ва И. И., Романовский Ю. М. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон., 1983, **24**, № 4, с. 84.

Поступила в редакцию
23.03.84

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1985, Т. 26, № 2

УДК 621.385.6

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА С ВОЛНАМИ ИМПЕДАНСНОГО ВОЛНОВОДА

А. М. Афонин, А. Д. Поезд

(кафедра радиофизики СВЧ)

Введение. Использование замедляющих электродинамических структур типа гофрированного или диафрагмированного волновода для генерации СВЧ излучения с помощью сильноточных релятивистских электронных потоков известно по многим работам [1, 2, 3]. К достоинствам таких систем можно отнести простоту конструкции, легкость получения генерации и ее стабильный модовый состав. Пространственное развитие поперечного сечения замедляющей системы и переход к генераторам поверхностной волны [3] позволили увеличить длительность импульса и его мощность. Работа генераторов основывалась на взаимодействии со встречной (ЛОВ) или попутной (ЛБВ) волнами. Представляет значительный интерес создание усилителя, использующего сходную с генератором поверхностной волны периодическую замедляющую структуру с диаметром $2r_т$ во много длин волн λ, что позволяет уменьшить возможность пробоев и сохранить длительность СВЧ импульса при росте мощности устройства.

Возможная схема усилителя представлена на рис. 1. На входе волна типа H_{01} трансформируется в моду E_{01}. В зависимости от глубины диафрагмирования l и периода системы d возможны два случая: а) при

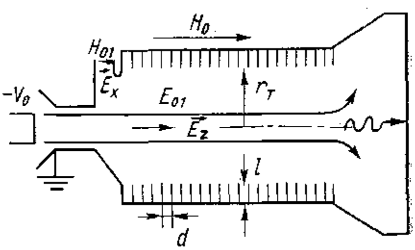

Рис. 1. Общая схема взаимодействия электронного пучка с полями импедансного волновода: d — период системы, l — глубина диафрагм, $r_т$ — расстояние от оси системы до диафрагм, H_0 — постоянное магнитное поле, $r_п$ — радиус цилиндрического пучка

небольшой величине l основная пространственная гармоника является быстрой (фазовая скорость волны $v_ф$ больше скорости света c) и возможно только взаимодействие с обратной волной, система склонна к самовозбуждению; б) диафрагмирование достаточно глубокое, вблизи высокочастотной границы полосы прозрачности $v_ф<c$, в этом случае мы имеем устройство типа ЛОВ—ЛБВ [4]. Для получения усиления в случае б) необходимо значительно уменьшить период системы, чтобы отодвинуть границу полосы от точки синхронизма электронного пучка с основной пространственной гармоникой. При величине $d \ll \lambda$ можно приближенно рассматривать диафрагмированный волновод как гладкий, но с импедансной стенкой, а прибор назвать усилителем с импедансной стенкой.

Уравнение возбуждения волновода. Рассматривается случай стационарной работы усилителя, когда все величины можно считать зависящими от времени по закону $e^{-i\omega t}$. Ограничимся взаимодействием потока с аксиально-симметричными модами E-типа. В этом случае электромагнитные поля можно описать продольной компонентой поляризационного потенциала Герца Π_z^e, для которой можно легко получить уравнение [5]

$$\Delta_\perp \Pi_z + \frac{\partial^2 \Pi_z}{\partial z^2} + k^2 \Pi_z = -i\frac{4\pi}{\omega} j_{z\omega}, \tag{1}$$

где $k=\omega/c$, $\Delta_\perp$ — поперечный оператор Лапласа, $j_{z\omega}$ — продольная компонента плотности тока на частоте ω. При отсутствии оседания пучка на стенки структуры граничное условие $E_z = ZH_\varphi$ (Z — импеданс границы) преобразуется к виду

$$(iZ)\, k \frac{\partial \Pi_z}{\partial z} = -\Delta_\perp \Pi_z. \tag{2}$$

Так как для релятивистских потоков скорость электронов порядка скорости света, можно представить Π_z в форме

