

где f — частота колебаний, λ — длина волны, T_e — температура электронного газа, m_i — масса иона, K — постоянная Больцмана, γ — постоянная, изменяющаяся от 1 до 3. Теоретически показано, что такие волны существуют при длинах волн, во много раз больших дебаевского радиуса экранирования. Теория не дает выражения отдельно для частоты и длины волны. Однако, основываясь на формуле (1), можно вычислить скорость распространения волны и по данным измерения частоты вычислить длину волны. Соответствующие результаты приведены в таблице для случая $\gamma=1$.

$D_{тр}, см$	Газ	$p, мм рт. ст.$	$f, мГц$	$v, см/сек$	$\lambda, см$
3	He	0,02	0,46	$1,66 \cdot 10^8$	3,6
		0,05	0,38	$1,87 \cdot 10^8$	4,92
	Ne	0,02	0,22	$0,64 \cdot 10^8$	2,92
		0,05	0,19	$0,76 \cdot 10^8$	4,0
	Ar	0,02	0,13	$0,31 \cdot 10^8$	2,38
		0,05	0,12	$0,36 \cdot 10^8$	3,0
0,5	He	0,02	3,5	$1,93 \cdot 10^8$	0,55

Значения для температуры электронного газа, входящие в формулу (1), брались из работы [3]. Как видно из данных таблицы, значения для длины волн, вычисленные таким образом, оказываются порядка диаметра разрядной трубки и возрастают с уменьшением давления. Если λ определяется только разрядным пространством, то такая зависимость может быть объяснена неточным использованием электронной температуры. Данные работы [3] относятся к однородному столбу вдали от катода. В описываемых же опытах межэлектродное расстояние не превышало 7 см и, вследствие этого, плазма насквозь пронизывалась первичными электронами, выходящими из катодной области. В результате этого состояние плазмы определялось в значительной степени первичным пучком и температура электронов плазмы могла быть другой.

Заметим, что в работе [4] отмечалось распространение волнообразного процесса в плазме положительного столба в гелии при искусственном воздействии на разряд частотой внешнего генератора.

Авторы выражают глубокую благодарность А. А. Зайцеву за руководство работой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Langmuir I., Tonks L. Phys. Rev., **33**, 195, 1929.
2. Шафранов В. Д. Вопросы теории плазмы. М., Госатомиздат, вып. 3, 1963.
3. Klarfeld B. J. of Physics, **V**, 2—3, 155, 1941.
4. Васильева М. Я., Зайцев А. А., Андрияшина Э. Д. «Изв. АН СССР», сер. физическая, **21**, № 8, 995, 1959.

Поступила в редакцию
27. 6 1964 г.

Кафедра
электроники

Г. К. ЧЕПУРНЫХ

УДК 530.145

К ВОПРОСУ О ВЫБОРЕ НЕЛИНЕЙНЫХ СПИНОРНЫХ УРАВНЕНИЙ

Прежде чем перейти к рассмотрению нелинейных спинорных уравнений в квантовом случае, сделаем ряд замечаний, относящихся к уравнениям в классическом случае. Уравнения, полученные из лагранжиана

$$L = I_1 - mI_0 + W, \quad (1)$$

где

$$W = gI_0^n + g'I_1^{n_1} + g''I_1^{n_2}I_0^{n_3}, \quad (2)$$

$$I_1 = \frac{i}{2} \left(\bar{\psi} \gamma^m \frac{\partial \psi}{\partial x^m} - \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x^m} \gamma^m \psi \right),$$

$$I_0 = \bar{\psi} \psi, \quad \hbar = c = 1,$$

инвариантны относительно инверсии времени

$$x^0 \rightarrow -x^0, \quad x^n \rightarrow x^n, \quad \psi \rightarrow \rho_2 \psi, \quad \bar{\psi} \rightarrow -\bar{\psi} \rho_2^{-1} \quad (3)$$

и имеют решения, соответствующие как положительной, так и отрицательной энергии только в том случае [1], если в (2) $n, n_1, n_2 + n_3$ — нечетны. Все уравнения, полученные из лагранжиана, в котором нелинейный член W имеет вид, отличный от (2), неинвариантны относительно инверсии времени (3) и не имеют решений, соответствующих как положительной, так и отрицательной энергии [1].

