверхностной волны [3] позволили увеличить длительность импульса и его мощность. Работа генераторов основывалась на взаимодействии со встречной (ЛОВ) или полутной (ЛБВ) волнами. Представляет значительный интерес создание усилителя, использующего сходную с генератором поверхностной волны периодическую замедляющую структуру с диаметром $2r_T$ во много длин волн λ , что позволяет уменьшить возможность пробоев и сохранить длительность СВЧ импульса при росте мощности устройства.

Возможная схема усилителя представлена на рис. 1. На входе волна типа H_{01} трансформируется в моду E_{01} . В зависимости от глубины диафрагмирования l и периода системы d возможны два случая: а) при

Рис. 1. Общая схема взаимодействия электронного пучка с полями импедансного волновода: d — период системы, l — глубина диафрагм, r_T — расстояние от оси системы до диафрагм, H_0 — постоянное магнитное поле, r_H — радиус цилиндрического пучка



небольшой величине l основная пространственная гармоника является быстрой (фазовая скорость волны v_ϕ больше скорости света c) и возможно только взаимодействие с обратной волной, система склонна к самовозбуждению; б) диафрагмирование достаточно глубокое, вблизи высокочастотной границы полосы прозрачности $v_\phi < c$, в этом случае мы имеем устройство типа ЛОВ—ЛБВ [4]. Для получения усиления в случае б) необходимо значительно уменьшить период системы, чтобы отодвинуть границу полосы от точки синхронизма электронного пучка с основной пространственной гармоникой. При величине $d \ll \lambda$ можно приближенно рассматривать диафрагмированный волновод как гладкий, но с импедансной стенкой, а прибор назвать усилителем с импедансной стенкой.

Уравнение возбуждения волновода. Рассматривается случай стационарной работы усилителя, когда все величины можно считать за-