$$\Pi_z = u(r,\ z)\, e^{ikz}, \tag{3}$$

где $u(r,\ z)$ изменяется медленно по сравнению с e^{ikz}. Подставляя (3) в (1) и пренебрегая $\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$, получим для u параболическое уравнение с мнимым коэффициентом диффузии и граничные условия в следующем виде:

$$\Delta_\perp u + 2ik\frac{\partial u}{\partial z} = -i\frac{4\pi}{\omega}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} j_z(\mathbf{r},\ t)\, e^{i(\omega t - kz)}\, d\omega t \equiv I, \tag{4}$$

$$iZk\frac{\partial u}{\partial r} = -\Delta_\perp u|_{r=r_\text{т}}. \tag{5}$$

Продольное поле E_z, действующее на электроны, определяется как

$$E_z = 2ik\frac{\partial u}{\partial z} e^{ikz}.$$

Приближенное решение задачи будем искать методом Галеркина в виде

$$u^N(r,\ z) = \sum_{n=1}^{N+1} C_n(z)\, R_n(r), \tag{6}$$

где $C_n(z)$ — коэффициенты, подлежащие определению, а $R_n(r)$ — собственные функции поперечного сечения волновода с импедансной стенкой, в отличие от [6].

Введем обозначения

$$A_{mn} = \int_0^{2\pi} R_n R_m r dr,\ \ I_m = \int_0^{r_\text{т}} I R_m r dr.$$

Умножая соотношение (4) последовательно на R_m при $m=1, 2, 3, \ldots, N+1$, получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений, которая и играет роль уравнения возбуждения в нашем случае:

$$\sum_{n=1}^{N+1} C_n'(z)\, A_{mn} = -\frac{i}{2k}\left\{I_m + \sum_{n=1}^{N+1} (-1)^{\delta_{mn}} k_{\perp n}^2 A_{mn} C_n(z)\right\}, \tag{7}$$

где δ_{1n} — символ Кронекера, штрих означает дифференцирование по z. Следует отметить, что система (7) позволяет описывать и случай переменного импеданса, когда Z, а следовательно, и элементы вещественной и симметричной матрицы $\|A_{mn}\|$ зависят от координаты z.

Уравнения движения. Предположим, что имеется сильное продольное фокусирующее магнитное поле и поперечным движением частиц можно пренебречь. В качестве переменных, описывающих одномерное движение частиц, выберем нормированный на величину mc импульс p и фазу $\Phi=\tau-y$ электрона, где $\tau=\omega t$, $y=kz$. Независимой переменной является координата y. Тогда для каждой частицы пучка получим уравнения

$$\frac{dp}{dy}=-\frac{|e|}{mc\omega}\frac{\sqrt{1+p^2}}{p}E_z,\quad \frac{d\Phi}{dy}=\frac{\sqrt{1+p^2}}{p}-1, \tag{8}$$

где

$$E_z=-\operatorname{Re}\left\{4\pi i e^{i\Phi}\sum_{n=1}^{N+1}L_nC_n'(z)\right\},\quad L_n=\frac{1}{\pi(r_2^2-r_1^2)}\int_{r_1}^{r_2}rR_n dr,$$

r_2, r_1 — внешний и внутренний радиусы пучка, $r_1=0$ для сплошного пучка. Умножив C_n и I_n на $|e|\omega/(mc^3)$, приведем все уравнения к безразмерному виду. Закон сохранения заряда для одномерного движения позволяет преобразовать значения коэффициентов I_m:

$$I_m=-2iTI_0L_mI_1(z),$$

где $I_1(z)$ — безразмерная первая гармоника тока пучка,

$$I_1(z)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}e^{i\Phi(z)}\,d\Phi_0. \tag{9}$$

Начальные условия для частиц: равномерное распределение по начальной фазе Φ_0 от 0 до 2π и одинаковый импульс $p_0=\sqrt{\gamma_0^2-1}$, где $\gamma_0=1+eV_0/(mc^3)$, V_0 — напряжение, ускоряющее пучок; для поля: заданные значения амплитуд и фаз при $y=0$.