В квантовом случае мы можем рассматривать уравнение

$$\left[i \gamma^m \frac{\partial}{\partial x^m} - m + ng (\bar{\psi} \psi)^{n-1} \right] \psi = 0 \quad (4)$$

при нечетном n .

Известно, что любой лоренц-инвариантный лагранжиан нелинейного спинорного поля [2, 3] является инвариантным относительно сильного отражения координат (СРТ — теорема), т. е. преобразования $x^0 \rightarrow -x^0, x^n \rightarrow x^n, \psi \rightarrow \gamma_5 \psi, \bar{\psi} \rightarrow -\bar{\psi} \gamma_5$, дополненного обращением порядка следования сомножителей в лагранжиане. Однако из инвариантности лагранжиана относительно С.О. (сильное отражение) следует, что спинорное поле квантуется только с помощью антикоммутирующих, а скалярное и векторное поля только с помощью коммутаторов [3]. При исследовании же на инвариантность относительно С.О. нелинейного члена W можно заметить следующую особенность. Например, нелинейный член $g(\bar{\psi} \psi)$ (нелинейные члены $g'I_1^{n_1}$ и $g''I_1^{n_2}I_0^{n_3}$ в квантовом случае мы не рассматриваем вообще) при четном n будет инвариантным относительно С.О. независимо от того, будет ли он антисимметризован (квантование с помощью антикоммутирующих) или симметризован (квантование с помощью коммутаторов). Если n — нечетно, то нелинейный член $g(\bar{\psi} \psi)^n$ будет инвариантным относительно С.О. только в том случае, если он антисимметризован. Очевидно также, что если нелинейный член W имеет вид, отличный от (2), то из инвариантности нелинейного члена относительно С.О. не следует, что спинорное поле квантуется только с помощью антикоммутирующих. Таким образом, если потребовать, чтобы из инвариантности взаимодействия* спинорного поля с самим собой относительно С.О. следовало, что спинорное поле квантуется только с помощью антикоммутирующих, то в квантовом случае мы можем рассматривать только уравнение (4) при нечетном n , т. е. уравнение, которое в классическом случае имеет два типа решений ($\psi^{(+)}$ и $\psi^{(-)}$). Очевидно, в этом случае мы можем перенести все известные преобразования линейной теории на нелинейный случай без каких-либо изменений.

* Единственным взаимодействием, из инвариантности которого относительно С. О. нельзя сделать определенного вывода — квантуется ли спинорное поле с помощью антикоммутирующих или с помощью коммутаторов — является универсальное слабое четырехфермионное взаимодействие. (Оно инвариантно относительно С. О. не независимо от того будут ли спинорные поля ψ и $\bar{\psi}$ антикоммутирующими или коммутирующими операторами.) Эта особенность слабого взаимодействия подчеркивается тем, что оно неинвариантно относительно швингеровской инверсии времени (T_S) и, следовательно, в данном случае мы также не можем сказать, квантуется ли спинорное поле с помощью антикоммутирующих или коммутаторов. T_S — неинвариантность (т. е. незнание как квантуется спинорное поле) ведет к p -неинвариантности (поскольку p с. т. $= pT_S$). Рассматривать поля ψ и $\bar{\psi}$ как антикоммутирующие операторы, исходя из симметрии относительно знака электрического заряда, мы также в данном случае не можем, поскольку слабое взаимодействие с-неинвариантно. Поэтому, если мы допустим, что существует универсальное сильное взаимодействие по типу ток-поле, то не исключена возможность, что вообще любое взаимодействие (в том числе и взаимодействие спинорного поля с самим собой), из инвариантности которого относительно С. О. не следует связь спина со статистикой, является p -неинвариантным и s -неинвариантным.