Самосогласованная система уравнений (7), (8) полностью описывает поставленную задачу. Электронный коэффициент полезного действия рассчитывается по формуле

$$\eta=100\,\%\cdot\left\{1-\frac{1}{N(\gamma_0-1)}\sum_i(\gamma_i-1)\right\}, \tag{10}$$

где $\gamma_i=\sqrt{p_i^2+1}$. Для сокращения времени расчетов применялся метод «опорных частиц» [7], основанный на использовании теоремы Котельникова, при предположении, что процессы в системе имеют ограниченный спектр от 0 до $W=q\omega$, где q — число гармоник в спектре. Это означает, что нелинейность в пучке ограничена номером гармоники q. В этом случае для полного описания достаточно использовать $M=2q+1$ опорных частиц, для которых решаются уравнения движения. Для вычисления необходимых интегральных характеристик, например I_1, используются дополнительные «фиктивные» частицы, фаза которых $\Phi^*(y,\Phi_0)$ определяется соотношением

$$\Phi(y,\Phi_0)=\Phi_0^*+\sum_{m=1}^{M}L_m(\Phi_0^*)\,p_m, \tag{11}$$

где $\quad p_m = \Phi_m - \Phi_{0m},\; L_m(\Phi_0^*) = \frac{1}{M}\frac{\sin(Mx)}{\sin x},\; x = \frac{1}{2}(\Phi_0^* - \Phi_{0m}),$

Φ_m, Φ_{0m} — фаза и ее начальное значение для «опорных» частиц. Величина γ^* вычисляется по формуле $\gamma^* = (1+a)/\sqrt{(2+a)a}$, $a = d\Phi^*/dy$. Такой метод позволяет производить расчет с переменным числом «опорных» частиц, увеличивая их число по мере нарастания нелинейных процессов в пучке.

Результаты моделирования. Рассматриваемая система аналогична обычной ЛБВ, работающей на основной пространственной гармонике поля замедляющей системы [8]. Для оценки возможных параметров усилителя полезно сделать расчет в линейном приближении. Предполагая, что переменные во времени величины малы и их зависимость от координаты z дается законом $e^{i\beta z}$, после линеаризации получаем следующую систему уравнений [9]:

$$\Delta_\perp E_{1z} + (k^2 - \beta^2)\left\{1 - \frac{\beta_p^2}{(\beta_e - \beta)^2}\right\}E_{1z} = 0,$$

$$\frac{d}{dr}E_{1z} + E_{1z}\left(\frac{1}{r_\text{т}} + ikZ\right) = 0 \text{ при } r = r_\text{т},$$

где $\beta_e = \omega/v_0$, $v_0 = c(1 - 1/\gamma_0^2)^{1/2}$, $\beta_p = \omega_p/v_0$, $\omega_p = (4\pi e\rho_0/m\gamma_0^3)^{1/2}$ — релятивистская плазменная частота. Из кинематической схемы взаимодействия следует, что пучок может находиться в синхронизме только с медленной волной E_{01}, зависящей от r по закону $I_0(\alpha r)$, поэтому для сплошного заполнения волновода получаем дисперсионное уравнение 4-го порядка

$$(k^2 - \beta^2)\{(\beta - \beta_e)^2 - \beta_p^2\} + \alpha^2(\beta + \beta_e) = 0,$$

где $\alpha = x/r_\text{т}$, $x \neq 0$ — корень уравнения $xI_1(x) + I_0(x)(1+\varepsilon) = 0$. Уравнение для пучка, занимающего часть поперечного сечения, получается аналогично. Усиление в лампе имеет место при $\mathrm{Im}\,\beta < 0$.

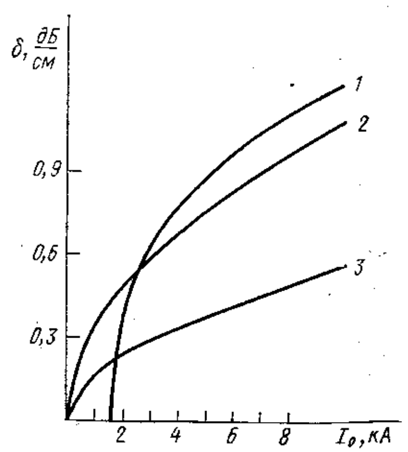

Рис. 2. Зависимость усиления от величины тока пучка I_0: $\varkappa = r_\text{п}/r_\text{т} = 0{,}7$, *1* — $V_0 = 0{,}7$ МВ, $l = 1/16\,\lambda$; *2* — $V_0 = 0{,}5$ МВ, $l = 1/8\,\lambda$; *3* — $V_0 = 0{,}7$ МВ, $l = 1/8\,\lambda$

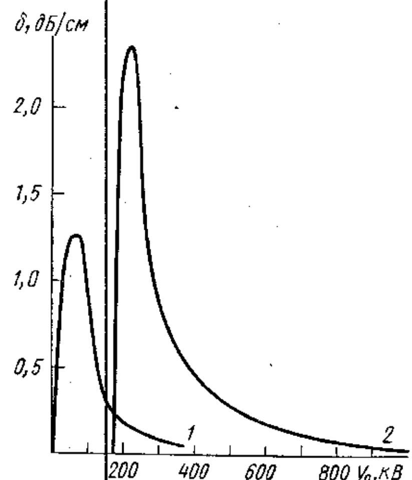

Рис. 3. Удельное усиление как функция энергии пучка: $I_0 = 1$ кА, $r_\text{т} = 5\,\lambda$, $l = 3/8\,\lambda$ (*1*) и $1/8\,\lambda$ (*2*)

Основной характеристикой устройства является усиление на единицу длины, обозначаемое δ (дБ/см). Определялись зависимости величины δ от различных параметров: тока пучка I_0, напряжения V_0, глубины диафрагмирования l, а также полосовые свойства усилителя. Результаты представлены на рис. 2—5. Было выбрано значение диа-

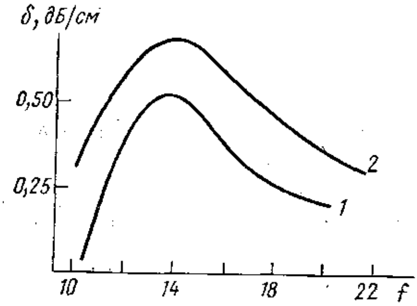

Рис. 4. Частотные характеристики усилителя с импедансной стенкой: $V_0=0{,}7$ МВ, $r_т=20\,l$, $l=2$ мм, $I_0=1$ (*1*) и 3 (*2*) кА

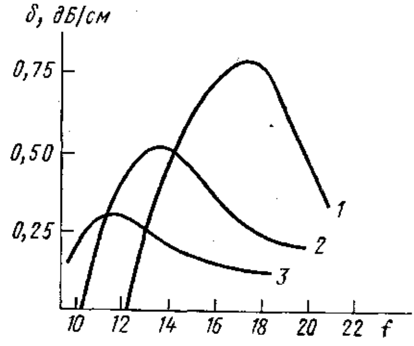

Рис. 5. Влияние энергии электронного пучка на усиление: $I_0=1$ кА, $r_т=20\,l$, $l=2$ мм, $V_0=500$ (*1*), 700 (*2*) и 1000 (*3*) кВ

метра системы $2r_т=D=10\lambda=8$ см, напряжение изменялось в пределах от 0,1 до 1 МВ и ток пучка I_0 от 1 до 10 кА. Полагалось, что усилитель является однородным по z и $D\gg l$, так что для импеданса Z справедливо упрощенное выражение $Z=i\varkappa_0\,\mathrm{tg}\,kl$, где $\varkappa_0=(l-l_1)/l$, l_1 — толщина диафрагмы. Медленные волны существуют при индуктивном $Z(n\pi\leqslant kl\leqslant\pi/2+\pi n)$, поэтому значение l выбиралось, как правило, несколько меньшим, чем $\lambda/4$. Область усиления ограничивается со стороны низких частот точкой, когда $v_ф=c$, а с другой стороны — рассинхронизмом волн потока и замедляющей структуры на длине лампы.

С ростом тока пучка удельное усиление увеличивается для всех напряжений и глубин диафрагмирования (см. рис. 2), но максимальное значение усиления (при высоких η) в приборе начиная с некоторого I_0 падает из-за быстрого развития нелинейных процессов. Максимум усиления соответствует точке точного синхронизма волн электродинамической структуры и пучка.