Потребуем, чтобы лагранжиан нелинейного спинорного поля вел себя как псевдоскаляр при P -преобразовании и T -преобразовании в отдельности. По-видимому, это требование не нарушает инвариантности лагранжиана относительно произведения S -, P -, T -преобразований. T -преобразование в этом случае будет иметь вид (3), а P -преобразование определим как произведение слабого отражения на T -преобразование (3). Требование псевдоскалярности лагранжиана относительно P - и T -преобразований приводит к тому, что из всех нелинейных спинорных уравнений инвариантным относительно этих преобразований является только уравнение (4) при нечетном n . Требование, связанное с изменением P - и T -преобразований, позволяет перенести все остальные преобразования линейной теории на нелинейный случай также без каких-либо изменений. Однако в данном случае мы теряем квантовые числа P -четность и T -четность и имеем PT -четность.

Рассмотрим инвариантность нелинейных спинорных уравнений относительно преобразования

$$\psi \rightarrow \gamma_5 \psi, \quad \bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi} \gamma_5, \quad m \rightarrow -m, \quad g \rightarrow -g, \quad (5)$$

причем основания* для обращения констант при нелинейных членах [4, 5] те же, что и для обращения константы m [6]. Очевидно, что из всех нелинейных спинорных уравнений инвариантным относительно преобразования (5) является только уравнение (4) при нечетном n .

Предъявляя ряд требований к нелинейному члену лагранжиана, а также учитывая, что аргументом в пользу того, что функция ψ в спинорном управлении имеет четыре компонента, служит то обстоятельство, что у фермиона четыре степени свободы: два знака энергии и два спиновых состояния, мы устраняем произвол в выборе нелинейного члена и приходим к уравнению** (4) при нечетном n .

В заключение автор выражает глубокую благодарность проф. Д. Д. Иваненко, проф. Я. П. Терлецкому, а также Ю. М. Лоскутову, Г. А. Соколику и Д. Ф. Кургеландзе за интерес к работе и обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чепурных Г. К. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., astron., № 5, 1964.
2. Иваненко Д. Д. Вступительная статья в сб. «Нелинейная квантовая теория поля», ИЛ, 1959.
3. Pauli W. Niels Bohr and the Development of Physics, New York, 1955. Нильс Бор и развитие физики, под ред. В. Паули, ИЛ, 1958.
4. Kustan V. J., Lomsadze Yn. M., Romanko G. D. Physics. Letters, 2, 82, 1962.
5. Neisenberg W., Durr H., Mitter H., Schlieder S., Yamadzaki K. Zs Naturforsch 1959. Сб. «Нелинейная квантовая теория поля», под ред. Д. Д. Иваненко. ИЛ, 1959.
6. Tio m n o I. Nuove Ciminto, I, 226, 1955.

Поступила в редакцию
1. 6 1964 г.

Кафедра
теоретической физики

Ю. А. ГОЛЬДИН, В. Ф. МАРЧЕНКО

УДК 535.44

ОБ ОДНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ ГЕНЕРАЦИИ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ СВЕТА В ТОНКОМ КРИСТАЛЛИЧЕСКОМ СЛОЕ

Одним из наиболее исследованных нелинейных оптических эффектов является генерация второй гармоники в кристаллах, в которых вектор нелинейной поляризации $\vec{P}^{2\omega}$,

* Гейзенбергом показано [8], что выбор знака перед нелинейным членом совершенно не существен.

** Недостаток уравнения $i\gamma^m \frac{\partial \psi}{\partial x^m} \pm g\gamma^m \gamma_5 \psi (\bar{\psi} \gamma^m \gamma_5 \psi) = 0$, выбранного из инвариантности относительно преобразования Паули Гюрги и Тушека, состоит в том, что в этом случае [8] приходится изменять p - и s -преобразования. Причем само выбранное уравнение уже не является инвариантным относительно изменений p - и s -преобразований.