На рис. 3 представлены зависимости усиления от ускоряющего напряжения V_0 для двух значений l; характерной особенностью является резкая зависимость усиления от энергии частиц, а следовательно, и от разброса скоростей в пучке. Это свойство может оказаться полезным при использовании подобной системы в качестве выходной секции твистрона, где большое значение усиления является нежелательным из-за возможности самовозбуждения.

Частотные характеристики усилителя даны на рис. 4 и 5. С ростом тока полоса усиления увеличивается и при типичных параметрах $V_0=700$ кВ и токе $I_0=3$ кА $\Delta f/f\simeq60\%$ при усилении монохроматического сигнала. С ростом энергии частиц при прочих фиксированных параметрах усиление уменьшается, а ширина полосы несколько увеличивается. От номера полосы, т. е. значения n, зависит только частотная характеристика усилителя: с ростом n ширина полосы уменьшается обратно пропорционально n. Коэффициент полезного действия вблизи максимума удельного усиления превышает 30% при напряжениях порядка 1 МВ. Это значение может быть увеличено оптимизацией параметров, и в частности применением переменной глубины гофрировки с целью подстройки фазовой скорости волны в замедляющей структуре в соответствии с замедлением пучка.

Перспективно использование такой системы в качестве выходной в релятивистских широкополосных приборах O-типа.

При большом усилении (более 35—40 дБ) возможно появление генерации в приборе, что нуждается в дополнительном исследовании с учетом встречных волн и выходит за рамки настоящего исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Ковалев Н. Ф., Петелин М. И., Райзер М. Д., Сморгонский А. В. В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. Горький: Изд-во ИПФ АН СССР, 1979, с. 76. [2] Александров А. Ф. и др. В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. Проблемы повышения мощности и частоты излучения. Горький: Изд-во ИПФ АН СССР, 1981, с. 145. [3] Александров А. Ф., Галузо С. Ю., Канавец В. И., Плетюшкин В. А. ЖТФ, 1981, 51, с. 1727. [4] Афонин А. М., Канавец В. И. Радиотехн. и электроника, 1984, 29, с. 641. [5] Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. М.: Наука, 1979, [6] Аркадакский С. С., Цикин Б. Г. Радиотехн. и электроника, 1975, 20, с. 2328. [7] Пикунов В. М., Прокопьев В. Е., Сандалов А. Н. В кн.: Тез. докл. X Всесоюз. конф. по электронике СВЧ. Минск, 1983, т. 1, с. 126. [8] Скотт Э. Волны в активных и нелинейных средах в приложении к электронике. М.: Сов. радио, 1977. [9] Люиселл У. Связанные и параметрические колебания в электронике. М.: ИЛ, 1963.

Поступила в редакцию
16.05.84

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1985, Т. 26, № 2

УДК 550.388

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНОЙ МАГНИТОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ

В. П. Моденов, А. Д. Поезд, Е. Д. Поезд

(кафедра математики)

Решение ряда практически важных задач приводит к необходимости изучения распределения электромагнитного поля в неоднородной анизотропной равновесной среде [1]. Вместе с тем во многих случаях существенны различные неустойчивости, в частности плазменные, которые приводят к неравновесности и значительно изменяют как физику, так и математическое описание процесса распространения электромагнитных волн. В настоящей работе рассматривается постановка и решение задачи о распределении поля в плоскослоистой неравновесной анизотропной среде. Полученный алгоритм используется для моделирования генерации электромагнитных волн в магнитосфере Земли.

Рассмотрим слой среды с тензором диэлектрической проницаемости $\overleftrightarrow{\varepsilon}(z)$, заключенный между двумя плоскостями, перпендикулярными оси Oz. Толщина слоя d. Полупространства $z<0$ и $z>d$ заполнены однородной анизотропной средой. Из полупространства $z<0$ на слой под углом θ падает плоская монохроматическая волна $\mathbf{E}=\mathbf{A}e^{-i\omega t+\mathbf{kr}}$.

Электромагнитное поле внутри неоднородного слоя находится как решение уравнений Максвелла, удовлетворяющее условиям сопряжения, т. е. непрерывности касательных компонент электрического и